Thèse présentée pour l'obtention du grade de Docteur de l'UTC.

Spécialité : *Technologies de l'Information et des Systèmes*

APPORT DES CARTES ROUTIÈRES NAVIGABLES POUR LE POSITIONNEMENT PAR SATELLITES DES VÉHICULES TERRESTRES

CLÉMENT FOUQUE

Thèse soutenue le 01 Septembre 2010, devant le jury composé de :

Président :	Ali CHARARA	UTC
Rapporteur :	Dominique MEIZEL	ENSIL, Limoges
Rapporteur :	Jean-Charles NOYER	Université du Littoral, Calais
Directeur :	Philippe BONNIFAIT	UTC
Examinateur :	David BÉTAILLE	LCPC, Nantes
Examinateur :	Juliette MARAIS	LEOST, Villeneuve-d'asq
Examinateur :	Stéphane DREHER	NavTeQ, Bruxelles
Examinateur :	Maan EL BADAOUI EL NAJJAR	Université Lille 1, Lille

Résumé

Les véhicules récents disposent souvent d'un système d'aide à la navigation intégré combinant un récepteur GPS et un système d'information géographique exploitant une carte routière navigable. La connaissance de la position du véhicule, qu'elle soit globale ou relative au réseau routier, est un point clé pour les applications liées aux systèmes de transport intelligent. En zone urbaine dense, l'utilisation du GPS est rendue difficile par la présence d'éléments masquant fréquemment les satellites : le positionnement est donc régulièrement indisponible. Dans cette thèse, l'utilisation des cartes routières navigables pour le positionnement par satellites est discutée. En suivant une approche par couplage serré, la carte navigable peut être utilisée comme une source d'information additionnelle dans le calcul de la position.

Nous proposons dans un premier temps deux méthodes permettant de résoudre le problème du positionnement global et relatif en introduisant la géométrie du réseau routier dans le calcul standard d'un point GPS. La nécessité d'extraire la géométrie nous a conduit à proposer une méthode de sélection de route. Des résultats expérimentaux valident l'approche, quantifient la sensibilité de la méthode aux biais cartographiques et montrent la nécessité d'une sélection de route performante.

Nous nous intéressons ensuite au problème du positionnement global par satellites aidé de l'information cartographique selon une approche dynamique. L'information cartographique est utilisée pour estimer l'orientation du véhicule, qui est fusionnée avec les capteurs proprioceptifs du véhicule et les données de pseudodistance d'un récepteur GPS grâce au filtrage de Kalman. La carte permet alors de compenser efficacement la dérive odométrique pendant les masquages des satellites comme le montrent les résultats expérimentaux.

Finalement, nous nous sommes intéressés au problème du positionnement contraint dans lequel la position est recherchée sur un élément géographique de la carte. Le problème est posé dans un cadre de filtrage bayésien dans lequel il s'agit d'estimer un état hybride à composantes continues et discrètes. L'approche étant multi-hypothèse, nous présentons comment estimer les hypothèses de positionnement avec un solveur de type filtre particulaire. Ce solveur est factorisé pour en faciliter l'implémentation puis appliqué au suivi des hypothèses par couplage serré de la carte, des mesures GPS et des mesures proprioceptives du véhicule. Les résultats expérimentaux illustrent l'intérêt de cette approche qui permet notamment de résoudre le positionnement contraint sans la connaissance d'un positionnement global préalable. La méthode permet de qualifier naturellement les zones d'ambiguïté malgré la présence de biais cartographiques et également en cas de faible visibilité satellitaire.

Remerciements

En premier lieu, mes remerciements vont au laboratoire Heudiasyc et au CNRS pour le financement de ces travaux et le soutien logistique, ainsi qu'aux partenaires du projet CVIS, qui ont permit à cette thèse d'être menée à bien.

Je remercie tout particulièrement Philippe Bonnifait pour avoir dirigé cette thèse tout au long de ces quatre années. Son encadrement, ses conseils et son soutien ont grandement participé à la réussite de ces travaux. J'ai apprécié notre collaboration et nos discussions qui m'ont ouvert à nombre de problématiques scientifiques.

Je remercie également Dominique Meizel et Jean-Charles Noyer pour le regard critique porté sur mes travaux en tant que rapporteurs. Je remercie également Juliette Marais, David Bétaille, Maan El Badaoui El Najjar, Stéphane Dreher et Ali Charara pour leur participation à mon jury.

J'exprime toute ma reconnaissance à David Bétaille pour son aide précieuse sur les problématiques associées au GPS qui a permis à cette thèse de partir sur des bases technologiques saines.

Je remercie chaleureusement les membres de l'équipe ASER pour leur accueil agréable et leur regard scientifique. Je remercie plus particulièrement Olivier Le Marchand, Jean Laneurit et Gérald Dherbomez pour leurs aides techniques lors des développements expérimentaux.

Je remercie également ma famille pour son indéfectible confiance et son soutien tout au long de ses longues années d'études. J'adresse également des remerciement à Erik, Benjamin, Marie, Jean-Baptiste, Guillaume et Valentina pour leur soutien, ainsi que des remerciements plus particuliers à Julie et Sébastien pour leur soutien malgré la distance.

Last but not least, je remercie tout particulièrement Caroline pour tous les bons moments passés et à venir.

Liste des acronymes

3G	Réseau de communication mobile UMTS (Universal Mobile Telecommunications System)
ABS	AntiBlocage de Sécurité
ADAS	Advanced Driver Assistance System
C/A	Coarse / Acquisition
CAN	Controller Area Network
CVIS	Cooperative Vehicule-Infrastructure Systems
DGPS	Differential GPS
DoD	Departement of Defense
DOP	Dilution Of Precision
eCall	emergency call : Système d'appel d'urgence automatique
ECEF	Earth-Centered, Earth-Fixed
ECI	Earth-Centered Inertial
EDAS	EGNOS Data Access Service
EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay System
EKF	Extended Kalman Filter
ENU	East-North-Up
ESA	European Space Agency
FM	Frequency Modulation
GBAS	Ground-Based Augmentation System
GLONASS	GLObalnaya NAvigatsionnaya Spoutnikovaya Sistema
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
HAL	Horizontal Alarm Level
HPL	Horizontal Protection Level
HRMS	Horizontal Root Mean Square
ICAO	International Civil Aviation Organisation
IMM	Interacting Multiple Model
ITS	Intelligent Transportation System
LCPC	Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
LDM	Local Dynamic Map

MDB	Minimum Detectable Bias
MEMS	Micro-Electro-Mechanical Systems
MOPS	Minimum Operational Performance Standards
MSAS	MTSAT-Based Augmentation System
MTSAT	Multifunctional Transport Satellites
Navstar	NAVigation System by Timing And Ranging
NDB	Non-Directional Beacon
NEES	Normalized Estimation Error Squared
NGA	National Geospatial-Intelligence Agency
NIS	Normalized Innovation Squared
POMA	Positioning, Maps & Location Referencing
PPK	Post-Processed Kinematics
PPS	Precise Positioning Service
PRN	Pseudo Random Noise
RAIM	Receiver Autonomous Integrity Monitoring
RNP	Required Navigation Performances
RTK	Real-Time Kinematics
SA	Selective Availiability
SBAS	Satellite-Based Augmentation System
SIG	Système d'Information Géographique
SPS	Standard Positioning Service
USNO	US. Naval Observatory
UTC	Universal Time Coordinates
VAL	Vertical Alarm Level
VHF	Very High Frequency (30-300 MHz)
VOR	VHF Omnidirectional Range
VPL	Vertical Protection Level
WAAS	Wide Area Augmentation System
WGS	World Geodetic System
WSSE	Weigthed Sum of Squared Errors

Table des matières

Résumé **i**

Remerciements **iii**

Liste des acronymes **v**

Table des matières **vii**

I Introduction générale **1**

1 Cadre général 1
2 Problématique 2
3 Organisation du mémoire 3

II Introduction au positionnement par satellites **5**

1 Introduction 5
2 Les systèmes de positionnement actuels 5
3 Principe de fonctionnement du positionnement par satellite 11
4 Génération des observables GPS 14
5 Utilisation des corrections EGNOS 24
6 Calcul standard d'un point GPS 32
7 Intégrité de la solution de navigation 38
8 Conclusion 42

III Cartes routières navigables pour le positionnement **43**

1 Introduction 43
2 Structure du cache de routes 44
3 Description *orientée-objet* du réseau routier 45
4 Repère de travail associé au cache de routes 49
5 Conclusion 52

IV Utilisation de cartes dans un calcul GPS **53**

1 Introduction 53
2 Expression du changement de repère 54
3 Calculs supposant l'association connue 55
4 Sélection du segment de route 60

5 Résultats expérimentaux 63
6 Conclusion 71

V Fusion mono-hypothèse séquentielle de la carte 73
1 Introduction 73
2 Modélisation du véhicule 73
3 Information cartographique dans le processus de fusion 78
4 Processus d'estimation séquentielle 80
5 Résultats expérimentaux 86
6 Conclusion 98

VI Positionnement contraint sur carte 3D par couplage serré 101
1 Introduction 101
2 Modélisation du positionnement contraint 102
3 Résolution par filtrage particulaire 106
4 Application au suivi par couplage serré sur carte 3D 110
5 Résultats expérimentaux 117
6 Conclusion 129

VIIConclusion générale et perspectives 131

VIIRéférences bibliographiques 135

A Dispositif expérimental 141

B Position et Vitesse d'un satellite GPS 147

C Calcul des jacobiennes du filtre de Kalman Étendu 155

Une grande part du travail scientifique ne consiste pas à "établir des vérités" mais à détruire ses propres idées.

Terry Pratchett, Ian Stewart & Jack Cohen. *La science du disque-monde II : Le globe*

Les questions ne sont pas obligées d'avoir du sens, mais les réponses si.

Terry Pratchett. *Procastrination*

Chapitre I

Introduction générale

1 Cadre général

L'apparition, au début des années 1990, d'un système de positionnement global par satellites ouvert au grand public et permanent, a entraîné une révolution dans de nombreux domaines avec l'apparition de récepteurs GPS abordables. Relativement précis compte-tenu des dégradations volontaires appliquées à l'époque, ces récepteurs permettaient de fournir une estimation de la position mais également une référence de temps. Les nombreuses améliorations apportées depuis ont permis l'apparition d'applications variées allant de la synchronisation d'émetteurs FM, la surveillance des déformations d'un bâtiment ou l'analyse des couches atmosphériques. Cependant, une majorité des récepteurs GNSS civils sont exploités pour des applications de positionnement. Citons, par exemple, les systèmes d'information des voyageurs dans les transports en commun, ou ceux permettant de connaître à tout instant la position d'une personne vulnérable. Il existe également certaines utilisations plus ludiques comme le "geo-caching", une sorte de chasse au trésor assistée par GPS.

Les applications dans le domaine des transports terrestres sont nombreuses : aide à la navigation pour guider l'automobiliste, suivi d'une flotte de véhicule commerciaux, ou surveillance d'un véhicule volé. Ces applications fonctionnent généralement conjointement avec un système d'information géographique, plus particulièrement une carte routière navigable décrivant le réseau routier. Comme la plupart des véhicules ne quittent que temporairement le réseau, ce dernier constitue une information pertinente. Son utilisation comme source d'information complémentaire a été envisagée dès la fin des années 80 [Claussen and Lichmer, 1989, Collier, 1990].

À l'heure actuelle, l'amélioration des systèmes GNSS et la généralisation des données géo-référencées, couplée à des coûts de mise en œuvre peu élevés, permettent d'envisager de nouvelles applications plus avancées, en témoignent les divers projets de recherche entourant ces travaux : le projet européen *CVIS*[1]-*POMA*[2] et le projet national *CityVIP*. Ces deux projets visent des objectifs différents mais posent cependant des questions communes en terme de positionnement.

1. COOPERATIVE VEHICLE-INFRASTRUCTURE SYSTEMS
2. POSITIONING, MAPS & LOCATION REFERENCING

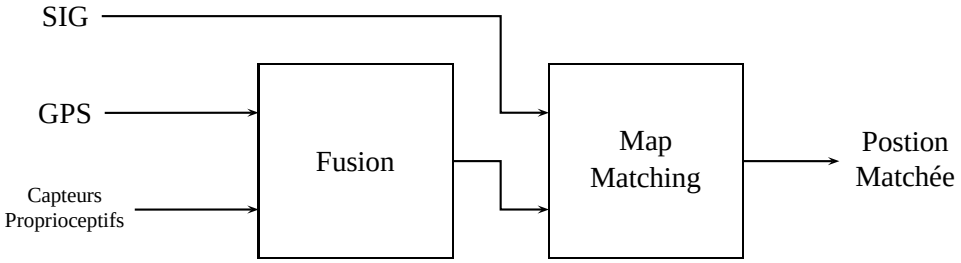


FIGURE I.1 – Utilisation de l'information cartographique dans le projet CVIS–POMA.

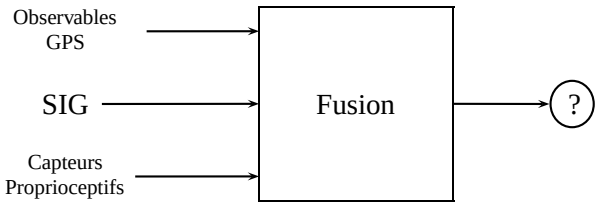


FIGURE I.2 – Fusion de l'information cartographique par couplage serré de l'odométrie et des observables GPS. Les observables utilisés sont la mesure de pseudodistance et la mesure de Doppler sur le signal.

Le projet *CVIS* vise à créer une plate-forme permettant l'émergence d'un ensemble d'applications et de services exploitant la communication inter-véhicule et véhicule-infrastructure. Cependant, de telles applications nécessitent une bonne connaissance de la position du véhicule. C'est l'un des objectifs du sous-projet *POMA* via l'intégration des techniques de *map-matching* avancées –Figure I.1– et l'amélioration des outils cartographiques existants en vue de ces nouvelles applications. Le principal objectif est de fournir une position fiable du véhicule à l'ensemble des applications le demandant. Si le conducteur reste un acteur majeur dans le cadre du projet *CVIS*, ce n'est plus le cas dans le projet *CityVIP*. Au contraire, ce projet vise à développer un système de transport individuel automatisé pour les centres des grandes agglomérations. La navigation d'un tel véhicule dans un espace ouvert impose de pouvoir le commander de façon sûr et réactive, d'être en mesure de re-planifier *à la volée* une trajectoire à suivre, mais aussi de percevoir l'environnement direct du véhicule afin d'éviter les obstacles se présentant sur le parcours. Cependant, la perception ne s'arrête pas à l'identification et la localisation d'un obstacle. En effet, pour pouvoir se mouvoir d'un point à un autre, le contrôleur du véhicule doit tout d'abord savoir comment il se situe par rapport à la trajectoire qu'il doit suivre. On parle alors d'ego-localisation ou de positionnement [3].

Ces travaux s'inscrivent donc principalement dans le domaine des transports intelligents –ITS–, en marge du projet *CVIS–POMA* dont certains résultats ont été exploités.

2 Problématique

La problématique générale peut être résumée par la question suivante :

> *Quels sont les bénéfices apportés par la connaissance a priori du réseau routier dans le cadre d'un processus de positionnement par satellites aidé de capteurs proprioceptifs liés au véhicule ?*

Le processus permettant d'estimer la position d'un récepteur est un processus relativement peu complexe, mais soumis à de nombreuses sources d'erreur, particulièrement en milieu urbain où la présence des bâtiments entraîne des pertes de disponibilité des signaux ou des perturbations sur ces derniers. Qui plus est, si les systèmes GNSS seuls fournissent une solution suffisamment précise pour guider un automobiliste, la précision demandée pour le pilotage d'un véhicule autonome est inaccessible au GNSS en mode naturel. La fusion des données GPS avec des sources d'informations tierces est une pratique courante ayant pour objectif d'améliorer la disponibilité et la qualité de la solution de localisation.

