Nouvelles Perspectives pour les Réseaux Associatifs

Bertrand Ducourthial
Laboratoire de Recherche en Informatique
Institut d'Electronique Fondamentale
Université Paris-Sud FRANCE
ducourth@@lri.fr

25 mai 1998

Résumé

Les réseaux associatifs constituent un modèle de calcul parallèle issu du traitement d'images. Nous donnons une définition plus générale de ce modèle pour envisager de nouvelles applications.

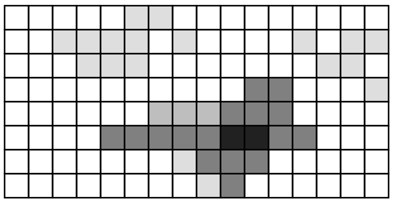
Plan

- Historique
  - architectures pour le traitement d'images
  - modèles parallèles
- Réseaux associatifs
- Segmentation de Voronoï
- Nouvelle définition
  - but
  - modèle
  - comparaisons
- Nouveaux opérateurs
  - position du problème
  - s-opérateurs
  - r-opérateurs
  - propriétés
  - r-opérateurs n-aires
  - r-opérateurs généralisés
  - discussion

- Applications
  - nouvelles possibilités
  - distance, arbre en largeur
  - single-source-shortest-path
  - image
- Conclusion

Historique 1 :traitement d'images

- disposition spatiale, information très structurée



  $\leadsto$ déterminer la structure sans le bruit

- gourmant en calculs
  marché
  $\leadsto$ architectures parallèles
- traitements répétitifs, de bas niveau
  (moyennages pondérés des pixels avec leurs voisins, masques locaux, etc.)
  $\Rightarrow$ communications locales
- traitements de haut niveau,
  (travail sur les objets)
  $\Rightarrow$ communications à longue distance.

Historique 2 :machines en tableaux

- Grilles 2D de processeurs SIMD, 4-, 8-connexité, ou héxagonales.

  CLIP 1 (1974), CLIP-2 (héxagonale), CLIP-4 (localement asynchrone, 1984), DAP (highways, 1976), MPP (1982), GRID (X- et Y- buses, 1982), AAP (8-connexité, reconfigurable, 1983), GAPP (1987), MASPAR (X-net, crossbar, 1990)

- Adaptées pour les traitements locaux de bas niveau. Pour les traitements de haut niveau :

  - ou globaux cablés
  - "autoroutes" (DAP), communications longues distances (AAP), crossbar (MASPAR)
  - reconfigurabilité (AAP)
  - comptage massif :additionneurs (CLIP-4), histogrammes (GRID)
  - combinaisons locales asynchrones (CLIP-4)

  $\leadsto$ astuces plutôt que modèle de calcul

Historique 3 :autres topologies

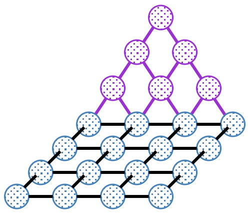
- Topologies à faible diamètre

  Exemple :Hypercube CM-1, CM-2, CM-200

  Problèmes :réalisation, degré et silicium, algorithmes sur les grilles plongées

- Structures pyramidales

HCLM	quaternaire, 8-connexité, SIMD, controleur unique, 1987
GAM	MPP + arbre d'additionneurs, base de 16x16, 1988
PAPIA-1	4-connexité quaternaire, controle multi-SIMD, base de 128x128, 1990
SPHINX	binaire, contrôle multi-SIMD, 1992



Problème :contrôle, longue réalisation, pérenité de l'apport scientifique

Historique 4 :machines reconfigurables

Contrôle local du réseau $\leadsto$ adaptation aux besoins.

- Ligne :

CLIP7-A linéaire, $\leadsto$ grille 256×256, une colonne par processeur, 1987

SYMPATI-2 SIMD, ligne 128 processeurs, mémoire optimisée, 1990

GFLOPS ligne, SIMD ou MIMD, 1991

RVS ligne 512 processeurs $\leadsto$ grille 512×512

- Grille :

PAPIA-2 grille 512×512 reconfigurable $\leadsto$ pyramide

tore polymorphe modèle théorique, connexions, 1991 locales dynamiques, 1989, $\leadsto$ YUPPIE 1991, PPA, 1993

MGAP-1 grille 4-connexe 128×128, SIMD/systolique, reconfigurable, 1992

MGAP-2 grille 256×256, 1995

Historique 5 :modèles parallèles

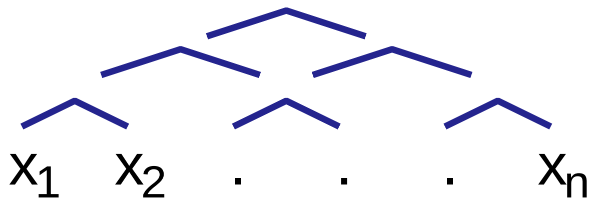
- Opérations locales (SIMD) :

$$\begin{array}{rcl} A^n & \rightarrow & A^n \\ X = \{x_1, \ldots, x_n\} & \mapsto & f(X) = \{f(x_1), \ldots, f(x_n)\} \end{array}$$

- Opérations globales (prefix problem) :

$$\begin{array}{rcl} A^n & \rightarrow & A^n \\ X = \{x_1, \ldots, x_n\} & \mapsto & \{x_1, x_1 \diamond x_2, \ldots, x_1 \diamond \cdots \diamond x_n\} \end{array}$$

calcul séquentiel : $\diamond$ associative à gauche
calcul parallèle : $\diamond$ associative



- CM-LISP (D. W Hillis)
- scan-vector model (G. E Blelloch)