Au même titre que les systèmes GNSS, une carte routière navigable peut être considérée comme une source d'information extéroceptive. L'intérêt est que la disponibilité de ces informations n'est pas dépendante de l'environnement direct du véhicule. Elle peut également être considérée comme une contrainte sur la position du véhicule, la majorité des véhicules quittant rarement le réseau. En revanche, l'utilisation de ces données suppose une phase d'association préalable rendue complexe par la discrétisation spatiale et la présence de décalages cartographiques.

La présence de l'ABS étant obligatoire pour les véhicules produit après 2004 et les systèmes de contrôle de la trajectoire du véhicule [4] tendant à se généraliser même sur les véhicules d'entrée de gamme, les

3. On utilisera parfois le terme localisation par abus de langage
4. Chaque constructeur utilise sa propre dénomination.

véhicules récents sont équipés de capteurs proprioceptifs qui peuvent également fournir un complément d'information à travers un modèle de véhicule. En fusionnant ces données avec la solution GPS, il est possible d'améliorer la solution fournie. Cependant, le couplage lâche (c'est-à-dire l'utilisation de positions calculée par le récepteur) est soumis aux mêmes limitations que le GPS, puisqu'il est dépendant de la disponibilité de la solution GPS. En revanche, en couplage serré, c'est-à-dire en fusionnant la mesure de pseudodistance et la mesure de Doppler fournie par un récepteur GPS avec des données tierces, il est possible d'exploiter ces données même lorsque la visibilité n'est pas suffisante pour permettre de calculer la solution GPS seule.

Ces travaux reposent donc sur l'idée que la fusion serrée d'un récepteur GPS, d'une carte routière navigable et de capteurs proprioceptifs peut permettre d'améliorer la disponibilité et la précision de la solution fournie lorsque les conditions de signal dégradent l'utilisation du GPS seul. La question sous-jacente est alors de savoir sous quelle forme fournir la position du véhicule puisque la carte fait alors partie intégrante du processus de fusion –figure I.2–. Pour répondre à cette problématique, nous avons envisager l'utilisation du réseau comme une contrainte de l'espace d'état pour calculer une position relative au réseau, ou comme un capteur logiciel de façon à calculer une position globale.

3 Organisation du mémoire

Au cours de ces travaux, nous avons été confrontés à plusieurs verrous, certains d'ordre purement technologiques et certains d'aspects plus fondamentaux. Ceci se reflète dans l'organisation de ce mémoire, qui s'articule autour de deux parties.

La première partie est constituée par les chapitres II et III qui abordent les aspects technologiques liés aux deux sources d'information exploitées ici. Le processus de localisation s'appuie principalement sur un récepteur GPS. Le fonctionnement général des systèmes GNSS est présenté dans le chapitre II. Il présente les principes de fonctionnement généraux des systèmes de positionnement par satellites ainsi que la génération des observables dans le cas particulier du système GPS. Ce chapitre introduit également la méthode de résolution classique du calcul de point et met l'accent sur l'utilisation des corrections EGNOS. Un système d'information géographique constitue la seconde source d'information utilisée au cours de ces travaux. Le chapitre III présente l'architecture logicielle utilisée ainsi que les modèles de données permettant de décrire le réseau routier du point de vue informatique.

Ces aspects techniques sont nécessaires pour la bonne compréhension des travaux présentés dans la deuxième partie du mémoire, constituée par les chapitres IV, V et VI. Chacun des chapitres tente d'apporter une réponse à la problématique générale en l'abordant sous un angle différent.

Ainsi, le chapitre IV étudie deux approches permettant d'utiliser l'information cartographique dans le cadre d'un calcul de position GPS en mode naturel. L'information cartographique fournie par la géométrie du réseau routier est ainsi exploitée, soit pour fournir un observable additionnel, soit comme une contrainte de l'espace d'état du récepteur, permettant ainsi d'augmenter la disponibilité de la localisation. Une approche de sélection de route dans le domaine des mesures est également proposée. En combinant les deux approches, elle permet de résoudre le problème de la sélection de route sans connaissance préalable de la position du récepteur. Le chapitre se conclut par un ensemble de résultats expérimentaux basés sur des données réelles validant les approches proposées.

Le chapitre V exploite la connaissance du déplacement du véhicule dans l'estimation de la localisation au travers d'une méthode de fusion multi-capteur. Nous proposons ici une approche robuste mono-hypothèse permettant d'intégrer l'information fournie par la géométrie du réseau comme un capteur de cap. En raison de l'approche mono-hypothèse, une étape de sélection de route est nécessaire pour en permettre l'utilisation. Cela implique de considérer les intersections du réseau comme des zones d'ambiguïté afin d'assurer la robustesse du filtre. Des résultats expérimentaux permettent de valider l'approche proposée dans ce chapitre.

Le chapitre VI se focalise sur la notion de positionnement multi-hypothèse contraint sur la carte. Une description bayésienne du problème du positionnement d'un véhicule sur un réseau routier est proposée exploitant à la fois les propriétés géométriques et topologiques d'une carte navigable. Cette description

permet de résoudre simultanément le problème du positionnement et de la sélection de route. Pour résoudre ce double problème, un solveur basé sur les méthodes de *Monte Carlo* est proposé. Il est ensuite appliqué au problème de la localisation sur une carte navigable 3D par couplage serré des observables GNSS. Le chapitre se conclut par un ensemble de résultats expérimentaux illustrant les performances de la méthode en conditions réelles.

Finalement, le mémoire se termine par une discussion sur les contributions des différentes approches proposées dans les chapitres IV à VI. On évoque également les perspectives de ces travaux en termes de développements théoriques comme en termes de développements technologiques.

Chapitre II

Introduction au positionnement par satellites

1 Introduction

On s'intéresse ici aux systèmes de positionnement par satellites, aussi appelés systèmes GNSS pour *Global Navigation Satellite System*. Ces systèmes permettent d'estimer la position d'un utilisateur au voisinage de la Terre dans un système de référence global. Depuis l'apparition dans les années 70 du système *Transit*, les systèmes de positionnement globaux par satellites se sont développés et ont pris une place prépondérante dans de nombreux segments de la société. La connaissance de la position d'un objet à la surface de la terre en temps-réel avec une précision décamétrique a permis l'émergence de nombreuses applications.

On présente dans un premier temps les systèmes GNSS actuels : GPS, Galileo et GLONASS. Dans ces travaux, nous nous sommes concentrés sur l'utilisation du système GPS augmenté d'EGNOS. On introduit également les systèmes d'augmentation permettant d'améliorer les mesures en fournissant un ensemble de corrections. On détaille ensuite les modèles de mesure associés au système GPS et les corrections fournies par le système EGNOS. On introduit également la résolution de la position GPS par la méthode des moindres-carrés après applications des corrections EGNOS. Enfin, on présentera les concepts usuels d'intégrité.

2 Les systèmes de positionnement actuels

2.1 Navstar GPS

Le système américain Navstar [1] GPS, ou GPS par abus de langage, est aujourd'hui le plus développé des systèmes de positionnement par satellites. En effet, il est le seul à être pleinement opérationnel à ce jour.

2.1.1 Historique

Le système GPS a été développé à partir des années 1970 par le Ministère de la Défense (DoD) américain en remplacement de l'ancien système *Transit* qui offrait une couverture et une précision insuffisante pour la navigation. Les premiers satellites ont été mis en orbite à partir de 1978 et le GPS a été déclaré pleinement opérationnel le 27 avril 1995.

Conçu à la base pour des applications exclusivement militaires, le congrès américain a cependant fait pression pour que des applications civiles soit possibles. Si la précision des applications civiles était

1. NAVigation System by Timing And Ranging

limitée à une centaine de mètres, la désactivation de la *SA*[2] au cours de l'an 2000 a permis de faire passer cette dernière à une dizaine de mètres. Le système GPS fournit ainsi deux types de services aux utilisateurs pour la localisation et la mesure de temps.

- **SPS**, pour *Standard Positioning Service*, destiné aux utilisateurs civils et accessible librement,
- **PPS**, pour *Precise Positioning Service*, accessible uniquement par les militaires ou les utilisateurs civils dûment accrédités par le DoD.

2.1.2 Description du système

Le système GPS s'articule autour de trois éléments principaux :

- **Segment spatial :** le segment spatial est composé de la constellation des satellites en orbite autour de la Terre (Cf Tableau II.1). Les satellites sont répartis sur 6 plans orbitaux de façon à assurer une visibilité minimale de 4 satellites à 15° d'élévation minimum en tout point du globe –Cf. Annexe B–.
  Chaque satellite est identifié, notamment par son code PRN –*Pseudo Random Noise*– puisque ce dernier est utilisé pour la génération du signal et émet un signal modulé sur deux fréquences (L1/L2) contenant également les données de navigation, ou éphémérides, permettant de calculer la position du satellite. La structure du signal est détaillée au paragraphe **??**. Grâce à l'utilisation d'horloges atomiques, les satellites émettent un signal d'une grande stabilité en fréquence.
- **Segment de contrôle :** le segment de contrôle surveille en continu le segment spatial au moyen de 6 stations de contrôle réparties autour du globe (Cf. Figure II.1). En septembre 2005, 6 stations supplémentaires gérées par la NGA[3] ont été ajoutées afin de pouvoir surveiller tous les satellites sur au moins deux stations en simultané.
  Chaque station transmet ainsi les observations à la station principale située dans le Colorado qui se charge de l'estimation des éphémérides et des paramètres d'horloge. Les nouveaux paramètres sont ensuite transmis aux satellites via les stations de transmission (Ascension, Diego Garcia, Kwalajalein).
- **Segment utilisateur :** c'est le segment le plus large, puisqu'il rassemble tous les récepteurs GPS utilisant le signal transmis par le segment spatial. On trouve une large variété de récepteurs, allant du récepteur mono-fréquence bon marché au récepteur dit de géodésie, beaucoup plus précis et réservé aux applications de topographie. Le type de récepteur employé dépend fortement de l'application qui exploite le GPS. Ainsi, pour une application dans le domaine de l'automobile, les constructeurs se contentent généralement de récepteurs mono-fréquence (L1C) à faible coût.

2.1.3 Évolutions futures

La désactivation de la *SA* décidée au cours de l'année 2000 par le gouvernement américain peut être considérée comme la première étape de la modernisation du système GPS. Ces améliorations visent un double objectif. Dans un premier temps, il s'agit d'améliorer la précision et l'intégrité pour les utilisateurs civils. En parallèle, il s'agit d'améliorer la robustesse du signal GPS face au brouillage pour les utilisateurs militaires. Cependant, ces modifications doivent permettre une continuité de service pour les utilisateurs exploitant des récepteurs d'ancienne génération, c'est-à-dire n'intégrant pas ces améliorations.

Le principal effort porte sur une modernisation des signaux. Les satellites les plus récents ont été modernisés à partir de mai 2005 pour permettre l'émission d'un code civil additionnel sur la porteuse L2. Ce code additionnel (L2C) permettra aux utilisateurs du code civil de corriger les effets ionosphériques par combinaison bi-fréquence. Parallèlement, une troisième fréquence porteuse (L5 – $1.176,45 MHz$) sera mise en place, notamment pour des applications de type *Safety-of-life*. Le *Federal Navigation Plan*, paru en 2005[4], prévoit ainsi que 24 satellites émettant le code L2C seront en orbite en 2013 et que 24

2. Selective Avaliability
3. National Geospatial-Intelligence Agency
4. disponible à l'adresse suivante : `http://gps.afspc.af.mil/gpsoc/documents/frp.pdf`

```
SVN  PRN
23    32  Launched 26 NOV 1990; usable 26 FEB 2008; operating on Rb std
24    24  Launched 04 JUL 1991; usable 30 AUG 1991; operating on Cs std
25    25  Launched 23 FEB 1992; usable 24 MAR 1992; operating on Rb std
26    26  Launched 07 JUL 1992; usable 23 JUL 1992; operating on Rb std
27    27  Launched 09 SEP 1992; usable 30 SEP 1992; operating on Cs std
30    30  Launched 12 SEP 1996; usable 01 OCT 1996; operating on Cs std
33    03  Launched 28 MAR 1996; usable 09 APR 1996; operating on Cs std
34    04  Launched 26 OCT 1993; usable 22 NOV 1993; operating on Rb std
35    XX  Launched 30 AUG 1993; usable 28 SEP 1993; decommissioned 26 MAR
            Set unusable 26 Mar 1320 UT. Decommissioned 26 Mar 2031 UT.
              PRN 05 available (NANUs 2009020,2009023/26 MAR)
36    06  Launched 10 MAR 1994; usable 28 MAR 1994; operating on Rb std
37    XX  Launched 13 MAY 1993; Discontinued Transmition of L-Band 06 JAN
38    08  Launched 06 NOV 1997; usable 18 DEC 1997; operating on Cs std
39    09  Launched 26 JUN 1993; usable 21 JUL 1993; operating on Rb std
40    10  Launched 16 JUL 1996; usable 15 AUG 1996; operating on Cs std
41    14  Launched 10 NOV 2000; usable 10 DEC 2000; operating on Rb std
43    13  Launched 23 JUL 1997; usable 31 JAN 1998; operating on Rb std
44    28  Launched 16 JUL 2000; usable 17 AUG 2000; operating on Rb std
45    21  Launched 31 MAR 2003; usable 12 APR 2003; operating on Rb std
46    11  Launched 07 OCT 1999; usable 03 JAN 2000; operating on Rb std
47    22  Launched 21 DEC 2003; usable 12 JAN 2004; operating on Rb std
48    07  Launched 15 MAR 2008; usable 24 MAR 2008; operating on Rb std
49    01  Launched 24 MAR 2009;
            Launched 24 Mar 0384 UT; unusable until further notice
              (NANU 2009021)
            Scheduled data-less L5 transmission starting 10 APR 1000 UT
              (NANU 2009025)
50    05  Launched 17 AUG 2009;
            Launched 17 Aug 1035 UT; unusable until further notice
              (NANU 2009053)
51    20  Launched 11 MAY 2000; usable 01 JUN 2000; operating on Rb std
52    31  Launched 25 SEP 2006; usable 12 OCT 2006; operating on Rb std
53    17  Launched 26 SEP 2005; usable 16 DEC 2005; operating on Rb std
54    18  Launched 30 JAN 2001; usable 15 FEB 2001; operating on Rb std
55    15  Launched 17 OCT 2007; usable 31 OCT 2007; operating on Rb std
56    16  Launched 29 JAN 2003; usable 18 FEB 2003; operating on Rb std
57    29  Launched 20 DEC 2007; usable 02 JAN 2008; operating on Rb std
58    12  Launched 17 NOV 2006; usable 13 DEC 2006; operating on Rb std
59    19  Launched 20 MAR 2004; usable 05 APR 2004; operating on Rb std
60    23  Launched 23 JUN 2004; usable 09 JUL 2004; operating on Rb std
61    02  Launched 06 NOV 2004; usable 22 NOV 2004; operating on Rb std
```

TABLE II.1 – État de la constellation GPS au 19.08.2009, disponible à l'adresse suivante : `ftp://tycho.usno.navy.mil/pub/gps/gpstd.txt`

FIGURE II.1 – Stations de surveillance du système GPS

Signal	*IIR*	*IIR-M*	*IIF*
L1 – C	+	+	+
L1 – P	+	+	+
L1 – M		+	+
L2 – C		+	+
L2 – P	+	+	+
L2 – M		+	+
L5			+

TABLE II.2 – Codes transmis suivant le type de satellite [Duquenne et al., 2005]

satellites émettant la fréquence L5 seront disponibles en 2015. Est également prévue la modernisation du signal militaire. Un nouveau code, le code M est prévu pour remplacer le code P. Ce code, émis à la fois sur les porteuses L1 et L2 vise à augmenter la robustesse du GPS au brouillage intentionnel en augmentant la puissance émise et en utilisant des signaux à séparation spectrale.

Toutes ces améliorations conduiront à une augmentation de la précision pour les utilisateurs. Elles sont cependant conditionnées par le renouvellement de la constellation. Dans un premier temps, par le lancement des satellites de type *IIR-M*, puis des satellites de types *IIF* (Cf Tableau II.2). D'après [Duquenne et al., 2005], une précision métrique pourra être atteinte pour les applications basées sur la mesure de code, à condition d'effectuer une combinaison des codes L1C et L2C pour corriger les effets ionosphériques. L'ajout d'une troisième fréquence permettra également de faciliter la résolution des ambiguïtés pour le positionnement par la phase.