Réseaux associatifs :définition

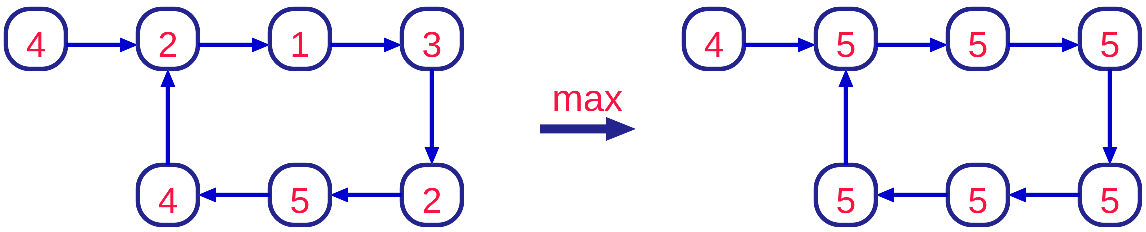
- **Association :**
  graphe orienté $G(V,E)$ avec $p : V \to A$

$$p : V \to A @>\diamond\text{-}association(G,f)>> p' : V \to A$$
$$p[v] \longleftarrow \diamond \left\{ p[u], u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v) \right\}$$

- **Variante :**

step	$\Gamma_G^{-1}(v)$
step-exclusive	$\Gamma_G^{-1}(v) \setminus \{v\}$

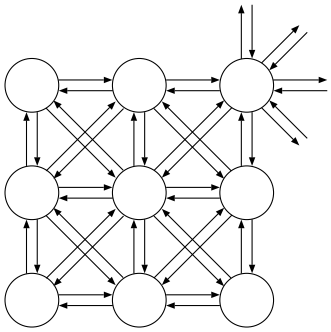
- **Remarques :**
  - $\diamond$ associative et commutative
  - composante fortement connexe $\rightsquigarrow$ β-réduction
  - chaine $\rightsquigarrow$ *prefix − association* $\rightsquigarrow$ prefix-problem
  - arbre orienté $\rightsquigarrow$ prefix-problem généralisé

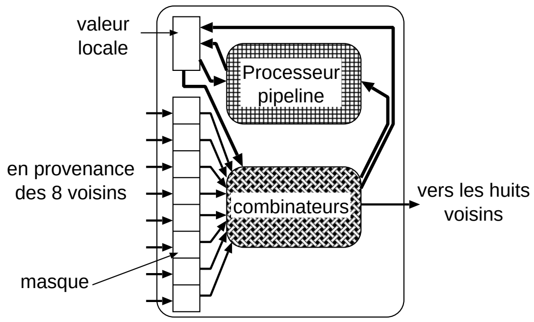


Réseaux associatifs :mise en œuvre

Maille Associative d'Orsay

- multi-processeurs SIMD
- grille torique à 2 dimensions avec les diagonales
- communications bit-série asynchrones one-to-many





Apport

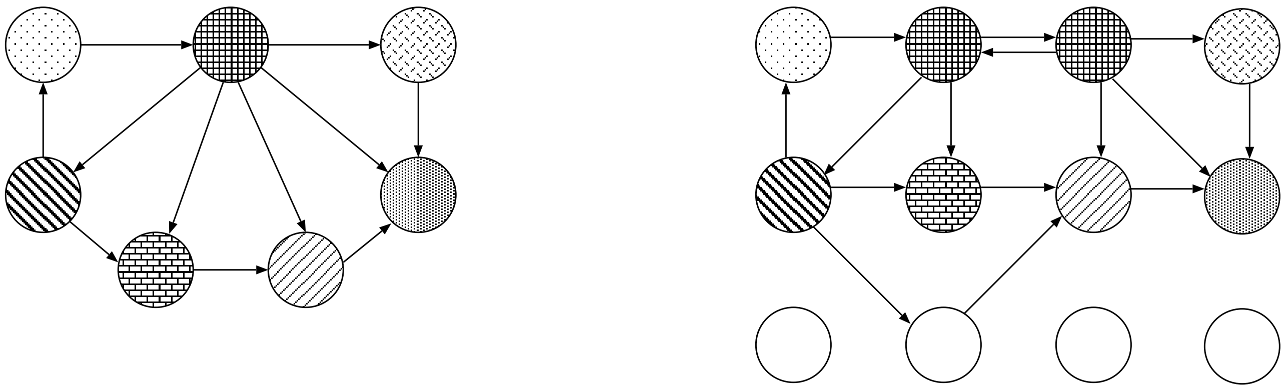
- reconfigurabilité
- asynchronisme
- extension du modèle des scans

Avantages

- modèle de haut niveau $\rightsquigarrow$ algorithmes simples
- mise en œuvre efficace

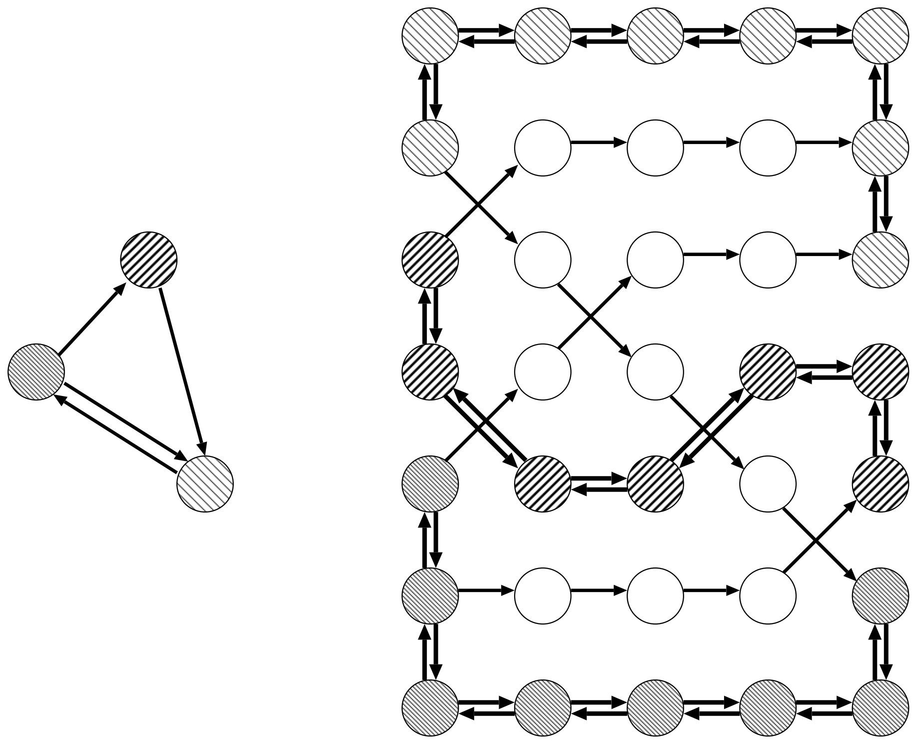
Plongements 1 :problème

- But s'affranchir de la topologie en maille
- Hypothèses
  - degré réduit (8)
  - beaucoup de processeurs
  - associations efficaces si une seule phase
- Conséquences
  - un vers plusieurs (*one-to-many*)
  - expansion moins importante
  - arc et sommet congestion 1, charge 1
  - plongement un vers ensemble connexe avec charge, arc-congestion et sommet-congestion 1
- Exemple



Plongements 2 :résultats

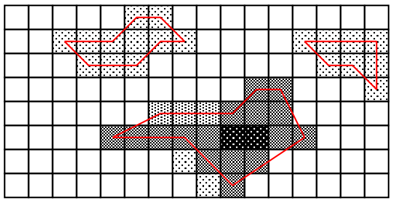
Théorème *Il existe un plongement de type un-vers-ensemble-connexe sans congestion et avec charge 1, pour tout graphe* $G(V, E)$ *dans une maille* $M \times M$ *avec* $M = \sum_{v \in V} (\delta^-(v) + 1)$



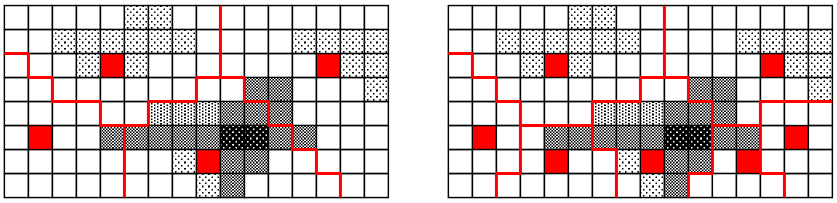
Construction avec réduction de l'expansion pour les graphes hypercube, butterfly et arbre binaire.

Segmentation de Voronoï 1 :problème

- **But**



- **Itérations**



- **Algorithme**
  - *Découpe en région*

    Choix aléatoire de racines

    Détermination des régions de Voronoï associées

    Calcul du critère d'homogénéité par région

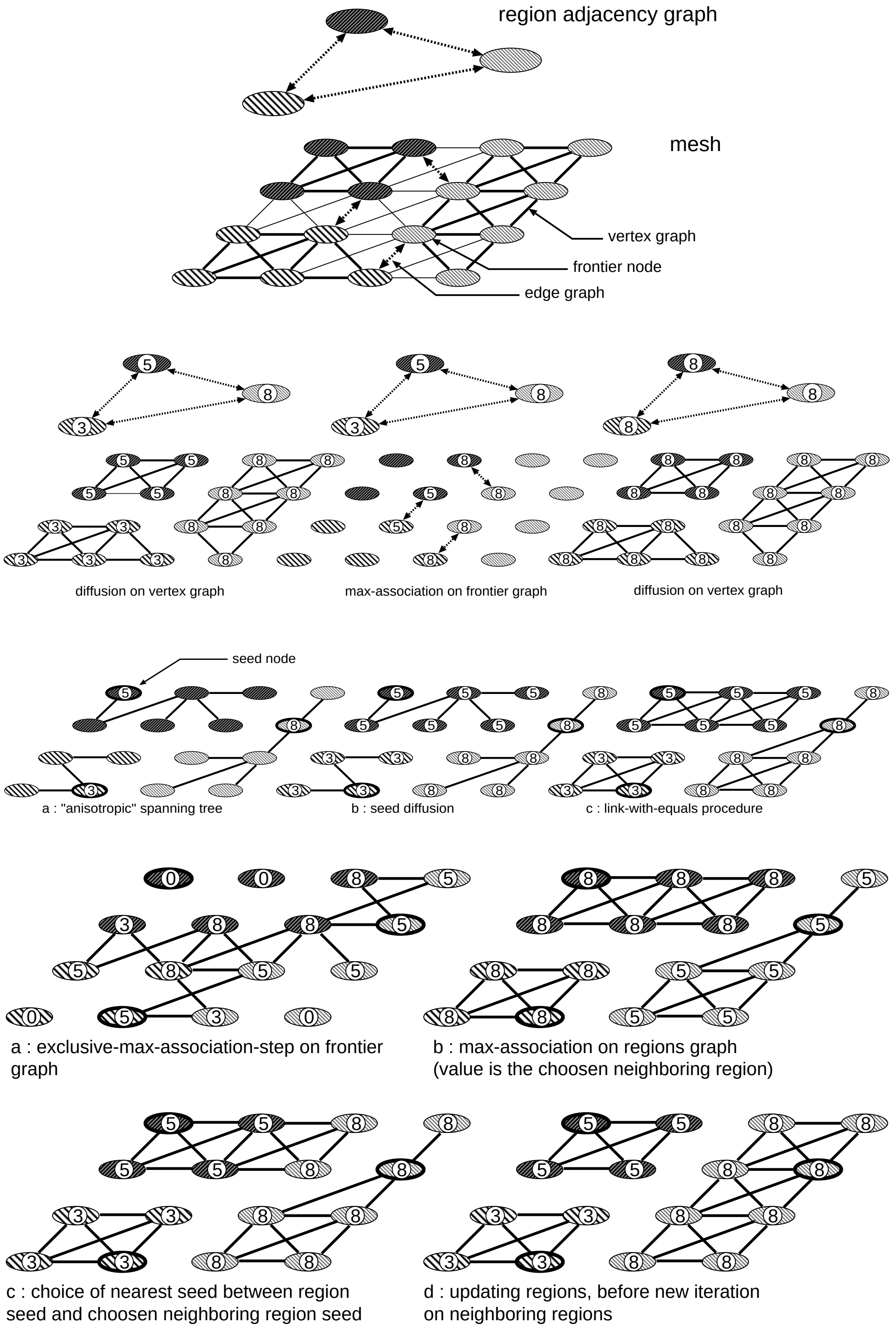
    Ajouter des racines aux régions non homogènes