2.2 GLONASS

Le système GLONASS[5] est l'équivalent russe du GPS américain. Déclaré opérationnel en 1997, il ne l'a été que rarement à cause de l'absence d'entretien de la constellation par les autorités russes. Cependant, L'agence spatial travaille à la rénovation de ce système et cherche à améliorer sa compatibilité avec les autres systèmes GNSS [Ipatov and Shebshayevich, 2010].

Comme pour le GPS, le système GLONASS se décompose en trois segments. Au moment de la rédaction de ce document, la constellation du système GLONASS se compose de 19 satellites en orbite autour du globe situés sur 3 plan orbitaux inclinés à environ 65° pour une altitude de $19.000km$. Cette inclinaison plus importante des plans orbitaux permet d'assurer une couverture de meilleure qualité pour les zones à proximité des pôles. Contrairement au GPS où chaque satellite émet un code propre sur deux fréquences communes, les satellites GLONASS émettent un code unique mais sur des fréquences propres. [Durand, 2003] rappelle la formulation des fréquences de transmission pour les satellites GLONASS :

$$\begin{cases} f_{L1}^k &= 1602 + k \times 0,5625\,[MHz] \\ f_{L2}^k &= 1246 + k \times 0,4375\,[MHz] \end{cases} \tag{II.1}$$

avec k compris entre -7 et 6.

Contrairement au système américain qui utilise des stations de contrôle réparties tout autour du globe, le segment de contrôle du système GLONASS ne repose que sur des stations basées sur le territoire russe. D'où une dégradation de la précision des éphémérides en dehors de cette zone et une latence importante en cas de problème sur un satellite puisque le message de navigation de ce dernier ne peut être modifié que lors du survol du territoire russe.

5. GLObalnaya NAvigatsionnaya Spoutnikovaya Sistema

2.3 Galileo

2.3.1 Historique

Galileo, le système GNSS européen, part du constat que les systèmes de positionnement par satellites ont pris une part importante dans de nombreuses activités et que l'utilisation du GPS est soumis au bon vouloir du ministère de la défense américain. Sur cette base, l'Union Européenne envisage en 1994 la création d'un système GNSS propre à la communauté Européenne et géré par un organisme civil. Le développement du programme Galileo a été officiellement lancé le 26 mars 2002 sur décision de la Commission Européenne et, le 10 décembre 2004, le déploiement opérationnel de Galileo est autorisé. Au moment de la rédaction de ces lignes, seuls deux satellites expérimentaux Giove-A (28 décembre 2005) et Giove-B (27 avril 2008) ont été mis en orbite.

2.3.2 Description du système

Galileo a pour objectif de fournir un système de localisation par satellites civil et indépendant. Si l'objectif premier est le même que pour tout système de positionnement, à savoir fournir une estimation de la localisation de l'utilisateur, Galileo prévoit de fournir des services complémentaires à des degrés d'accessibilité variés [Durand, 2003] :

- **Open service (*OS*) :** service ouvert et gratuit pour le positionnement en mode naturel, équivalent au service SPS fournis par le système GPS (Cf. Sec. II.2.1). Ce service est principalement destiné à des applications grand public et ne disposera pas de dispositif de contrôle d'intégrité.
- **Commercial Service (*CS*) :** service payant, géré par des fournisseurs d'accès privé, offrant des performances accrues par l'adjonction de deux signaux supplémentaires cryptés, notamment en terme d'intégrité et de garantie de service.
- **Public Regulated Service (*PRS*) :** service gouvernemental crypté destiné à couvrir les besoins des institutions publiques de la Communauté Européenne en matière de protection civile et de sécurité nationale.
- **Safety of Life (*SoL*) :** service de haute intégrité pour des applications spécifiques mettant en jeu la sécurité des personnes, tel que le transport aérien, maritime, ou ferroviaire.
- **Search And Rescue (*SAR*) :** service contribuant au système de transmission de message de détresse COSPAR-SARSAT. Il proposera ainsi un canal de transmission permettant la réception et l'émission de messages émis par une balise de détresse en quasi temps-réel, ainsi que l'amélioration de la précision de la localisation de la balise.

Les trois premiers services proposés sont semblables à ceux proposés par le système GPS et le système GLONASS. Cependant le service *SoL* et le service *SAR* présentent une avancée considérable dans le domaine des systèmes de positionnement par satellites.

Lorsque Galileo sera pleinement opérationnel, le système sera, comme ses homologues russe et américain, composé de trois segments :

- **Segment spatial :** l'Agence Spatiale Européenne (ESA) envisage le déploiement d'une constellation de 30 satellites répartis sur trois plans orbitaux inclinés à 56° et à une altitude de 23.500*km* environ, ce afin d'assurer une couverture maximale des latitudes les plus élevées.
- **Segment de contrôle :** le segment de contrôle de Galileo sera articulé autour de deux centres de calcul principaux situés en Europe et de trente stations de base réparties autour du globe.
- **Segment utilisateurs :** l'ensemble des utilisateurs utilisant les différents services proposés par Galileo.

2.3.3 Structure du signal

Pour transmettre le signal, le système Galileo utilise le même principe que le système GPS, à savoir l'émission d'un code pseudo-aléatoire permettant l'identification du satellite sur des bandes de fréquences fixes. Au total, chaque satellite Galileo émettra 10 signaux de navigation dans une bande

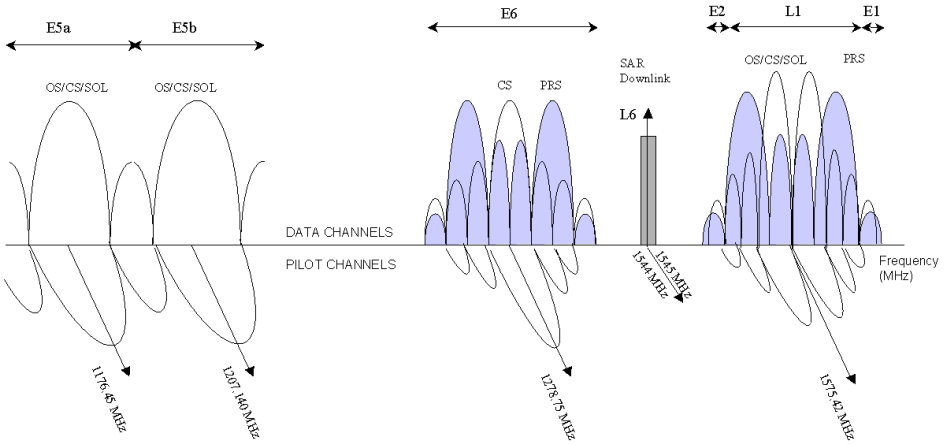


FIGURE II.2 – Structure du signal Galileo (Source : ESA).

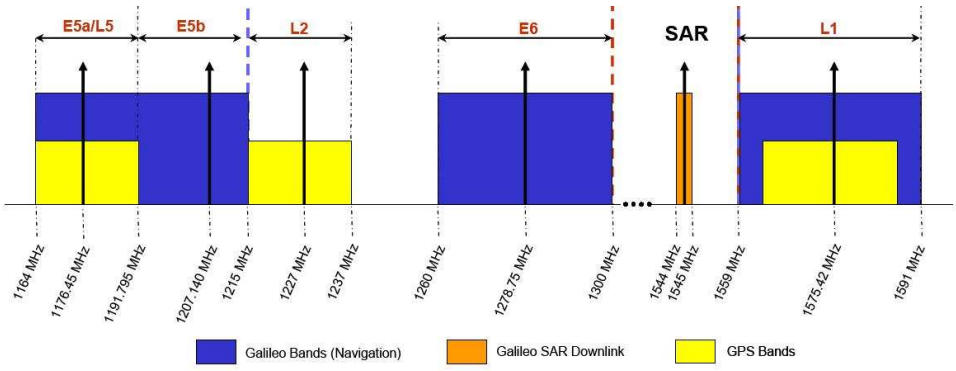


FIGURE II.3 – Bandes de fréquence GPS et Galileo (Source : [Hein et al., 2003])

de fréquence comprise entre $1,1GHz$ et $1,6GHz$, également partagée par le GPS et GLONASS. La figure II.2 montre l'organisation du signal sur les différentes porteuses retenues pour le GPS. Les auteurs de [Durand, 2003] et de [Duquenne et al., 2005] détaillent le contenu des différentes porteuses. Le lecteur intéressé pourra se rapporter à ces documents pour de plus amples informations.

Nous pouvons attirer l'attention sur certains points qui auront une implication importante dans le développement de futures applications.

Premièrement, les auteurs de [Hein et al., 2003] font observer que la bande de fréquence E5 est contenue dans celle utilisée par les systèmes de radio-navigation utilisées en aéronautique, ce qui pose un problème d'interférence au niveau de la réception, principalement en altitude.

Deuxièmement, on peut observer que la bande de fréquence L1 utilisée par les satellites Galileo recouvre la bande de fréquence L1 utilisée par les satellites GPS comme le montre la figure II.3. En utilisant des schémas de modulations différents, Galileo a joué dès sa création la carte de l'interopérabilité entre les deux systèmes. On perçoit rapidement l'intérêt pour les applications que nous cherchons à développer : l'apparition de récepteurs capables d'utiliser à la fois des satellites GPS et des satellites Galileo permettant ainsi une meilleure disponibilité et intégrité du positionnement par satellite et ce même avec un récepteur standard.

2.4 Les systèmes d'augmentation

Les applications actuelles, notamment en aéronautique, souhaitent maintenant obtenir plus de précision et d'intégrité dans l'information fournie par le GPS. Ce constat a conduit à la création de systèmes permettant l'extension du système GPS. On distingue ainsi les systèmes GBAS, pour *Ground-Based Augmentation System*, qui reposent uniquement sur une station au sol et dont la portée est limitée et les

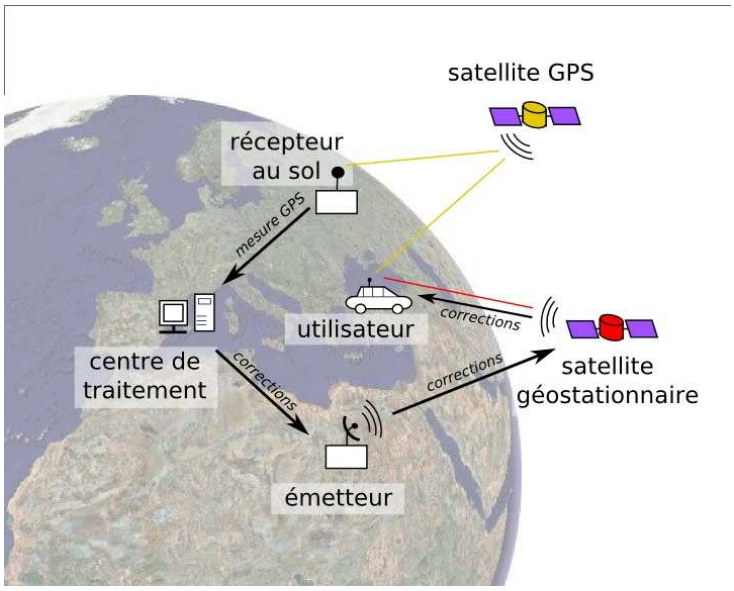


FIGURE II.4 – Fonctionnement d'un système SBAS (*Source : Olivier Le Marchand – Heudiasyc*)

systèmes SBAS, pour *Satellite-Based Augmentation System*, qui reposent sur un ensemble de stations au sol assurant le calcul des paramètres qui sont ensuite transmis via des satellites géostationnaires. Il existe au jour d'aujourd'hui trois systèmes d'augmentation distincts mais compatibles entre eux puisque reposant sur la même norme [RTCA/DO-229C, 2001]. On distingue ainsi le système EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service*) européen, le système WAAS (*Wide Area Augmentation System*) américain et le système MSAS (*MTSAT*[6]*-Based Satellite Augmentation System*) japonais. En parallèle, il existe également des services d'augmentation payant, tels que le système *OmniSTAR* par exemple.

Ces systèmes fonctionnent sur le principe du positionnement en mode différentiel (Cf Figure II.4). Un ensemble de stations au sol assure le suivi des satellites GPS et fournit l'ensemble des mesures au centre de traitement. La position des stations au sol étant connue, le centre de traitement peut estimer les corrections à appliquer aux mesures et les transmet au récepteur via les satellites géostationnaires. En plus des paramètres de correction, un ensemble de paramètres permettant d'estimer la fiabilité de la solution est transmis et un observable additionnel est créé pour les satellites géostationnaires.

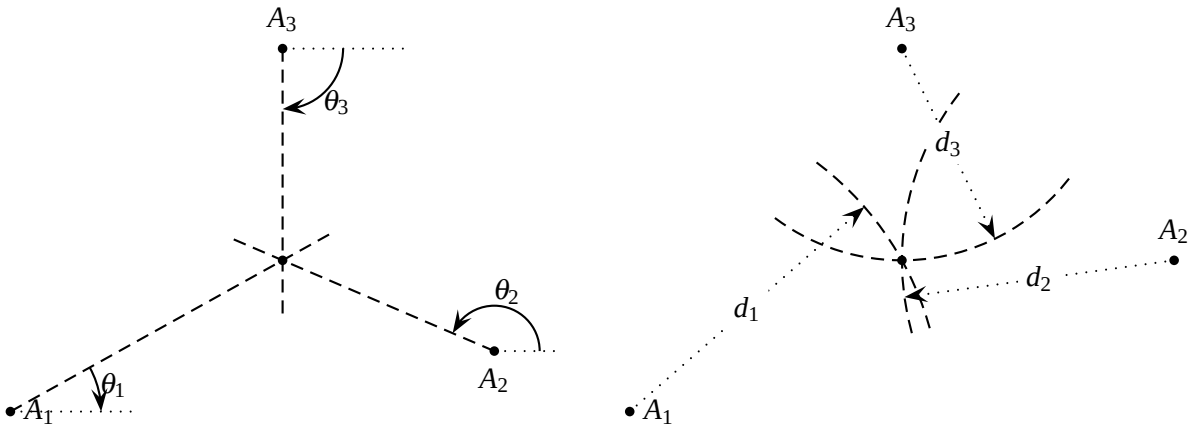
Dans la suite de ce document, nous utiliserons le système EGNOS pour corriger les mesures fournies par le récepteur GPS, un *Septentrio PolaRx2e*, mais l'observable additionnel ne sera pas utilisé. L'intérêt est que les corrections sont également accessibles à travers le réseau EDAS[7], et donc, en théorie, disponibles même en cas de masquage des satellites géostationnaires au moyen d'une connexion sans fils.

3 Principe de fonctionnement du positionnement par satellite

3.1 Multilatération spatiale

Il repose sur le principe de la multilatération spatiale, souvent confondue avec la localisation par triangulation utilisée en aéronautique avec les balises VOR[8] ou NDB[9], ou en navigation maritime à proximité des côtes. Cette dernière repose sur l'utilisation de mesures angulaires pour reconstruire la position du récepteur, comme le montre la figure II.5a. Dans ce cas, le récepteur est localisé à l'intersection des trois lignes de vue. A l'inverse, la multilatération repose sur l'utilisation de mesures de distance entre

6. Multifunctional Transport Satellites
7. `http://www.gsa.europa.eu/go/egnos/edas`
8. VHF Omnidirectional Range
9. Non-Directional Beacon



(a) Triangulation. (b) Multilatération.

FIGURE II.5 – Positionnement dans le plan avec trois balises.