    Recommencer tant que toutes les régions ne sont pas homogènes
  - *Fusion de région*

    Si une région est entourée de régions semblables, supprimer cette région.

    Recommencer tant qu'il y a des candidats à la fusion.

Segmentation de Voronoï 2 :algorithme

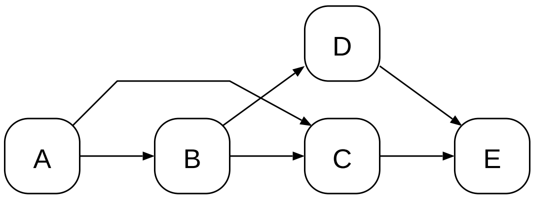


Segmentation de Voronoï 3 :code

```
do{
 mgRegion.LinkWithEquals(pvSeed, pvSeed); //Building of mgRegion.
 mgFrontier is the frontier graph.
 mgFrontier = ~mgRegion; //Building of mgFrontier from mgRegion.
 pvDistSeed = SeedDistance(pvSeed); //Computing pvDistSeed.
 do{ //Loop on neighboring regions.
  WHERE( OrAssoc( mgRegion, mgFrontier) ) { //True if there exists a neighbor
   //pvNeighborSeed is a pvar containing the index of the chosen region.
   pvNeighborSeed = MaxAssocStepExc( mgFrontier, pvSeed);
   pvNeighborSeed = MaxAssoc( mgRegion, pvNeighborSeed);
   //Compute pvDistNeighborSeed, the distance from pixel to distance from neighbor
   region seed.
   pvDistNeighborSeed = SeedDistance( pvNeighborSeed);
   WHERE( pvDistSeed > pvDistNeighborSeed ){
    pvNewSeed = pvNeighborSeed; //Update pvNewSeed
   ELSEWHERE
    pvNewSeed = pvSeed;
   }ENDWHERE;
   //Suppress of links from region # pvNeighborSeed to region # pvNeighbor, using a
   temporary mgraph mgTemp.
   mgTemp.LinkWithEquals(pvNeighborSeed, pvSeed);
   mgFrontier &= ~mgTemp;
  }ENDWHERE;
  mgFrontier.GlobalOr() = 0 if it has no edge.
 }while( mgFrontier.GlobalOr() != 0);
 WHERE( pvSeed != pvNewSeed ) {
  pvEnd = 1;
 } ELSEWHERE {
  pvEnd = 0;
 } ENDWHERE;
 pvSeed = pvNewSeed; //Update pvSeed
 //pvEnd.GlobalOr() = 0 if there is no changes in the regions.
}while( pvEnd.GlobalOr() != 0 );
```

Nouvelle définition 1 :but

- Réseaux associatifs
  - $\diamond -$ *association* définie avec $\widehat{\Gamma_G^{-1}}(v)$
  - toujours définie si $\diamond$ associative et commutative
- Maille associative
  - modèle d'exécution basé sur $\Gamma_G^{-1}(v)$
  - définie si terminaison
  - déterminisme ?
  - reconnaissance du résultat
- Remarques
  - circuit + terminaison $\Rightarrow$ $\diamond$ idempotent
  - ok si arbre orienté $\leadsto$ $\diamond -$ *prefix* $-$ *association*
  - ok si $\diamond$ associative, commutative et idempotente
  - cfc + $\diamond$ non idempotent $\Rightarrow$ spanning-tree
  - problème :dag, graphe réduit = dag (dag de cfc)

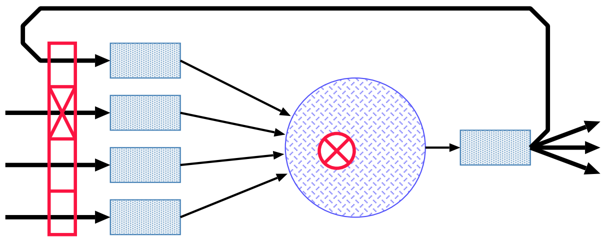


- Nouvelle définition

- *direct − association*
- *direct − association* $\rightsquigarrow$ *association*
- définition indépendante de la maille
- $\rightsquigarrow$ nouveaux opérateurs

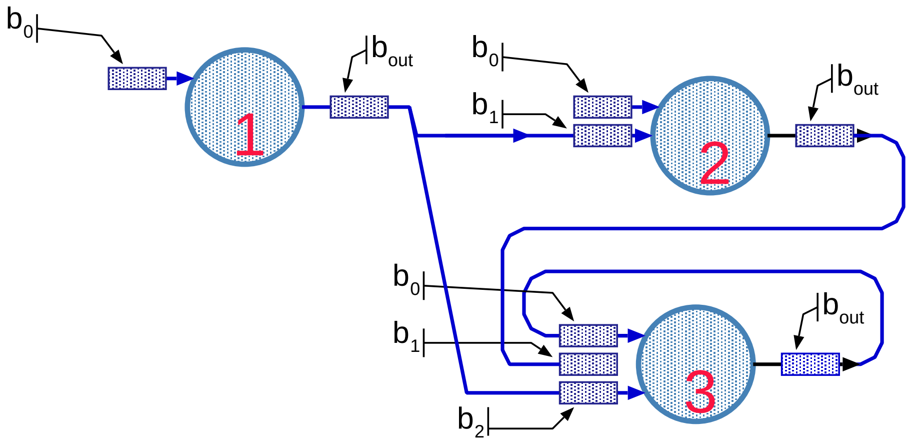
Nouvelle définition 2 :modèle

Entité



$$
\begin{aligned}
x_{\text{out}} &\leftarrow x_0 \diamond \cdots \diamond x_{\delta^-(v)} \\
x_{\text{out}} &\leftarrow \diamond\left(x_0, \ldots, x_{\delta^-(v)}\right)
\end{aligned}
$$

Réseau



- entités calculantes asynchrones
- communications one-to-many asynchrones
- topologie dynamique à partir d'un graphe de base
- détection de terminaison

Nouvelle définition 3 :comparaisons

$$\diamond - \mathit{direct} - \mathit{association}(G, p)$$

- Modèle des Réseaux associatifs
  - pvar p
  - calcul anonyme ?connaissance locale ?$\leadsto$ pvar $\imath$
  - calcul uniforme ?$\leadsto$ SIMD / SPMD
  - distribué / parallèle ?$\leadsto$ détection de la terminaison
- Autres modèles
  - scan, prefix computation
  - SIMD
  - parallélisme de données
  - machines cellulaires
  - systèmes distribués

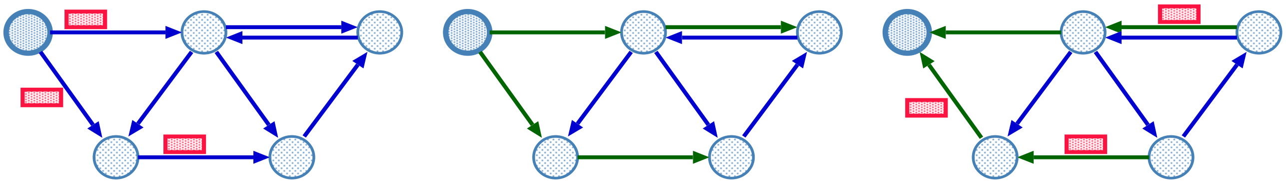
    anonymes / uniformes

    réseau

    messages (simples)

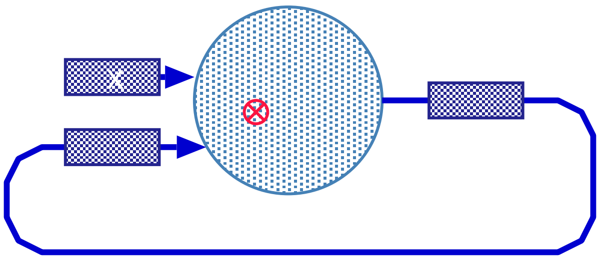
    sureté (doubles, déséquencement)

vagues :



Nouveaux opérateurs 1 :problème

- Opérateurs de Δ
  - A :ensemble des données
  - loi interne sur A :
    $\forall \diamond \in \Delta, \forall x, y \in A, \quad \exists! z \in A$ such that $x \diamond y = z$
  - associativité à gauche :
    $\forall \diamond \in \Delta \quad (x \diamond y) \diamond z = x \diamond y \diamond z$
  - élément neutre à droite :
    $\forall \diamond \in \Delta \quad \exists e_\diamond \in A,$ such that $\forall x \in A, \quad x \diamond e_\diamond = x$
  - simplification à gauche ($y \mapsto x \diamond y$ injectif)
    $\forall \diamond \in \Delta, \forall y, z \in A, \quad (\forall x \in A, \quad x \diamond y = x \diamond z) \quad \Leftrightarrow \quad (y = z)$
- Problème
  Obtenir la terminaison de la $\diamond$ − *direct* − *association*(G, p) sur tout réseau G, avec toute pvar p telle que la pvar résultat p' soit, pour toutes les exécutions, toujours la même.
- Condition nécessaire : idempotence



Nouveaux opérateurs 2 :existant

- s-opérateurs $\star$
  - associatifs, commutatifs, idempotents
  - ordre partiel $x \preceq_\star y \Leftrightarrow x \star y = x$
  - minimum
  - $\wedge$, $\vee$, $\mathbf{min}$, $\mathbf{max}$, $\mathbf{gcd}$, $\mathbf{lcm}$, $\cap$, $\cup$
- Terminaison
  - Théorème $p[v] \leftarrow \star \left\{ p[u], u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v) \right\}$
  - Tel 1991, 1994, vagues
- Applications
  - $\star -$ *direct* $-$ *association* $\equiv \star -$ *association*
  - diffusion, $\mathbf{max} -$ *direct* $-$ *association* (élection)

Nouveaux opérateurs 3 : r-opérateurs

Nouvelles propriétés

r-associativité	$r : A \to A$ $(x \diamond y) \diamond r(z) = x \diamond y \diamond r(z) = x \diamond (y \diamond z)$
exemple :	dans $\mathbb{Z}$, $x \oplus y \equiv x + 2y$ avec $r(z) = 2z$
r-commutativité	$r : A \to A$ $r(x) \diamond y = r(y) \diamond x$
exemple :	$\mathbf{op}(x) - y = -x - y = \mathbf{op}(y) - x$
r-idempotence	$r : A \to A$ $r(x) \diamond x = r(x)$
exemple :	$x\mathbf{p}y = 0$ si x et y de même parité, $r(2k) = 0$, $r(2k+1) = 1$, $k \in \mathbb{Z}$

r-opérateurs

$\triangleleft \in \Delta$ est un r-opérateur sur A s'il existe $r : A \to A$ bijective tel que $\triangleleft$ soit :

r-associatif	$(x \triangleleft y) \triangleleft r(z)$	$=$	$x \triangleleft (y \triangleleft z)$
r-commutatif	$r(x) \triangleleft y$	$=$	$r(y) \triangleleft x$
r-idempotent	$(x) \triangleleft x$	$=$	$r(x)$