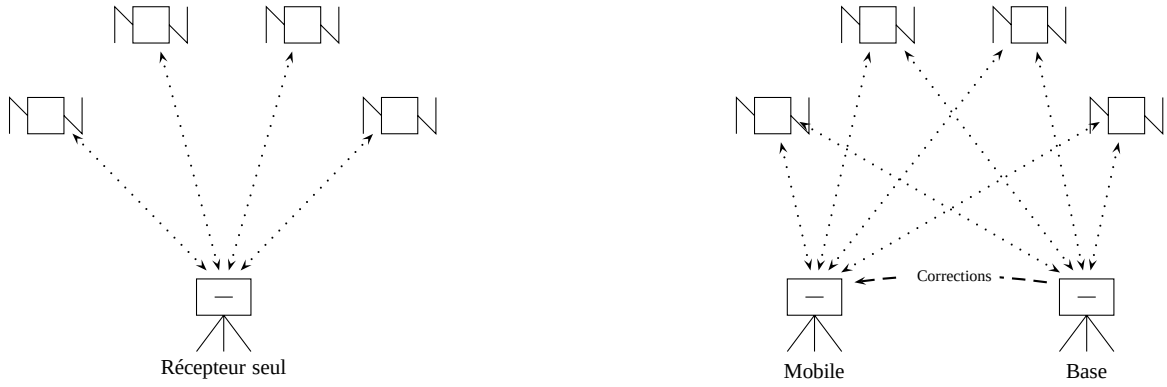
le récepteur et des amers de position connue. Dans ce cas, le récepteur est situé à l'intersection des cercles centrés sur les amers et de rayon égal à la distance mesurée (Cf Figure II.5b). En combinant les mesures de distance avec la position des amers, il est possible d'écrire un système d'équation non-linéaire qui peut être résolu par la méthode de Newton-Raphson. Le cas que l'on considère ici est malheureusement un cas idéal qui ne se présente que rarement : les mesures de distances sont exactes et non-bruitées et il y a suffisamment d'amers pour lever l'ambiguïté sur la position.

Dans le cas pratique du positionnement par satellites, l'espace dans lequel évolue le récepteur est tri-dimensionnel. La position du récepteur est donc située à l'intersection de trois sphères. De plus, la mesure de distance entre le récepteur et le satellite étant basée sur une mesure de temps de vol, il faut également considérer un paramètre de temps tenant compte de la dérive de l'horloge du récepteur par rapport au temps de référence du système GNSS. Le récepteur évolue donc dans un espace de dimension 4 –Espace et temps–. Ceci implique que sa position est alors considérée comme l'intersection de 4 sphères. Ainsi, la position du récepteur peut être résolue si on dispose d'au moins quatre satellites visibles [Langley, 1991, Kaplan, 1996, Hofmann-Wellenhof et al., 1994], d'où les problèmes liés à l'utilisation des systèmes GNSS dans les milieux urbains denses où la visibilité satellitaire est réduite par la présence des immeubles.

3.2 Les différents modes de fonctionnement

Au cours des dernières années, de nombreuses méthodes ont été proposées pour exploiter les systèmes GNSS. On les classe en deux grandes catégories :

- **Positionnement en mode naturel :** le positionnement en mode naturel, ou absolu, est le mode de base des systèmes GNSS. L'idée est de calculer la position et la vitesse du récepteur dans un repère global, le tout en temps-réel. On distingue alors plusieurs méthodes pour obtenir la mesure de pseudodistance : soit en exploitant la mesure de code C/A, soit en exploitant la mesure de phase. L'utilisation de la mesure de phase permet une estimation plus précise de la position. Elle nécessite cependant 5 mesures pour résoudre les ambiguïtés dues à la longueur d'onde du signal [Durand, 2003], ce qui s'avère être un facteur limitant pour une utilisation en milieu urbain.
- **Positionnement en mode différentiel :** Conçu à l'origine pour réduire les effets de la *SA*, le mode différentiel permettait une nette amélioration de la précision puisqu'il permet d'éliminer les allongements dus à la traversée de l'atmosphère. Le principal problème réside dans la nécessité de maintenir un canal de communication entre la station de base et le récepteur mobile afin de transmettre les messages de correction. Le second problème est que la position ainsi obtenue est une position relative du récepteur mobile par rapport à la station de base, les erreurs d'estimation de la position de la base se reportant sur l'estimation de la position du mobile. Comme pour le



(a) Mode naturel (b) Mode différentiel

FIGURE II.6 – Modes de fonctionnement des systèmes GNSS

mode absolu, il est possible de fonctionner soit sur la mesure de code, soit sur la mesure de phase. L'utilisation de la mesure de phase permet d'obtenir une solution plus précise. Cependant, elle nécessite au moins 5 satellites communs à la base et au mobile, ce qui peut poser problème en milieu urbain. Si le traitement est effectué en temps-réel, on parle alors de DGPS RTK, pour *Real-Time Kinematics*, par opposition au DGPS PPK, pour *Post-Processed Kinematics*, pour le traitement a posteriori. La technique du DGPS PPK a été utilisée ici pour établir la vérité terrain lors des campagnes d'essai.

Pour un déploiement à grande échelle, l'utilisation du DGPS n'est pas envisageable notamment pour ne pas surcharger les moyens de communication, mais également à cause de la nécessité d'avoir en permanence 5 satellites communs entre la station de base et le récepteur mobile, ce qui peut s'avérer complexe en environnement urbain dense. Il en est de même pour le positionnement par la phase puisque la résolution des ambiguïtés entières impose de disposer de 5 satellites minimum.

3.3 Systèmes de référence

L'objectif d'un système de localisation étant de fournir la position de l'utilisateur, il est également nécessaire de définir le système de référence dans lequel est exprimée la position. En outre, les systèmes GNSS nécessitent également un système de référence temporelle afin de pouvoir dater l'instant de réception du signal. On présente maintenant les systèmes de référence définis par le système GPS, et qui ont été utilisés dans le cadre de ces travaux.

3.3.1 Référence de temps

La composante temporelle est une composante importante des systèmes GNSS. Il existe d'ailleurs de nombreuses applications exploitant le système GPS pour réaliser une synchronisation d'horloge pour des éléments distants. La définition d'une échelle de temps précise est donc nécessaire. La référence de temps pour le système GPS, que l'on appellera temps GPS dans la suite de ce document, est construite à partir de la réalisation du temps *UTC* [10] faite par le *US. Naval Observatory*. Cette réalisation du temps UTC est communément désignée dans la littérature sous l'acronyme *UTC(USNO)*. La synchronisation entre ces deux échelles de temps a été réalisée le 6 janvier 1980 à 0h UTC [Kaplan, 1996].

Contrairement au temps GPS, l'échelle de temps UTC n'est pas continue. Il existe un décalage entre ce dernier et le temps GPS : au 1 janvier 2009, ce décalage était de 14 secondes. Afin de faciliter la manipulation des variables temporelles, le temps GPS s'exprime la forme d'un couple *Week – Time of*

10. *Universal Time Coordinates*, à ne pas confondre avec *Université de Technologie de Compiègne*

Week où *Week* est un entier désignant le numéro de la semaine depuis le 6 janvier 1980, et *Time of Week* le temps écoulé depuis le début de la semaine GPS courante et exprimé en secondes.

3.3.2 Référence spatiale

Le système GPS s'articule autour de trois références spatiales que nous allons maintenant préciser. Usuellement, le calcul de la position des satellites et du récepteur se fait dans un référentiel cartésien. On distingue ainsi deux systèmes de coordonnées cartésiens :

- **Earth-Centered Inertial – ECI.** Comme son nom l'indique, le référentiel ECI est un repère géocentré sur le centre de gravité terrestre dont les axes pointent dans des directions fixes et définies de la façon suivante : le plan XY coïncide avec le plan équatorial, l'axe X étant orienté vers le point vernal de la trajectoire de la Terre. L'axe Z est pris comme perpendiculaire au plan XY, orienté positivement vers le pôle Nord pour obtenir un référentiel direct.
  En raison des mouvements de la Terre autour de son orbite [Hofmann-Wellenhof et al., 1994, p.27], ce référentiel n'est pas inertiel. Le référentiel est donc rendu inertiel en le fixant à un instant donné : dans le cas du GPS, au 1 janvier 2000 12h00 UTC(USNO) [Kaplan, 1996]. Dans ce référentiel, les satellites obéissent aux lois du mouvement et de la gravité de Newton (Cf. Annexe B).
- **Earth-Centered Earth-Fixed – ECEF.** Contrairement aux satellites, le mouvement des récepteurs GPS est lié au mouvement de la Terre. L'utilisation d'un repère de type inertiel n'a pas de sens. Il est donc d'usage d'exprimer les coordonnées de ces derniers dans un repère tournant, qui est de fait fixe par rapport à la Terre. Dans le cas du système GPS, le plan XY est défini comme étant le plan équatorial de la Terre, l'axe X est défini par le point d'intersection du méridien de Greenwich et le plan équatorial et l'axe Z est défini de façon à obtenir un repère direct, c'est-à-dire orienté positivement vers le pôle Nord géographique [Kaplan, 1996].
  Les paramètres d'éphéméride transmis via le message de navigation permettent d'exprimer directement la position des satellites dans ce référentiel. La résolution du problème de positionnement est donc classiquement effectuée dans ce référentiel.

Cependant, l'utilisation de coordonnées cartésiennes exprimées dans le repère ECEF rend difficile la compréhension de ces dernières. Suivant une habitude liée au début de la navigation maritime, il est courant d'exprimer la position dans un repère géodésique, c'est-à-dire comme un triplet *latitude – longitude – altitude*, pour rendre cette lecture plus facile. Cependant, il faut définir un système géodésique de référence pour que cette transformation soit possible.

- **World Geodetic System – WGS.** Un système géodésique permet de définir un modèle physique standard de la Terre et dans le cas du WGS il s'agit d'un modèle ellipsoïdal. Le système WGS est maintenu par l'agence de cartographie du DoD et le système GPS s'appuie sur la réalisation de 1984 (WGS84) [NIMA, 2000], qui est régulièrement remis à jour à partir d'observation d'un ensemble de stations GPS permanentes. Il est également utilisé dans la définition des éphémérides des satellites GPS puisque les coordonnées des satellites sont exprimées dans ce système de référence.

4 Génération des observables GPS

Un récepteur GPS est en mesure de fournir un ensemble d'observables variés. Nous nous intéressons maintenant à la génération de ces derniers et aux modèles de mesure qui leur seront associés.

4.1 Structure du signal GPS

Pour comprendre comment sont construits les observables, il est nécessaire de s'attarder quelque peu sur la structure du signal GPS. Toute la structure du signal s'articule autour de la fréquence fondamentale f_0 ($10,23 MHz$) générée par l'horloge atomique du satellite. La grande stabilité de ces dernières rend le signal extrêmement fiable. A partir cette fréquence fondamentale sont générées les deux porteuses L1 et L2 de telle sorte que :

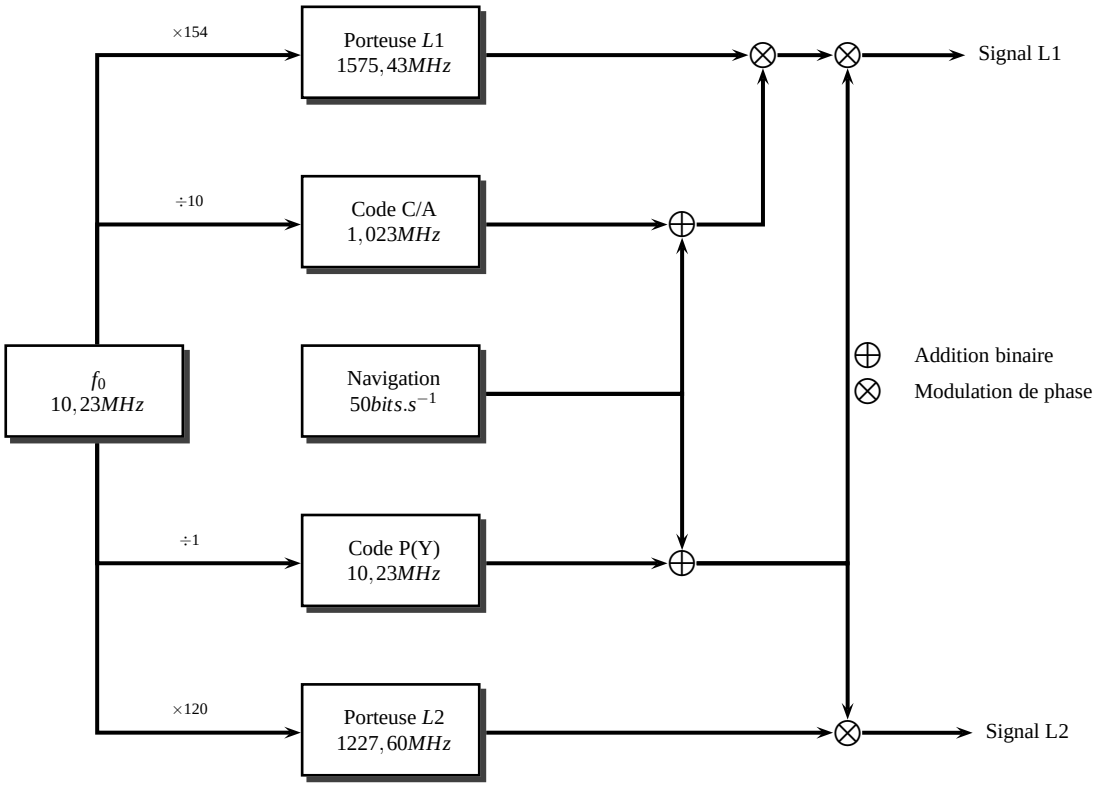


FIGURE II.7 – Structure et génération du signal GPS

$$\begin{cases} f_{L1} &= 154 \times f_0 = 1575,42\,MHz \\ f_{L2} &= 120 \times f_0 = 1227,60\,MHz \end{cases} \tag{II.2}$$

Ces deux porteuses constituent la base du signal GPS et sont modulées par le message de navigation ainsi que les codes PRN permettant d'identifier les satellites. Chacun des codes est transmis à des fréquences différentes [Kaplan, 1996] :

- **Code C/A (coarse/acquisition).** Séquence de 1023 bits émise à la fréquence de $1,023MHz$, soit toutes les millisecondes. La rapidité d'émission de ce code permet une identification rapide du satellite par le récepteur. De plus, ce dernier est usuellement utilisé pour identifier le satellite (numérotation PRN).
- **Code P(Y) (precise).** Ce code est réservé au service *PPS*. Il est constitué d'une séquence unique de $2,3547 \times 10^{14}$ bits émis à la fréquence de $10,23\,MHz$, soit une période de $266,41$ jours. En réalité chaque satellite émet un tronçon particulier de ce code, équivalent à 7 jours d'émission. Du fait de sa longueur, l'acquisition du code P est difficile, mais présente l'avantage de ne pas être ambiguë.
- **Message de navigation.** Le message de navigation est transmis à la fréquence de $50Hz$ et se décompose en 5 sous-messages (*subframes*) de 300 bits. Il contient des informations telles que les éphémérides, les paramètres d'horloge du satellite [11], des indicateurs sur la santé du satellite, etc... Les 5 sous-messages sont émis de façon continue, mais les sous-messages 4 et 5 contenant des informations de moindres importances, ils sont découpés en *pages* qui sont transmises alternativement de telle sorte que la réception du message de navigation nécessite 25 cycles, soit 750 secondes [ICD-GPS-200D, 2004].

Les codes sont ainsi combinés par addition binaire et sont utilisés pour moduler la fréquence porteuse par inversion de phase comme le montre la figure **??**.

11. L'annexe B détaille l'utilisation des éphémérides et des paramètres d'horloge.

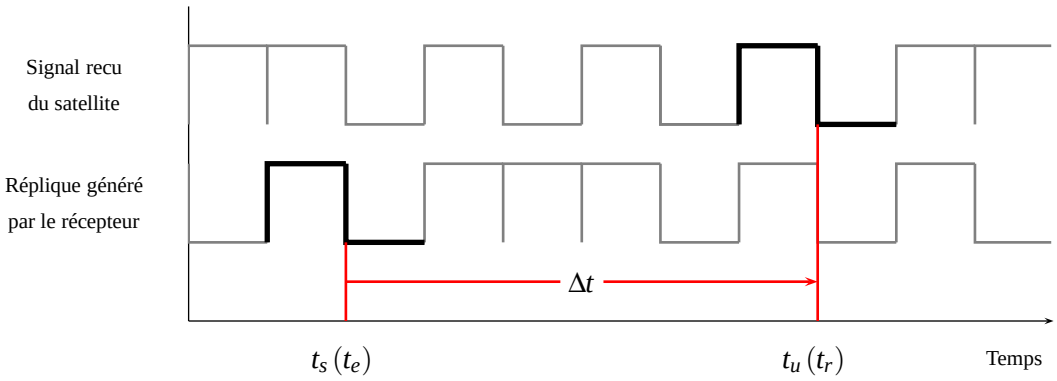


FIGURE II.8 – Mesure du temps de vol sur le code C/A

Il est donc possible d'extraire un ensemble de mesure à partir de ces deux signaux émis. Dans le cas d'un récepteur mono-fréquence, il est possible d'extraire la mesure de code C/A, la mesure de phase du signal, ainsi que le décalage Doppler de la fréquence mesurée par rapport à la fréquence L1.

L'utilisation d'un récepteur bi-fréquence permet d'accéder à des observables supplémentaires : la mesure de phase sur L2, le décalage Doppler sur L2 ainsi que la mesure de code P(Y) si le récepteur sait la décoder. Les récepteurs bi-fréquences sont généralement des récepteurs haut de gamme orientés vers des applications nécessitant un positionnement précis. En effet, le bi-fréquence fournit une redondance d'information permettant de réaliser des combinaisons d'observables de façon à éliminer l'allongement ionosphérique par exemple –Cf. [Duquenne et al., 2005, p.35]–. Ceci permet d'augmenter sensiblement la qualité de la solution calculée, la résolution n'est possible cependant que si les mesures sur L1 et L2 sont disponibles à l'instant du calcul.

Comme nous l'avons observé au cours de nos essais, l'utilisation du mode bi-fréquence en milieu urbain conduit régulièrement à une indisponibilité du positionnement. En effet, le signal sur L1 est de plus forte puissance que le signal sur L2 (environ $3\,dB$ de différence [ICD-GPS-200D, 2004]). Pour les satellites à basse élévation, la mesure sur L2 décroche régulièrement rendant impossible la combinaison d'observables pour ce satellite et conduit à une surcharge du processeur du récepteur pouvant conduire à une saturation complète du récepteur. Ce constat cumulé au fait que les récepteurs d'entrée de gamme sont principalement mono-fréquence, nous avons choisi une approche mono-fréquence basé sur la mesure de code C/A augmentée d'EGNOS.

4.2 Mesure du temps de vol

La mesure du temps de vol est effectuée par le récepteur et permet d'estimer la distance entre le satellite et le récepteur, ou plus précisément, entre le centre de l'antenne émettrice du satellite et le centre de l'antenne du récepteur. Il ne s'agit pas ici de détailler le fonctionnement d'un récepteur, de nombreux ouvrages l'ayant fait [Kaplan, 1996, Hofmann-Wellenhof et al., 1994], mais de rappeler les concepts permettant de construire la mesure de temps de vol sur le code C/A.

Chaque canal d'un récepteur est équipé de deux boucles permettant la mesure de phase et de code en simultané :

- **Boucle à verrouillage de code (DLL) :** assure le suivi du code pseudo-aléatoire émis par le satellite.
- **Boucle à verrouillage de phase (PLL) :** assure la mesure de phase sur la fréquence porteuse correspondante.

En pratique, le récepteur se base sur une réplique du signal générée en interne. Le signal est ensuite retardé jusqu'à ce que la corrélation entre le signal reçu et le signal généré soit maximale. On considère dans un premier temps que les horloges satellite et récepteur sont parfaitement alignées sur l'échelle de temps de référence du système GPS. Elle ne comportent donc pas de terme de décalage.

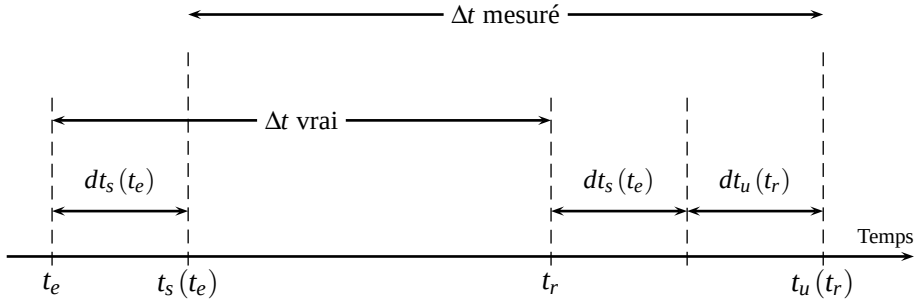


FIGURE II.9 – Relation entre temps de vol vrai et temps de vol mesuré (*Source : [Kaplan, 1996]*)

On a donc t_e l'instant où le satellite émet le signal, et t_r celui où le récepteur le reçoit et effectue la mesure de temps de vol. On considère également que le récepteur effectue les mesures simultanément sur tous ses canaux. Ainsi, en décalant progressivement le signal, le récepteur parvient à estimer le temps de vol Δt tel que :

$$\Delta t = t_r - t_e \tag{II.3}$$

Tout comme la mesure de phase, la mesure de temps de vol sur le code C/A est ambiguë. Cependant, la longueur d'onde du code C/A étant de environ $300\,km$, il est d'usage de considérer que l'ambiguïté est naturellement levée.

Dans la suite de ce document, l'indice *u* désigne un paramètre dépendant du récepteur et l'indice *s* un paramètre dépendant du satellite.

4.2.1 Effets liés aux décalages d'horloge

Bien que les satellites soient équipés d'horloges atomiques parfaitement stables, elles génèrent cependant une fréquence fondamentale f_s légèrement différente de la fréquence fondamentale f_0. Comme le montre [Durand, 2003], ce décalage fréquentiel entraîne l'apparition d'un décalage $dt_s(t)$ entre l'échelle de temps GPS et l'échelle de temps du satellite. Une mesure de temps à l'horloge du satellite à un instant GPS t quelconque s'obtient alors comme :

$$t_s(t) = t + dt_s(t) \tag{II.4}$$

Il en est de même pour le récepteur avec $dt_u(t)$ le terme de décalage d'horloge du récepteur à l'instant GPS t. Soit :

$$t_u(t) = t + dt_u(t) \tag{II.5}$$

Ces deux échelles de temps vont permettre d'établir la relation entre le temps de vol vrai, qui représente la distance géométrique entre le satellite et le récepteur, et le temps de vol mesuré, qui décrit la mesure de pseudodistance.

4.2.2 Temps de vol mesuré

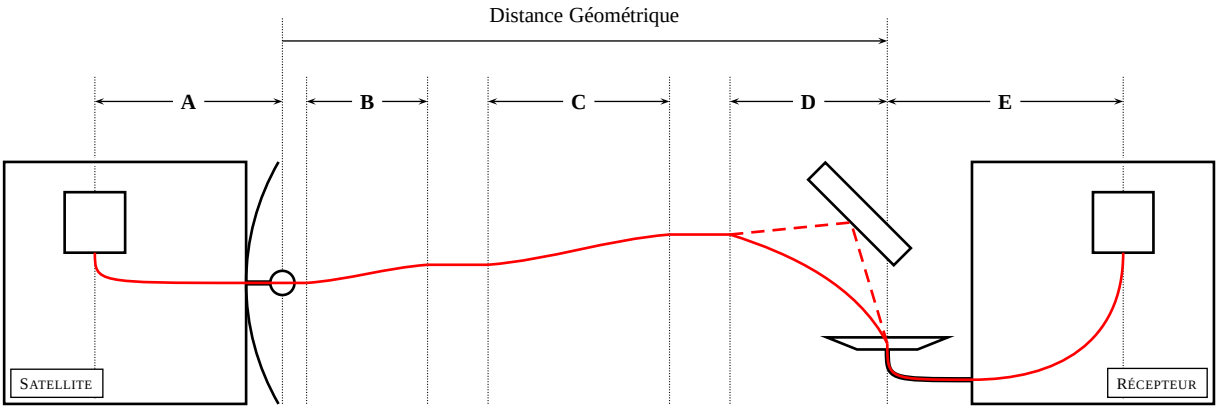
Malheureusement, l'équation (II.3) représente le cas parfait et idéal où les échelles de temps sont parfaitement alignées, ce qui n'est pas le cas comme nous venons de le montrer (Cf figure II.9). Ainsi :

– Le satellite émet le signal dans son propre référentiel de temps, d'où :

$$t_s(t_e) = t_e + dt_s(t_e) \tag{II.6}$$

– Le récepteur effectue la mesure dans son échelle de temps propre, d'où :

$$t_u(t_r) = t_r + dt_u(t_r) \tag{II.7}$$



A : Retards éléctroniques liés au satellite et variation du centre de phase de l'antenne.

B : Allongement dû aux effets relativistes.

C : Allongement dû à la traversée de la ionosphère.

D : Allongement dû à la traversée de la troposphère et à la présence d'un multi-trajet.

E : Retards éléctroniques liés au récepteur et variation du centre de phase de l'antenne.

FIGURE II.10 – Propagation du signal GPS et erreurs associées (*Source : [Durand, 2003]*)

Comme les deux horloges ne sont pas alignées sur le temps GPS, le temps de vol mesuré est alors :

$$\Delta t_m = t_u(t_r) - t_s(t_e) \tag{II.8}$$

En combinant l'expression de l'instant d'émission dans l'échelle de temps du satellite –eq.(II.6)– et celle de l'instant de réception dans l'échelle de temps du récepteur –eq.(II.7)–, on obtient le temps de vol mesuré sous la forme :

$$\Delta t_m = t_r - t_e + dt_u(t_r) - dt_s(t_e) \tag{II.9}$$

4.3 Pseudodistance sur le code C/A

4.3.1 Modèle simplifié

La relation décrite par l'équation (II.9) permet d'écrire la relation liant la mesure de pseudodistance avec l'expression de la distance géométrique entre le satellite et le récepteur. La mesure de pseudodistance ρ_m telle que fournie par le récepteur est équivalente la distance parcourue par le signal durant le temps de vol estimé.

$$\rho_m = c \cdot \Delta t_m \tag{II.10}$$

En injectant l'expression du temps de vol mesuré décrit par l'équation (II.9), nous obtenons :

$$\rho_m = c \cdot (t_r - t_e) + c \cdot (dt_u(t_r) - dt_s(t_e)) \tag{II.11}$$

On pose alors R la distance géométrique entre le satellite et le récepteur telle que :

$$R = c \cdot (t_r - t_e) = \left\| X_u^{ECEF(t_r)}(t_r) - X_s^{ECEF(t_r)}(t_e) \right\| \tag{II.12}$$

Où X_u représente le vecteur position du récepteur dans le repère ECEF lié à l'instant de réception et X_s le vecteur position du satellite dans le repère ECEF lié également à l'instant de réception. Nous pouvons ainsi établir le modèle simplifié de la mesure de pseudodistance :

$$\rho_m = R + c \cdot (dt_u(t_r) - dt_s(t_e)) \tag{II.13}$$

Comme le montre cette expression, on parle de mesure de pseudodistance puisque l'estimation de la distance fournie par le récepteur est entachée des erreurs d'horloge à la fois du satellite et du récepteur. Pour pouvoir résoudre la position du récepteur à partir des mesures de pseudodistance, il faut connaître la position des satellites et leurs décalages d'horloge. L'expression de ces paramètres à partir du message de navigation est fournie dans l'annexe B.

De plus, cette relation n'est vraie que dans le cas d'un signal évoluant dans le vide, ce qui n'est pas le cas du signal GPS puisque ce dernier doit traverser l'atmosphère terrestre. Il subit donc un ensemble d'allongements que nous allons détailler en nous appuyant sur les travaux de [Hofmann-Wellenhof et al., 1994, Kaplan, 1996, Durand, 2003] et qui sont résumés par la figure II.10.

4.3.2 Retards électroniques

La position du satellite transmise via les éphémérides radio-diffusées correspond à la position du centre de l'antenne émettrice. Or, le signal n'est pas généré au niveau de ce point mais doit franchir un ensemble de circuits électroniques avant d'être émis. Le même phénomène a lieu de l'autre côté de la chaîne, au niveau du récepteur, puisque l'on va calculer la position du centre de l'antenne du récepteur, mais que l'horodatage des mesures sera effectué en aval d'une chaîne de traitement du signal.

De plus, la position mesurée correspond en réalité au centre de phase de l'antenne, c'est-à-dire le point immatériel dans l'antenne où le signal semble se matérialiser. Par construction, ce point est proche du centre géométrique de l'antenne. Cependant, sa position est sujette à des variations suivant la puissance du signal reçu, ou émis, la fréquence utilisée, ainsi que l'élévation et l'azimut du satellite émetteur dans le cas du centre de phase de l'antenne réceptrice. Cette variation est également dépendante de la qualité de l'antenne utilisée. D'après [Hofmann-Wellenhof et al., 1994], la variation moyenne de la position du centre de phase est centimétrique. Au regard de la précision de la mesure de pseudo distance sur le code C/A, métrique environ, nous avons choisi de négliger ces effets dans l'expression du modèle d'observation pour la mesure de pseudo distance.

4.3.3 Erreurs d'horloge

Chaque satellite possède une dynamique d'horloge différente ce qui rend impossible la résolution de la position si cette information n'est pas connue. Heureusement, chaque horloge est estimée par le secteur de contrôle et les paramètres permettant de calculer sa dynamique sont transmis via le message de navigation –Cf. Annexe B–.

Il est donc possible d'estimer la valeur du décalage d'horloge $dt_s(t_e)$ à chaque instant. Cependant, comme il s'agit d'une interpolation, il existe une erreur résiduelle δt_s qui conduit à des erreurs d'estimation sur les mesures de pseudo distance. D'après [Kaplan, 1996], l'erreur nominale pour un satellite en 2004 correspond environ à $1,1\,m$ (1σ) sur la durée de validité de ses paramètres d'horloge.

4.3.4 Erreurs d'estimation des éphémérides radio-diffusées

Au même titre que le décalage d'horloge, il est nécessaire de connaître la position de chaque satellite pour estimer la position du récepteur. Ces informations sont disponibles dans le message de navigation –Cf. Annexe B–.

Les paramètres d'éphémérides, comme les paramètres d'horloge, sont estimés par interpolation basées sur les observations réalisées par les stations permanentes liées au segment de contrôle. A chaque instant, il est donc possible d'estimer la position du satellite X_s^{ECEF} –Cf. Annexe B–. Cependant, comme il s'agit de valeurs obtenues par interpolation, il existe une erreur résiduelle, notée δ_{X_s}, métrique environ à (1σ) sur la mesure de pseudodistance [Kaplan, 1996].

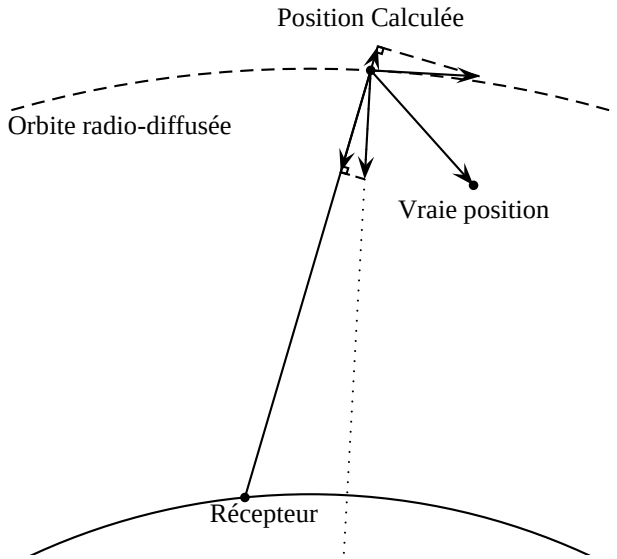


FIGURE II.11 – Erreurs radiale et longitudinale sur la position du satellite : l'influence de chaque composante du vecteur d'erreur est matérialisée par sa projection sur le vecteur ligne de vue.