Nouveaux opérateurs 4 :propriétés

Propriétés des r-opérateurs :

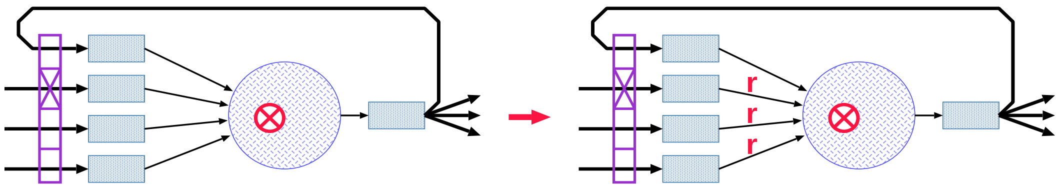
- $r(x) = e_{\triangleleft} \triangleleft x$
- $\text{Ker}(r) = \{t \in A, r(t) = e_{\triangleleft}\} = \{e_{\triangleleft}\}$
- r isomorphisme de $(A, \triangleleft)$:$r(x \triangleleft y) = r(x) \triangleleft r(y)$
- $\diamond$ r-associatif et r-idempotent avec r bijective $\Rightarrow$ $x \diamond y \diamond y = x \diamond y$
- $\triangleleft$ r-opérateur $\Rightarrow$ 2-commutatif :$x \triangleleft y \triangleleft z = x \triangleleft z \triangleleft y$

s-opérateur associé :

- Théorème $\triangleleft$ r-opérateur sur A avec la bijection $r : A \to A \Rightarrow \star$ defini par $x \star y = x \triangleleft r^{-1}(y)$ est un s-opérateur de Δ.

- $\triangleleft$ r-opérateur $\rightsquigarrow$ $\preceq_{\star}$ défini par $x \triangleleft r^{-1}(y) = x$
- r est un isomorphisme de $(A, \star)$:$r(x \star y) = r(x) \star r(y)$
- $e_{\triangleleft} = e_{\star}$

Intérêt :



Nouveaux opérateurs 5 :propriétés (suite)

r-opérateurs idempotents

- $\triangleleft$ est idempotent $\Rightarrow \forall x \in A$, $\forall k \in \mathbb{N}$, $x \preceq_\star r^k(x)$
- $\forall x \in A, x \preceq_\star r(x) \Leftrightarrow \star\ \left(r^{-1}\right)$-idempotent
  $\Leftrightarrow \triangleleft$ idempotent
- $\triangleleft$ r-opérateur idempotent $\Rightarrow \triangleleft\ \left(r^{-1}\right)$-idempotent

Construction des r-opérateurs

Théorème $\triangleleft$ et $\star$ opérateurs binaires sur A,

$$r : A \to A,\ x \triangleleft y = x \star r(y)$$

alors équivalence entre

- r est surjective, $\triangleleft$ admet un élément neutre à droite $e_\triangleleft \in A$ et la simplification à gauche, et est r-associatif, r-commutatif et r-idempotent sur A
- $\triangleleft$ est un r-opérateur sur A qui admet la simplification à gauche et un élément neutre à droite $e_\triangleleft \in A$
- $\star$ est un s-opérateur sur A qui admet un élément neutre $e_\star$, et r est un isomorphisme de $(A, \star)$

Exemples

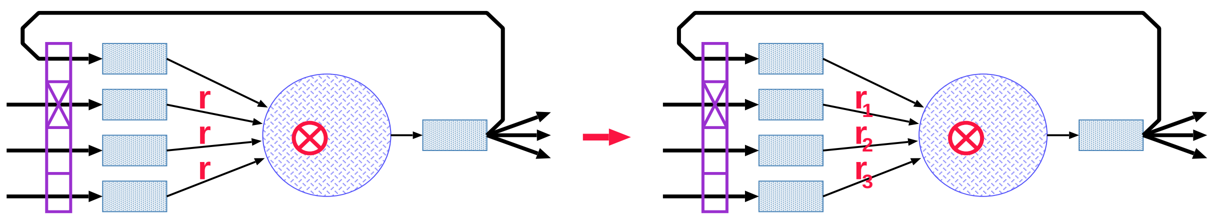
- dans $\mathbb{Z}$, $\star = \mathbf{min}$ et $r(x) = x + 1$
- dans $\mathbb{P}(V)$, $\star = \cup$ et $r(l) = l \cup \{v\}$

Nouveaux opérateurs 6 :théorème

- Théorème $\triangleleft$ r-opérateur idempotent sur A
  $\Rightarrow$ $\triangleleft$–*direct–association*(G, p) termine sur tout graphe G et donne le résultat déterministe :

$$\forall v \in V, \quad p[v] = \star \left\{ r^{\mathrm{d}_G(u,v)} \left(p[u] \right), u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v) \right\}$$

- Lemme *suppression des doubles*
  $x \triangleleft x = x,\ x \triangleleft r^k(x) = x,\ \ldots$
  $a \triangleleft r^p(x) \triangleleft r^q(x) = a \triangleleft r^{\mathbf{min}(p,q)}(x),\ \ldots$
- Lemme *distance*
  $u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v), \mathrm{d}_G(u, v) = k$
  $\Leftrightarrow$ l'expression résultat en v contient $r^k \left(p[u] \right)$
- Extension :