On distingue 3 composantes pour l'erreur en position du satellite : l'erreur radiale, l'erreur en position le long de la trajectoire (*along-track*) et perpendiculairement à cette dernière (*cross-track*). Par projection géométrique, l'erreur radiale est la composante ayant l'influence la plus importante sur l'erreur de mesure. De fait, elle peut être plus aisément observée et corrigée par le centre de contrôle. Inversement, les erreurs transversale et le long de la trajectoire ont un impact faible sur l'erreur en position comme le montre la figure II.11.

L'utilisation des éphémérides précises permet de réduire l'influence de ces termes d'erreurs. Cependant, elles ne sont pas disponibles en temps-réel, ce qui en interdit l'utilisation dans notre application.

4.3.5 Effets relativistes

L'évolution à haute vitesse des satellites dans le champ gravitationnel terrestre fait que l'on doit tenir compte des effets lié à la théorie de la relativité. Le système GPS tient compte d'une partie de ces effets en étalonnant les horloges des satellites à la fréquence de $10,22999999543\,MHz$ de façon à obtenir une fréquence apparente au sol de $10,23\,MHz$. Cependant, l'excentricité des orbites ajoute une composante non fixe sur les horloges qui doit être ajoutée à l'expression du décalage d'horloge. En effet, lorsque le satellite est au périgée de sa trajectoire, la vitesse de ce dernier est maximale alors que le champ gravitationnel est minimal. Il en résulte une décélération de l'horloge du satellite, et inversement lorsqu'il passe à l'apogée. Soit δt_{rel} le décalage d'horloge dû à la relativité. Il s'exprime sous la forme [Kaplan, 1996] :

$$\delta t_{rel}(t) = F \cdot e \cdot \sqrt{a} \cdot \sin E(t) \tag{II.14}$$

avec :
- $F = -4,442807633 \times 10^{-10}\, s \cdot m^{-\frac{1}{2}}$
- e l'excentricité de l'orbite,
- a le demi grand-axe de l'orbite,
- $E(t)$ l'anomalie excentrique à l'instant considéré.

[Durand, 2003] donne une valeur maximum de l'ordre de $50\,ns$, ce qui correspond à un allongement de $15\,m$ environ. Cet effet affecte également l'horloge du récepteur. Il est d'usage cependant de considérer ce terme comme négligeable dans le cas du récepteur.

La propagation du signal est également affectée par la traversée du champ de pesanteur terrestre. Cette traversée du champ gravitationnel provoque une courbure du rayon de propagation du signal (effet Shapiro). Cependant, d'après [Ashby, 2003], la conséquence de cet effet provoque un allongement maximal de l'ordre de $2\,cm$ sur la mesure de pseudodistance. Ce terme sera donc négligé dans la suite de ce document.

Le dernier effet relativiste concernant le système GPS est lié à la rotation de la Terre : c'est l'effet Sagnac. Les auteurs de [Kaplan, 1996] et de [Ashby, 2003] proposent une méthode basée sur des changements de repères pour éliminer cet effet. Le principe est de fixer le repère ECI à l'instant de réception t_r et de réaliser le calcul dans ce repère. L'utilisation d'un repère ECI permet ainsi d'éliminer l'effet Sagnac puisque ce dernier est nul dans un repère inertiel.

Cependant, la position des satellites doit être calculées à l'instant t_e où le signal est émis [12]. Il s'agit donc de calculer la position des satellites dans le repère $ECEF\,(t_e)$, puis de réaliser la rotation permettant de ramener la position du satellite dans $ECEF\,(t_r)$. D'où :

$$X_s^{ECEF(t_r)}\,(t_e) = R_z\,(\omega_{\text{earth}}\,(t_r - t_e)) \cdot X_s^{ECEF(t_e)}\,(t_e) \tag{II.15}$$

Où $R_z\,(\alpha)$ définit la matrice de rotation d'angle α autour de l'axe z du repère. Cette correction est communément appelée *Earth Rotation correction*.

Afin de simplifier la lecture de ce document, nous utiliserons la convention d'écriture suivante :

$$\begin{cases} X_s &= X_s^{ECEF(t_r)}\,(t_e) \\ X_u &= X_u^{ECEF(t_r)}\,(t_r) \end{cases} \tag{II.16}$$

La distance géométrique décrite par l'équation (II.12) devient alors :

$$R = \|X_u - X_s\| \tag{II.17}$$

4.3.6 Effets atmosphériques

L'atmosphère est un milieu dispersif, ce qui signifie que sa traversée impacte la vitesse de propagation du signal. Deux couches affectent principalement les signaux GPS : la ionosphère – de $50km$ à $1000km$– et la troposphère – de $0km$ à $\sim 10km$ –. De nombreux travaux ont été réalisés sur les effets liés à la traversée de l'atmosphère. Nous nous contenterons donc de rappeler les conséquences de ces effets et nous invitons le lecteur intéressé à se reporter aux différents ouvrages précédemment cités.

Le signal est donc affecté principalement par la traversée de deux couches atmosphériques, que l'on distingue car elles ont des effets différents :

- **Ionosphère.** La ionosphère est une couche ionisée et dispersive pour les signaux GPS située en haute altitude. Les auteurs de [Duquenne et al., 2005] montrent que la traversée de la ionosphère provoque un ralentissement de la vitesse de groupe, ce qui induit un allongement de la mesure de pseudodistance sur le code, et inversement pour la mesure de pseudo distance sur la phase. Si le récepteur exploité est bi-fréquence, il est possible d'éliminer les effets ionosphériques par combinaison d'observables.
  Ce n'est pas le cas dans ces travaux : les mesures que nous exploitons sont entachées d'un biais ionosphérique, noté δ_{iono} qu'il faudra corriger. Le message de navigation GPS transmet pour cela des paramètres associés au modèle d'allongement ionosphérique proposé par [Klobuchar, 1986].
- **Troposphère.** La troposphère est la couche basse de l'atmosphère. Contrairement à la ionosphère, elle n'est pas dispersive pour les signaux GPS : les deux porteuses sont affectées de la même manière puisque l'allongement induit par sa traversée ne dépend que des conditions atmosphériques locales et de l'élévation des satellites. Cet allongement provoque principalement une erreur sur l'estimation de l'altitude, ce qui limite la performance du GPS sur cette composante.

12. L'expression de la position d'un satellite à partir du message de navigation est disponible dans l'annexe B.

De plus, l'allongement troposphérique, noté δ_{tropo}, est impossible à corriger par combinaison bi-fréquence. Il faut donc utiliser des modèles d'atmosphère standard tels que ceux proposés par [Hopfield, 1969], [Black, 1978] ou plus récemment par [Niell, 1996].

Les effets atmosphériques sont les principaux postes d'erreur dans la détermination de la position du récepteur. Ils sont liés à l'environnement situé entre le récepteur et le satellite émetteur et sont donc impossibles à estimer précisément par le secteur de contrôle.

4.3.7 Multi-trajets

L'environnement proche est également source d'erreur de mesure, notamment en raison des multi-trajets qui peuvent apparaître en milieu urbain.

Les multi-trajets apparaissent lorsque le signal GPS est réfléchi par une surface avant d'atteindre l'antenne. Cette réflexion provoque un allongement du temps de vol qui se reporte sur la mesure de pseudodistance On note cet allongement M. On distingue alors deux types de multi-trajets :

- **Line-Of-Sight (LOS),** ce qui signifie que le récepteur voit à la fois le trajet réfléchi et le trajet direct. Dans une telle situation, les récepteurs modernes sont, dans la majorité des cas, capables de rejeter le multi-trajet. Cependant, en deçà d'un certain seuil, le multi-trajet peut venir fausser la mesure sans que ce dernier soit rejeté.
- **Non-Line-Of-Sight (NLOS).** Dans ce cas, le récepteur dispose uniquement du trajet réfléchi pour effectuer la mesure. Ce sont les multi-trajets les plus difficiles à détecter.

Dès les débuts du GPS, ces problèmes ont été pris en compte avec le développement de méthodes de détection et de rejet des multi-trajets. Par exemple, le *RAIM* [13] développé par les auteurs de [Sturza, 1988] et de [Sturza and Brown, 1990] intègre une étape de détection de défauts.

Cependant, les multi-trajets restent un poste d'erreur difficile à éliminer, particulièrement dans les centres urbains modernes où les façades en verre réfléchissent le signal avec une faible atténuation.

4.3.8 Modèle complet

Nous avons dressé l'inventaire des effets induisant des erreurs sur la mesure de pseudodistance. Il est maintenant possible d'écrire un modèle plus précis de la mesure de pseudodistance. Elle s'exprime donc sous la forme suivante :

$$\rho = R + c \cdot (dt_u(t_r) - dt_s(t_e)) + c \cdot (\delta t_{rel} + \delta_{t_s}) + \delta_{X_s} + \delta_{\text{iono}} + \delta_{\text{tropo}} + M + \varepsilon \qquad \text{(II.18)}$$

Où le terme ε décrit l'ensemble des erreurs non-modélisées.

Nous avons ainsi pu établir un modèle d'observation exhaustif pour la mesure de pseudodistance en intégrant tous les effets susceptibles d'introduire une erreur non négligeable dans notre application.

L'utilisation du système EGNOS va permettre de corriger la majeur partie de ces allongements comme cela sera présenté dans la section II.5.

4.4 Doppler sur la porteuse L1

Au cours de ces travaux, nous avons également exploité la mesure de Doppler sur la fréquence L1 pour augmenter le nombre d'observables disponibles. L'intérêt ici est que la mesure de Doppler est directement disponible dans la totalité des récepteurs puisqu'il faut compenser le décalage Doppler pour pouvoir effectuer les mesures de pseudodistance.

La mesure de décalage Doppler présente également l'avantage d'être peu sensible aux effets atmosphériques et précise [Misra and Enge, 2001].

13. *Receiver Autonomous Integrity Monitoring*

4.4.1 Modèle de données

On note Δf le décalage entre la fréquence nominale de la porteuse L1 f_{L1} et la fréquence à laquelle la porteuse est perçue par le récepteur f_{L1}^r. D'où :

$$\Delta f = f_{L1}^r - f_{L1} \tag{II.19}$$

Le décalage Doppler s'exprime classiquement sous la forme :

$$\Delta f = -f_{L1} \cdot \frac{\dot{R}}{c} \tag{II.20}$$

Où
– $\dot{R}$ est la composante radiale de la vitesse relative entre le récepteur et le satellite,
– c est la vitesse de la lumière dans le vide.
Cependant, comme pour la mesure de pseudodistance, la mesure de Doppler est biaisée par les dérives d'horloge notamment les horloges des récepteurs qui ont une dérive importante. Soit $\dot{dt}_u$ la dérive d'horloge du récepteur et $\dot{dt}_s$ la dérive d'horloge du satellite qui peut s'exprimer à partir des éphémérides –Cf. Annexe B–. Le biais de mesure δf découlant des termes d'horloge s'écrit donc sous la forme :

$$\delta f = f_{L1} \cdot \left(\dot{dt}_u - \dot{dt}_s\right) \tag{II.21}$$

D'où l'expression de la mesure de Doppler :

$$\Delta f = -f_{L1} \cdot \frac{\dot{R}}{c} - \delta f \tag{II.22}$$

On pose alors la variation de pseudodistance, ou *range-rate*, $\dot{\rho}$ telle que :

$$\dot{\rho} = -c \cdot \frac{\Delta f}{f_{L1}} \tag{II.23}$$

Ce qui nous permet d'écrire la mesure de Doppler sous une forme similaire à celle obtenue pour la mesure de pseudodistance :

$$\dot{\rho} = \dot{R} + c \cdot \left(\dot{dt}_u - \dot{dt}_s\right) \tag{II.24}$$

Il nous faut maintenant établir l'expression de la composante radiale de la vitesse relative $\dot{R}$ de façon à établir le modèle d'observation complet. On pose alors V_s le vecteur vitesse du satellite dans le repère ECEF lié à l'instant de réception et calculé à l'instant d'émission :

$$V_s = {}^{ECEF(t_r)} V_s(t_e) \tag{II.25}$$

et V_u le vecteur vitesse du récepteur à l'instant de réception et exprimé dans le repère $ECEF(t_u)$:

$$V_u = {}^{ECEF(t_r)} V_u(t_r) \tag{II.26}$$

On introduit également le vecteur unitaire u_{los} de ligne de vue, ou *line of sight*, liant le satellite et le récepteur :

$$u_{\text{los}} = \frac{X_u - X_s}{\|X_u - X_s\|} \tag{II.27}$$

En combinant l'expression du vecteur ligne de vue –eq(II.27)– avec l'expression des vecteurs vitesses récepteur –eq(II.26)– et satellite –eq(II.25)–, nous pouvons exprimer la composante radiale de la vitesse

relative. Elle s'écrit alors sous la forme du produit scalaire entre le vecteur ligne de vue et le vecteur vitesse relative :

$$\dot{R} = (V_u - V_s) \bullet u_{\text{los}} \tag{II.28}$$

D'où le modèle d'observation associé à la mesure de Doppler $\dot{\rho}$:

$$\dot{\rho} + c \cdot \dot{dt}_s = (V_u - V_s) \bullet u_{\text{los}} + c \cdot \dot{dt}_u \tag{II.29}$$

Il est intéressant de noter certains points :

– Le modèle d'observation associé à la mesure de Doppler lie la position du satellite et du récepteur avec la vitesse de ce dernier. Il est donc théoriquement possible de calculer la position et la vitesse du récepteur uniquement à partir des mesures de Doppler. Cependant, cela nécessiterait 7 satellites en vue pour pouvoir effectuer le calcul, ce qui s'avère être un facteur limitant. De plus, un décalage en position n'a qu'un impact faible sur la mesure de Doppler. En effet, l'expression de u_{los} dépend de l'élévation et de l'azimut du satellite, angles qui varient peu lorsque le récepteur se déplace sur de petites distances.
– De fait, il est courant de dissocier l'estimation de la position et de la vitesse en posant u_{los} constant entre deux instants de réception. La résolution est alors simplifiée.

5 Utilisation des corrections EGNOS

Comme précisé précédemment, le système d'augmentation EGNOS a été utilisé lorsque ce dernier était disponible. Nous allons donc maintenant expliciter les différents termes de correction fournis par EGNOS et leur application au modèle de pseudodistance de façon à obtenir le modèle qui a été utilisé.

Via les messages transmis par les satellites géostationnaires, un récepteur capable de déchiffrer les messages EGNOS est en mesure de calculer quatre corrections à appliquer à la mesure de pseudodistance dont le modèle a été décrit par l'équation II.18. On distingue ainsi les corrections suivantes :

– Fast corrections
– Long term corrections
– Ionospheric corrections
– Tropospheric corrections

On introduit maintenant les corrections EGNOS qui seront appliquées aux satellites GPS.

5.1 Fast corrections

Les *fast corrections* – FC– concernent directement la mesure de pseudodistance. Elles portent ce nom car ce sont les corrections transmises le plus régulièrement par le système.

Basées sur le principe de la correction différentielle, les FC se décomposent en deux termes :

– **PRC** pour *Pseudo-Range Correction*, transmis toutes les 6 secondes environ. Ce terme est constant entre deux réceptions et représente la correction à appliquer estimée à un instant donné.
– **RRC** pour *Range-Rate Correction*, ce terme n'est pas transmis par le système, il doit être calculé par le récepteur. Il permet ainsi d'interpoler la valeur du terme PRC entre deux mises à jour.