Nouveaux opérateurs 7 :n-aires

- $\triangledown$ r-opérateur n-aire sur A :
  $\star$ s-opérateur sur A, $n-1$ isomorphismes r_i de $(A, \star)$

$$\triangledown(x_0, \ldots, x_{n-1}) = x_0 \star r_1(x_1) \star \cdots \star r_{n-1}(x_{n-1})$$

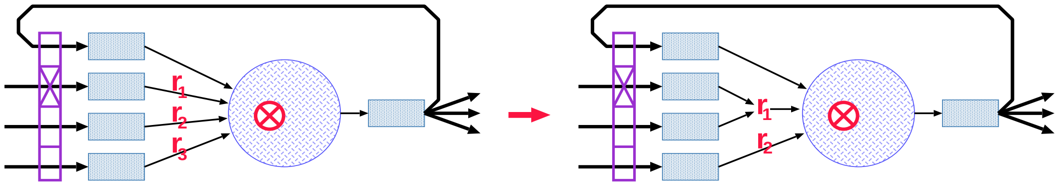
- $\rightsquigarrow$ $n-1$ r-opérateurs binaires $\triangleleft_i$:$x \triangleleft_i y = x \star r_i(y)$
- $\forall i$, $\triangleleft_i$ idempotent $(x \preceq_\star r_i(x))$ $\Rightarrow$ $\triangledown$ "idempotent"
- r-application $r_i \equiv r_v^u$ $\rightsquigarrow$ r-chemin-application
  $P = (v_0, v_1) \ldots (v_{k-1}, v_k)$ $\rightsquigarrow$ $r_P = r_{v_k}^{v_{k-1}} \circ \cdots \circ r_{v_1}^{v_0}$
- $v \in V$ $\rightsquigarrow$ $\triangledown_v$ r-opérateur $\delta^-(v)$-aire
  $\triangledown_G = \triangledown_v$ sur v $\rightsquigarrow$ $\triangledown_G-$*direct*$-$*association*

- Théorème $\triangledown_G$ construit sur chaque $v \in V$ avec un r-opérateurs $\delta^-(v)$-aire idempotent sur A
  $\Rightarrow$ $\triangledown_G-$*direct*$-$*association*(G, p) termine sur tout graphe et donne le résultat déterministe :

$$\forall v \in V, p[v] = \\ \star\left\{ r_P(p[u]), u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v), P \text{ chemin de } u \text{ à } v \right\}$$

Nouveaux opérateurs 8 :généralisation

- Extension :



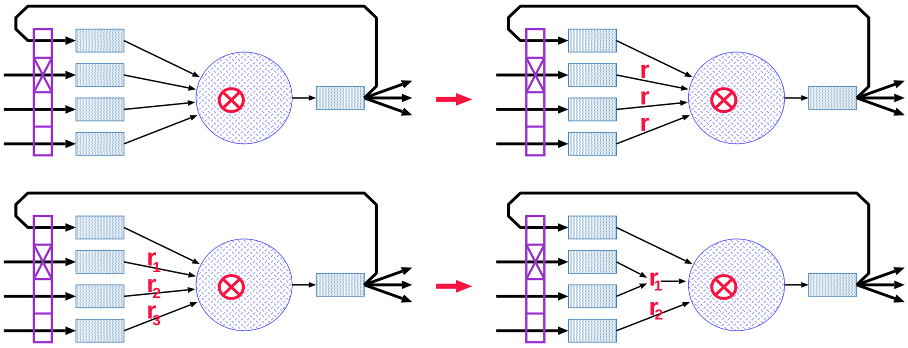
- rs-application :
  $\mathbb{N}^4 \rightarrow \mathbb{N}$,
  $\mathbf{min}[x_0 - 2 \times x_1, (x_2 + 2) \times (x_3 + 2), 4 \times (x_1 + x_2 + x_3)]$

- Préservation de la valeur initiale
- Accroissement des variables
  $\mathbf{min}[x_0, (x_2 + 2) \times (x_3 + 2), 4 \times (x_1 + x_2 + x_3)]$
- Compatibilité des r-applications avec $\star$
  $\mathbf{min}[4 \times (a + x_2 + x_3), 4 \times (b + x_2 + x_3)] =$
  $4 \times (\mathbf{min}(a, b) + x_2 + x_3)$

- r-opérateur généralisé
  préserve la valeur initiale, $\star$-compatible
- Idempotent
  toutes les r-applications accroissent leurs variables
- Terminaison
  résultat déterministe mais défini récursivement

Nouveaux opérateurs 9 :discussion

Extension des s-opérateurs



Discussion

- Nécessité de conserver la valeur initiale
- Nécessité de $x \preceq_\star r(x)$

- $x \preceq_\star r_P(x)$ pour tout circuit P
- Reconnaissance du résultat

  isomorphisme (bijectif ?)

  $\star$-compatibilité
- Application ?

  $\mathbb{N}^3 \to \mathbb{N}$, $\diamond_v(x_0, x_1, x_2) = \mathbf{min}(x_0, 2 \times x_1, 4 \times x_2)$

  r-opérateur 3-aire généralisé (pas de bijections)

$$\star \left\{ r_P(p[u]), u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v), P \text{ chemin de } u \text{ à } v \right\}$$

Applications 1 :possibilités

- s-opérateurs

$$p[v] \leftarrow \star \left\{ p[u], u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v) \right\}$$

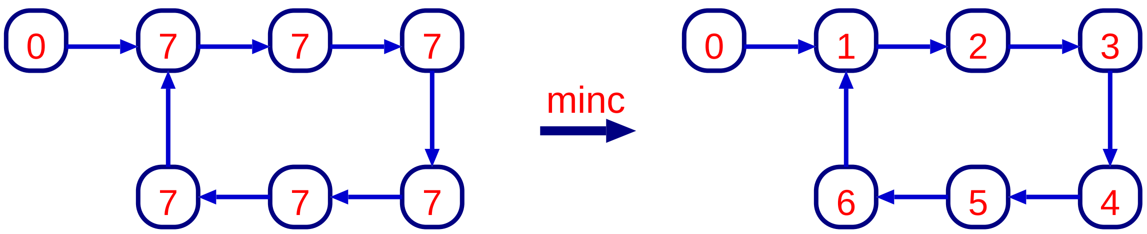
- r-opérateurs

$$\forall v \in V, p[v] = \star \left\{ r^{\mathrm{d}_G(u,v)} \left(p[u] \right), u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v) \right\}$$

- r-opérateurs n-aires

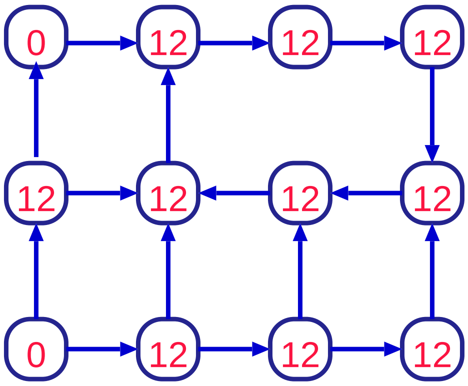
$$\forall v \in V, p[v] =$$
$$\star \left\{ r_P \left(p[u] \right), u \in \widehat{\Gamma_G^{-1}}(v), P \text{ chemin de } u \text{ à } v \right\}$$

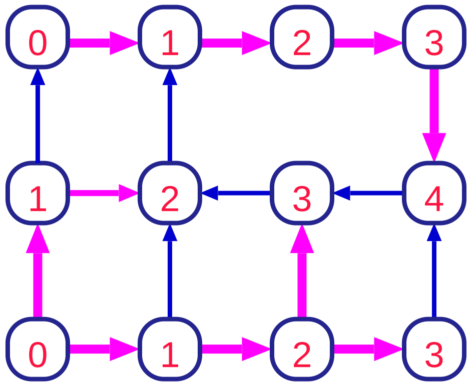
- r-opérateurs généralisés
- $\mathbf{minc}(x, y) = \mathbf{min}(x, y+1)$ dans $\mathbb{Z}$



Application 2 :bfs, sssp

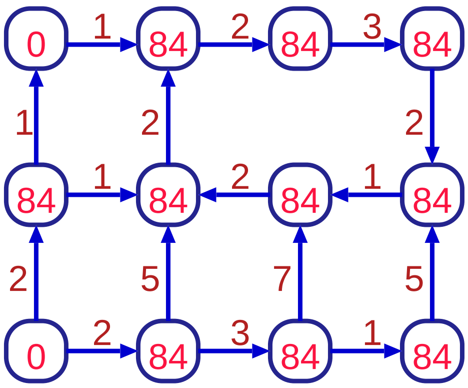
- Arbre en largeur, plusieurs sources

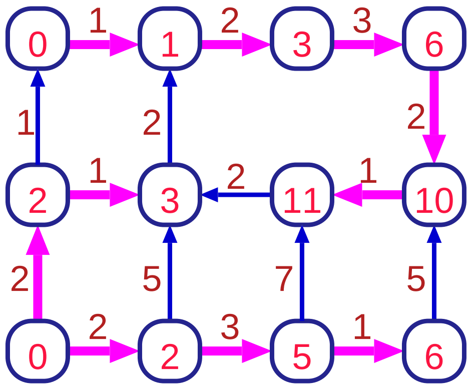




  - plus d'itérations
  - protocole simplifié à l'extême

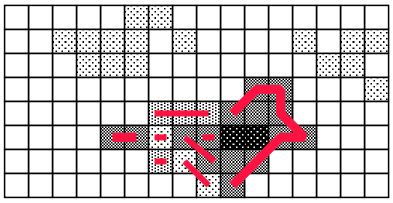
- Single source shortest path
  - graphe avec pondération des arêtes $w\left((u,v)\right)$
  - $\mathbf{minc}_w[x_0, \ldots, x_n] = \mathbf{min}[x_0, r_v^{u_1}(x_1), \ldots, r_v^{u_n}(x_n)]$
  $r_v^{u_i}(x) = x + w\left((u_i, v)\right)$





Application 3 :image

- Transformée en distance
  - étiqueter les pixels avec leur distance au p_i le plus proche
  - transformée en axe médian, squelette, etc.
  - $d_4(p,q) = |x_p - x_q| + |y_p - y_q|$
  - $d_8(p,q) = \mathbf{max}[|x_p - x_q|, |y_p - y_q|]$
  - $d(p,q) = a \times \mathbf{min}[|x_p - x_q|, |y_p - y_q|] + b \times (\mathbf{max}[|x_p - x_q|, |y_p - y_q|] - \mathbf{min}[|x_p - x_q|, |y_p - y_q|])$
  - $(a,b) = (3,2)$, $(a,b) = (7,5)$
  - $\rightsquigarrow$ $\mathbf{minc}$, $\mathbf{minc}_w$
- Régions de Voronoï : pas d'itérations
- Extrapolation de contours



  - Recherche du meilleur chemin, avec coefficients
  - $\rightsquigarrow$ sssp $\rightsquigarrow$ $\mathbf{minc}_w$

Conclusion

- Modèle des réseaux associatifs
  - dédié au traitement d'images
  - de haut niveau
  - mise en œuvre ?
  - hybride $\rightsquigarrow$ comparaisons ?
- Nouvelle définition
  - extension
  - du bas niveau vers le haut niveau
  - comparaisons
  - nouveaux opérateurs
  - nouvelles applications
- Intérêt
  - à cheval sur plusieurs domaines
  - modèle de calcul
  - traitement d'images
  - algorithmes distribués
- Suite
  - topologie

- algorithmique de graphe, géométrique
- traitement d'images
- algorithmes distribués
- auto-stabilisation
- mise en œuvre