Comme pour les éphémérides GPS, les corrections sont définies par un instant donné t_{of} et ont une durée de validité limitée. Le terme RRC se calcule en combinant la valeur courante du PRC avec sa valeur précédente, soit :

$$RRC\,(t_{of}) = \frac{PRC\,(t_{of,\text{current}}) - PRC\,\left(t_{of,\text{previous}}\right)}{t_{of,\text{current}} - t_{of,\text{previous}}} \tag{II.30}$$

La correction qui s'applique alors à la mesure de pseudodistance s'exprime alors comme :

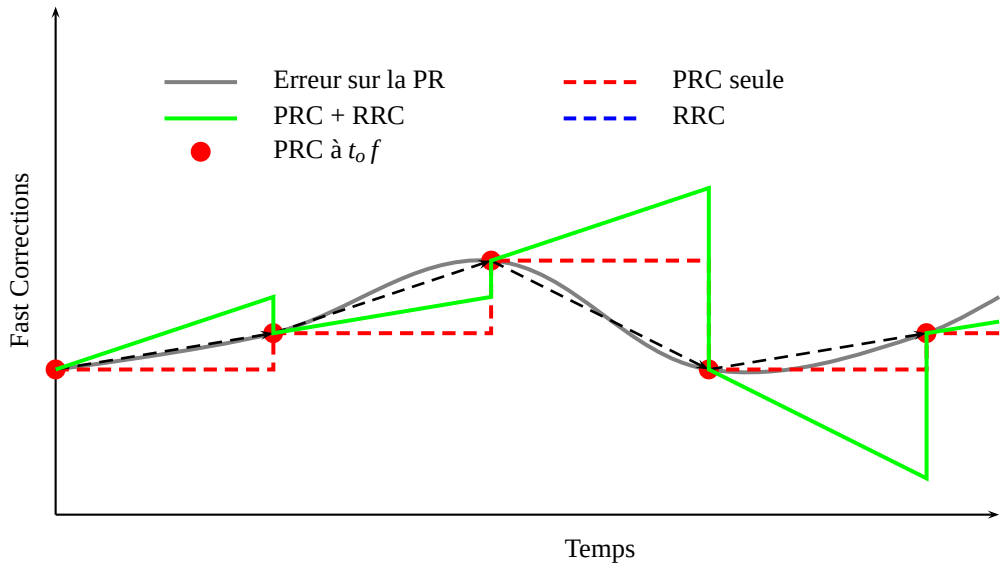


FIGURE II.12 – Erreurs sur la pseudodistance et paramètres pour le calcul des FC

$$RC_{fast}(t) = PRC(t_{of}) + RRC(t_{of}) \cdot (t - t_{of}) \tag{II.31}$$

On retrouve ainsi le principe du GPS en mode différentiel tel que présenté par [Duquenne et al., 2005, p. 179]. La figure II.12 illustre la différence entre la correction calculée et la valeur de l'erreur de la pseudodistance.

5.2 Long-term corrections

Les *long-term corrections* –LTC– concernent en revanche les erreurs à variation lente liées au système GPS, notamment les erreurs liées à la position des satellites ainsi que leurs erreurs d'horloge. La fréquence d'émission de ces corrections n'est pas fixe. En effet, les satellites ayant des LTC variant plus rapidement peuvent recevoir des mises à jour des corrections plus régulièrement. Elles se décomposent en deux termes distincts.

5.2.1 Correction de l'horloge

Le système EGNOS transmet pour chaque satellite un jeu de paramètres permettant de corriger l'horloge. Comme pour les FC, la correction est interpolée à partir d'un ensemble de paramètres définis par rapport à un instant de référence t_{ol} :

- $\delta a_{f,0}$: correction du terme de biais d'horloge, transmis par le système.
- $\delta a_{f,1}$: correction du terme de dérive d'horloge, également transmis par le système.

En revanche, le système EGNOS ne transmet pas de terme de correction pour la dérivée seconde du biais d'horloge, le taux de rafraîchissement des paramètres étant suffisamment important pour que ce terme ne soit pas nécessaire.

A un instant t quelconque, la correction du biais d'horloge satellite se calcule donc sous la forme :

$$\delta t_{SV}(t) = \delta a_{f,0} + \delta a_{f,1} \cdot (t - t_{ol}) \tag{II.32}$$

En multipliant ce terme par la vitesse de la lumière dans le vide c, on obtient l'allongement correspondant qui sera appliqué à la mesure de pseudodistance :

$$RC_{clock}(t) = c \cdot \delta t_{SV}(t) \tag{II.33}$$

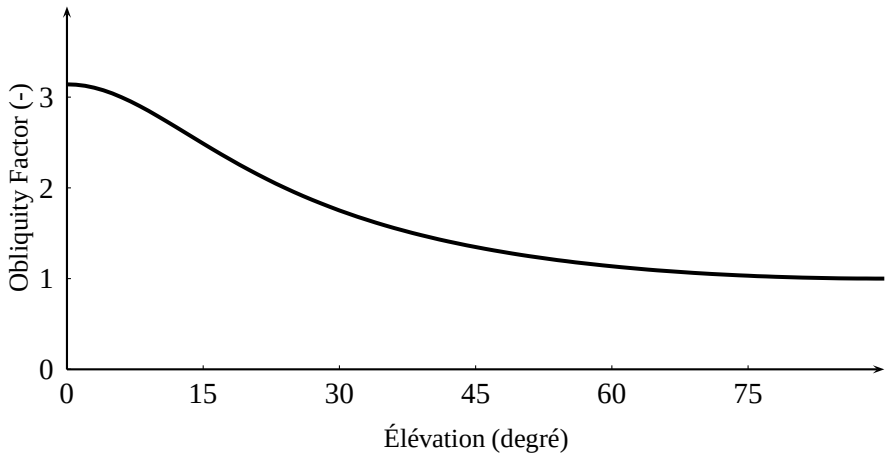


FIGURE II.13 – Facteur de mise à l'échelle de l'allongement zénithal τ

5.2.2 Corrections des erreurs d'éphémérides

En parallèle à la correction d'horloge, le système EGNOS estime également la trajectoire des satellites et transmet des paramètres permettant de corriger la position des satellites calculés à partir des éphémérides radio-diffusées. Elles se calculent sous la forme d'un vecteur de dimension 3 qui doit être ajouté à la position calculée et s'obtient par interpolation à partir de deux paramètres :

- δX : Vecteur 3D exprimant le décalage entre la position réelle du satellite et celle obtenue par calcul depuis les éphémérides. Cette valeur est définie par rapport à l'instant de référence t_{ol}.
- $\delta \dot{X}$: Vecteur 3D exprimant la variation de la correction de l'erreur sur les satellites. Ce terme est également défini par rapport à l'instant t_{ol}.

La correction à appliquer à la position du satellite s'exprime donc sous la forme :

$$\Delta X_{LTC}(t) = \delta X + \delta \dot{X}(t - t_{ol}) \tag{II.34}$$

5.3 Correction de l'allongement atmosphérique

Le principal intérêt du système EGNOS est de fournir une meilleure estimation de l'allongement dû à la traversée de l'atmosphère terrestre, notamment la ionosphère et la troposphère –Sec.II.4.3.6–. La correction de l'allongement atmosphérique est compensé par deux termes, que nous allons détailler maintenant.

5.3.1 Correction de l'allongement ionosphérique

La correction des allongements dûs à la traversée de l'atmosphère constitue le principal apport d'EGNOS et des systèmes SBAS en général. En revanche, contrairement au calcul des FC et LTC qui s'avère assez simple, l'expression de l'allongement ionosphérique est bien plus complexe.

Le système transmet une estimation de l'allongement ionosphérique pour un satellite au zénith – le *vertical delay*– sous la forme d'une grille de points couvrant une zone de la Terre. On fait alors l'hypothèse que cette grille représente une surface englobant la sphère terrestre et située à 350 km de la surface.

A partir de l'élévation du satellite, il s'agit ensuite de déterminer l'endroit où le signal traverse cette surface. Grâce à ce point, appelé *pierce point*, il est possible d'interpoler la valeur d'allongement zénithal. La complexité de l'estimation vient principalement de cette étape. Due à la forme sphérique de la surface, cette dernière n'est pas régulière. Le schéma d'interpolation dépend donc de la latitude du point de percement. De plus, la dimension de la grille interdit la transmission de la grille via un seul message. Il

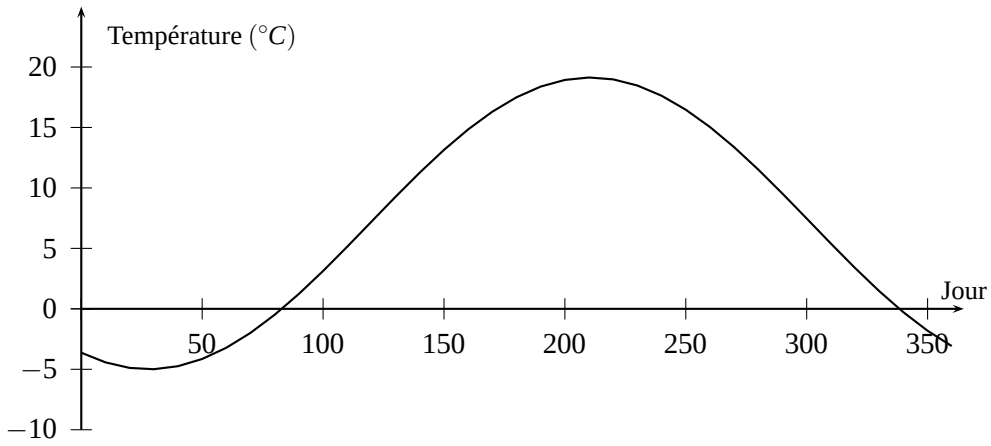


FIGURE II.14 – Température obtenue à la latitude de 49°N via le modèle de troposphère associé à EGNOS

existe donc des schémas d'interpolation permettant d'estimer l'allongement zénithal τ même si la grille est incomplète.

On applique alors un facteur de mise à l'échelle dépendant de l'élévation E_i du satellite concerné. On obtient alors la correction ionosphérique RC_{iono} :

$$RC_{iono} = \left(1 - \left(\frac{R_e \cos E_i}{R_e + h_l}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \tau \tag{II.35}$$

avec :
- R_e le rayon de la terre, supposée sphérique, est égal à 6378 km,
- h_l l'altitude de la couche ionosphérique, égale à 350 km.

Ce facteur permet de tenir compte de l'épaisseur de la ionosphère, en supposant qu'un satellite à basse élévation traverse une épaisseur plus importante. La figure II.13 montre la variation du facteur d'allongement suivant l'élévation du satellite.

5.3.2 Correction de l'allongement troposphérique

Le problème de l'allongement troposphérique vient principalement du fait que c'est un phénomène local au récepteur. De fait, le système EGNOS n'est pas en mesure d'estimer une correction de l'allongement troposphérique et de la fournir via les messages radio-diffusés. La correction troposphérique ne fait donc pas partie à proprement parler des corrections EGNOS. Cependant le système EGNOS fournit un algorithme permettant d'estimer cet allongement.

Modèle d'atmosphère La correction troposphérique est estimée à partir d'un modèle saisonnier à cinq paramètres :
- Pression atmosphérique : P
- Température : T
- Pression de vapeur saturante : e
- Gradient de la température : β
- Gradient de la pression de vapeur saturante : λ.

Chaque paramètre est défini par une valeur moyenne et un paramètre de variation saisonnière, et est discrétisé par rapport à la latitude. On peut trouver ces valeurs dans [RTCA/DO-229C, 2001] ou dans [PEGASUS, 2004]. L'estimation des paramètres se fait donc en deux étapes :
- Interpolation des valeurs moyennes et des valeurs de variation saisonnières suivant la latitude de l'utilisateur.

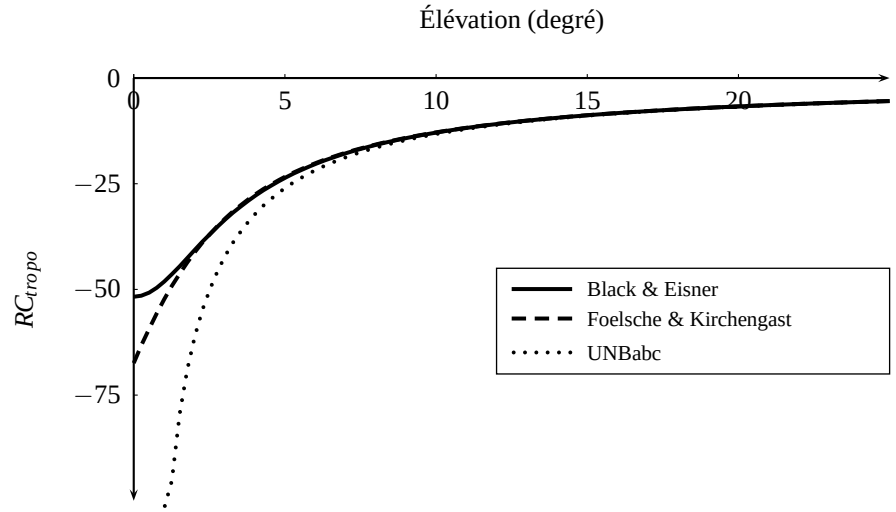


FIGURE II.15 – Comparaison de la correction troposphérique pour les trois fonctions de mapping présentées

– Interpolation des valeurs des paramètres atmosphériques en fonction du jour courant et des paramètres calculés précédemment.

La figure II.14 montre la température calculée au cours de l'année via le modèle de données EGNOS à la latitude de Compiègne –49°N– et convertie en degrés Celsius pour des questions de lisibilité.

Allongement troposphérique Les paramètres de troposphère ainsi calculés permettent de déterminer le *zero-altitude zenith delay*, soit l'allongement troposphérique pour un satellite au zénith et un récepteur à altitude nulle. Il se décompose en une composante sèche z_{hyd} et une composante humide z_{wet} dont les expressions sont données par [PEGASUS, 2004] et qui dépendent à la fois des paramètres de pression P, de température T et de pression de vapeur saturante e.

On affecte alors la composante sèche et la composante humide en fonction de l'altitude du récepteur et des paramètres de gradient λ et β. On considère ici l'altitude du récepteur par rapport au niveau de la mer, également appelée altitude MSL pour *mean sea level*. On obtient alors les composantes verticales sèches et humides, notées respectivement d_{hyd} et d_{wet}.

L'allongement troposphérique s'exprime alors par combinaison des composantes verticales sèches et humides. D'où :

$$RC_{tropo} = m\left(E_i, d_{hyd}, d_{wet}\right) \tag{II.36}$$

où m est la fonction de mapping et E_i l'élévation du satellite considéré.

Fonction de mapping On introduit rapidement ci-dessous différentes fonctions de mapping, dont la fonction standard définie dans les MOPS WAAS/EGNOS [RTCA/DO-229C, 2001]. On s'intéresse ici à des fonctions dites géométriques car tenant compte uniquement de l'élévation du satellite :

– **Modèle de Black & Eisner.** Il s'agit du modèle standard utilisé par les divers systèmes WAAS. Cette fonction de mapping a été développée à partir des travaux de [Black and Eisner, 1984] qui définissent la fonction de mapping suivante :

$$m\left(E_i, d_{hyd}, d_{wet}\right) = -\left(d_{hyd} + d_{wet}\right) \cdot \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(E_i)}} \tag{II.37}$$

D'après les auteurs de [Guo and Langley, 2003], le modèle est valide pour un satellite d'élévation supérieur à 7°. Pour des satellites de faibles élévations, le biais introduit par le modèle est important.

– **Modèle Foelsche & Kirchengast.** Dans le même esprit, on peut citer les travaux de Foelsche et Kirchengast [Foelsche and Kirchengast, 2002], qui ont conduit à la réalisation du modèle suivant :

$$m\left(E_i, d_{hyd}, d_{wet}\right) = -\left(d_{hyd} + d_{wet}\right) \cdot \left(1 + \frac{R_e}{H_{\text{atm}}}\right) \left[\cos(\arcsin(r\cos E_i)) - r\sin E_i\right] \tag{II.38}$$

Toujours d'après [Guo and Langley, 2003], le modèle est valide au delà de 6° d'élévation et il fait appel aux paramètres suivant :
▷ R_e : Rayon de la terre.
▷ H_{atm} : Épaisseur de l'atmosphère.
▷ $r = \dfrac{R_e}{R_e + H_{\text{atm}}}$

– **Modèle UNBabc.** Afin d'abaisser le seuil de validité, les auteurs de [Guo and Langley, 2003] ont introduit un nouveau modèle de fonction de mapping basé sur les fractions continues généralisées. Cette méthode est similaire à la méthode dite de Neill [Niell, 1996], à ceci près que les paramètres atmosphériques mesurés sont remplacés par des paramètres estimés suite à une campagne de mesure. On a ainsi un modèle de la forme :

$$m_{d,w}(E_i) = \frac{1 + \dfrac{a_{h,d}}{1 + \dfrac{b_{h,d}}{1 + c_{h,d}}}}{\sin E_i + \dfrac{a_{h,d}}{\sin E_i + \dfrac{b_{h,d}}{\sin E_i + c_{h,d}}}} \tag{II.39}$$

avec les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} a_w &= (0.61120 - 0.035348H - 0.01526\cos\phi)/1000 \\ b_w &= 0.00185756 \\ c_w &= 0.062741 \end{aligned} \tag{II.40}$$

et

$$\begin{aligned} a_d &= (1.18972 - 0.026855H - 0.10664\cos\phi)/1000 \\ b_d &= 0.0035716 \\ c_d &= 0.082456 \end{aligned} \tag{II.41}$$

A la différence des deux fonctions de mapping précédente, la fonction de mapping présentée par Guo s'utilise différemment :

$$m\left(E_i, d_{hyd}, d_{wet}\right) = -\left(d_{hyd}.m_d(E_i) + d_{wet}.m_w(E_i)\right) \tag{II.42}$$

D'après les auteurs, le seuil de validité de ce modèle descend à 2°.

La figure II.15 montre la valeur de la correction troposphérique obtenue pour un récepteur situé à la latitude de Compiègne et une altitude MSL de $40\,m$. On suppose que le calcul est effectué au solstice d'été, le 21 juin, soit le 172-ème jour de l'année. On ne s'intéresse qu'aux élévations inférieures à 25°, au-delà les différences entre les trois modèles ne sont pas significatives.

Il est intéressant de noter que le modèle de Black & Eisner et celui de Folsche & Kirschengast produisent des résultats similaires jusqu'à très faibles élévations. En revanche, la correction à appliquer calculée par le modèle UNBabc croit beaucoup plus rapidement pour les faibles élévations. La complexité de la fonction de mapping peut poser problème dans le cadre d'une application temps-réel. Dans la suite de ces travaux, nous utiliserons la fonction standard définie dans les MOPS SBAS [RTCA/DO-229C, 2001], c'est-à-dire le modèle de Black & Eisner.

5.4 Estimation de la variance

Le second intérêt d'EGNOS, en plus de fournir une correction de la mesure de pseudodistance, est également de fournir une estimation des erreurs résiduelles pour chaque paramètre de correction. Ces estimations représentent la borne supérieure de l'erreur résiduelle et sont fournies sous la forme d'une variance. L'estimation de la variance de la mesure de pseudodistance se décompose en trois termes :

- **Variance des FC et LTC,** notée $\sigma^2_{i,flt}$. Elle tient compte à la fois des erreurs résiduelles liées à l'application des FC et des LTC. Cette correction se calcule via un algorithme dépendant des données radio-diffusées et de paramètres de dégradation. L'algorithme complet est donné dans [RTCA/DO-229C, 2001].
- **Variance liée à la correction ionosphérique,** notée $\sigma^2_{i,UIRE}$, pour *User Ionospheric Range Error*. La grille ionosphérique contient également une estimation de la variance de l'erreur sur l'allongement vertical. En utilisant le point de percement calculé lors de l'estimation du délai ionosphérique, on applique le même schéma d'interpolation et le facteur d'allongement au carré pour obtenir l'estimation de la variance des erreurs résiduelles sur la correction ionosphérique.
- **Variance liée à la correction troposphérique,** notée $\sigma^2_{i,tropo}$. Comme pour l'estimation du délai troposphérique, cette variance ne fait pas partie à proprement parler du système. Cependant, on l'estime en appliquant le modèle standard présenté précédemment. Soit :

$$\sigma^2_{i,tropo} = 0,12^2 \cdot \left(\frac{1,001}{\sqrt{0,002001 + \sin^2 E_i}} \right)^2 \tag{II.43}$$

  Comme nous pouvons le constater, l'erreur résiduelle s'obtient en combinant la fonction de mapping permettant le calcul de l'allongement troposphérique avec une estimation de l'erreur résiduelle sur les estimations de la composante humide et sèche de l'allongement zénithal.

EGNOS considère également un quatrième terme d'erreur résiduel lié cette fois au récepteur en lui-même. Ce terme, noté σ_{air}, se compose à la fois des bruits de mesure récepteur, ainsi qu'une erreur résiduelle liée à la présence de multi-trajet. Il s'écrit de la manière suivante :

$$\sigma^2_{air} = \sigma^2_{mp} + \sigma^2_{noise} \tag{II.44}$$

où :

- σ_{mp} représente l'erreur résiduelle liée au multi-trajet non rejeté par le récepteur. Cette variance s'obtient grâce à la formule [RTCA/DO-229C, 2001] :

$$\sigma^2_{mp} = 0,2 \cdot \exp\left(-\frac{E}{75} \right) \tag{II.45}$$

- σ_{noise} représente le bruit lié à la boucle de mesure du récepteur. Pour un récepteur garantissant les capacités de suivi définis par les MOPS [RTCA/DO-229C, 2001], la valeur est fixée à :

$$\sigma_{noise} = 0,4m \tag{II.46}$$

En combinant ces différents termes, nous pouvons estimer la variance de la mesure de pseudodistance pour un satellite quelconque. On obtient la variance totale σ_i pour la mesure de pseudodistance comme :

$$\sigma_i{}^2 = \sigma^2_{i,ltc} + \sigma^2_{i,UIRE} + \sigma^2_{i,tropo} + \sigma^2_{air} \tag{II.47}$$

5.5 Applications à la mesure de pseudodistance

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, le système EGNOS fournit cinq paramètres de correction à appliquer à la mesure de pseudodistance. L'utilisation de ces corrections va permettre d'éliminer une grande partie des allongements de mode commun, tels que les allongements atmosphériques, mais également les allongements intrinsèques au système lui-même tels que les retards d'horloge satellite.

5.5.1 Applications des corrections EGNOS

Les cinq paramètres se regroupent en deux catégories : d'un coté, les termes d'allongement à appliquer directement sur la mesure de pseudodistance, et de l'autre, un vecteur de décalage à appliquer sur la position du satellite. On rappelle ces termes :

- Fast Corrections : RC_{fast} –eq.(II.31)–
- Long-Term Corrections : RC_{clock} –eq.(II.33)– et ΔX_{LTC} –eq.(II.34)–
- Corrections ionosphérique : RC_{iono} –eq.(II.35)
- Corrections troposphérique : RC_{tropo} –eq.(II.36)–

La pseudodistance corrigée EGNOS s'obtient alors comme [RTCA/DO-229C, 2001] :

$$\rho_{EGNOS} = \rho_m + RC_{fast} + RC_{clock} - RC_{iono} + RC_{tropo} \tag{II.48}$$

5.5.2 Modèle final de pseudodistance

On injecte maintenant le modèle de pseudodistance contenant les différents termes et décrit par l'équation II.18 dans le modèle de pseudodistance corrigée EGNOS. On obtient alors l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \rho_{EGNOS} = \quad & \|X_u - (X_s + \Delta X_{LTC})\| + c \cdot (dt_u(t_r) - dt_s(t_e)) \\ & + c \cdot (\delta t_{rel} + \delta_{t_s}) + \delta_{X_s} + M + \delta_{\text{iono}} + \delta_{\text{tropo}} \\ & + RC_{fast} + RC_{clock} - RC_{iono} + RC_{tropo} \\ & + \varepsilon \end{aligned} \tag{II.49}$$

Cette équation peut largement être simplifiée. En effet :

- L'application des termes RC_{iono} et RC_{tropo} permet de compenser les termes d'allongement atmosphérique δ_{iono} et δ_{tropo}. Ces quatre termes disparaissent donc de l'équation II.49.
- Le terme RC_{clock} est utilisé pour compenser les erreurs d'horloge δ_{t_s} non modélisées par le GPS et le terme ΔX_{LTC} permet de compenser l'allongement dû aux erreurs d'estimation des paramètres d'éphéméride. On peut donc également faire disparaître ces termes de l'équation.

Nous parvenons donc à une première simplification :

$$\rho_{EGNOS} = R + c \cdot (dt_u - dt_s) + c \cdot \delta t_{rel} + M + RC_{fast} + \varepsilon \tag{II.50}$$

Cependant, le décalage d'horloge du satellite peut être exprimé à partir des éphémérides. De même pour l'allongement dû au retard relativiste de l'horloge qui est décrit par l'équation II.14. De plus le terme de correction est également connu via l'équation II.31. Si on fait l'hypothèse que le récepteur est en environnement dégagé, le terme d'allongement lié à la présence d'un multi-trajet est nul.

Nous pouvons maintenant isoler les termes inconnus dans l'expression donnée par l'équation II.50. Il est alors possible de réécrire cette expression sous la forme :

$$\rho_{EGNOS} + c \cdot dt_s - c \cdot \delta t_{rel} - M - RC_{fast} = R + c \cdot dt_u + \varepsilon \tag{II.51}$$

Nous obtenons ainsi le modèle de pseudodistance simplifié qui sera utilisé dans la suite de ce document, et qui s'écrit sous la forme :

$$\rho = R + c \cdot dt_u + \varepsilon \tag{II.52}$$

Où ρ représente la mesure de pseudodistance corrigée des différents effets que nous avons explicités précédemment et ε les erreurs résiduelles après application de l'ensemble des corrections EGNOS et inhérentes au système GPS.

Dans la suite de ce document, on parlera de mesure de pseudodistance pour désigner la pseudodistance corrigée ρ. Le modèle de pseudodistance décrit par l'équation (II.52) sera utilisé pour résoudre le problème du positionnement.

6 Calcul standard d'un point GPS

Nous nous intéressons maintenant à la méthode classique permettant de résoudre le problème de localisation par satellites. Il s'agit ici de reconstruire la position du récepteur à partir de l'ensemble des mesures de pseudodistance. En les combinant avec les mesures de Doppler, il est possible d'estimer à la fois la position et la vitesse du récepteur.

La résolution de la position en mode naturel [14] se fait de manière itérative à chaque instant d'échantillonnage du fait de la non linéarité des équations. La méthode classique repose sur un algorithme de résolution itératif utilisant des moindres-carrés [Langley, 1991]. Il existe également une méthode analytique appelée méthode de Bancroft et qui a été étendue par les auteurs de [Yang and Chen, 2001]. Cette méthode non-itérative ne sera pas décrite ici. Récemment, une nouvelle classe de solveur basée sur l'inversion ensembliste a été introduite pour les systèmes GNSS [Drevelle and Bonnifait, 2009]. De part leurs conceptions, les solveurs par inversion ensembliste permettent de générer une estimation robuste de l'état sous hypothèses de respecter les modèles et les contraintes définies. Ils permettent également de gérer les situations multi-hypothèses du fait des mécanismes de bissection qu'ils utilisent.

On présente dans un premier temps l'algorithme des moindres-carrés qui sera utilisé pour estimer l'état du récepteur, puis on rappelle les modèles d'observation et on présente enfin le processus conduisant de la réalisation de la mesure à la solution de navigation.

6.1 Algorithme de Newton-Raphson

Nous rappelons dans un premier la méthode classique permettant de calculer la solution de positionnement minimisant la norme quadratique des résidus sur les observations. On utilise pour cela l'algorithme de Newton-Raphson qui effectue une recherche itérative du zéro d'une fonction non-linéaire. En posant X le vecteur d'état du récepteur, et Y le vecteur des observations du système, on cherche à déterminer X tel que :

$$Y - h(X) = 0 \tag{II.53}$$

Cette méthode suppose que $\dim(X) \leq \dim(Y)$.

Après linéarisation du modèle d'observation autour d'un état estimé X_0, on détermine l'incrément ΔX tel que :

$$Y - h(X_0 + \Delta X) = 0 \tag{II.54}$$

L'opération est répétée jusqu'à convergence de la solution.

6.1.1 Linéarisation du modèle

La linéarisation du modèle est effectuée via un développement de Taylor à l'ordre 1 autour de l'état estimé initial X_0. On obtient alors :

$$h(X_0 + \Delta X) = h(X_0) + \left.\frac{\partial h}{\partial X}\right|_{X_0} \cdot \Delta X + \mathscr{O}(\Delta X) \tag{II.55}$$

Afin d'alléger l'écriture, on pose les variables suivantes :
- $\Delta Y = Y - h(X_0)$ le vecteur des observations au point de linéarisation,
- $H = \left.\frac{\partial h}{\partial X}\right|_{X_0}$ la matrice jacobienne du modèle d'observation au point de linéarisation.

L'introduction de l'eq.(II.55) dans l'eq.(II.54) conduit à l'expression suivante :

$$\Delta Y = H \cdot \Delta X \tag{II.56}$$

14. *point positioning* dans la langue de Shakespeare

6.1.2 Critère de minimisation

On définit le vecteur des résidus sur les observations ε par :

$$\varepsilon = \Delta Y - H \cdot \Delta X \tag{II.57}$$

Résoudre le système décrit par eq.(II.54) revient à minimiser la norme quadratique des résidus v décrite par :

$$v = \varepsilon^t \cdot W \cdot \varepsilon \tag{II.58}$$

où W est une matrice de pondération des observations définie en pratique par l'inverse des variances des observations.

6.1.3 Processus itératif

A chaque itération du solveur, on cherche l'incrément ΔX qui va minimiser v. On cherche donc à déterminer l'incrément ΔX qui annule le gradient du critère à minimiser. Cela conduit à résoudre le système suivant :

$$H^t \cdot W \cdot \Delta Y - H^t \cdot W \cdot H \cdot \Delta X = 0 \tag{II.59}$$

D'où la valeur de l'incrément ΔX à chaque itération :

$$\Delta X = \left(H^t \cdot W \cdot H\right)^{-1} \cdot H^t \cdot W \cdot \Delta Y \tag{II.60}$$

On définit également un critère d'arrêt sur la norme de ΔX afin de stopper la recherche du solveur. L'incrément permet de mettre l'état à jour à chaque itération :

$$X = X + \Delta X \tag{II.61}$$

6.2 Vecteurs d'état et d'observation

On établit à présent les vecteurs d'état et d'observation utilisés pour résoudre le problème de positionnement par l'algorithme de Newton-Raphson.

6.2.1 Modèle d'observation

Comme nous l'avons montré au paragraphe II.5.5, la mesure de pseudodistance pour le i-ème satellite peut s'écrire sous une forme simplifiée si on fait l'hypothèse que les allongements atmosphériques sont corrigés. On rappelle cette expression :

$$\rho^i = \left\| X_u - X_s^i \right\| + c \cdot dt_u \tag{II.62}$$

La mesure de Doppler pour ce même satellite s'écrit sous une forme équivalente (Cf. Sec.II.4.4) :

$$\dot{\rho}^i = \left(V_u - V_s^i\right) \bullet u_{\text{los}}^i + c \cdot \dot{dt}_u \tag{II.63}$$

6.2.2 Vecteur d'observation

Pour résoudre à la fois la position et la vitesse du récepteur, nous utiliserons à la fois les mesures de pseudodistances et de Dopplers pour l'ensemble des satellites visibles après masquages des satellites à basse élévation. En effet, les modèles standard d'atmosphère ne sont pas valables pour des élévations inférieures à 5° [Guo and Langley, 2003]. Ces satellites sont également sujets à des perturbations extérieures, telles que le feuillage d'un arbre, qui peuvent dégrader le signal. Il est donc courant de les éliminer.

Le vecteur Y se compose donc de l'empilement des mesures de pseudodistance et de Dopplers :

$$Y = \begin{bmatrix} \rho^1 & \cdots & \rho^m & \dot{\rho}^1 & \cdots & \dot{\rho}^m \end{bmatrix}^t \tag{II.64}$$

Où m représente le nombre de satellites fournissant une mesure de pseudodistance et de Doppler.

6.2.3 Vecteur d'état

Les modèles d'observation rappelés précédemment –eq.(II.62) et eq.(II.63)– nous permettent d'introduire le vecteur d'état du récepteur que l'on va chercher à estimer. Soit :

$$X = \begin{bmatrix} X_u & d & V_u & \dot{d} \end{bmatrix}^t \tag{II.65}$$

On introduit ici la variable d décrivant l'allongement dû au décalage d'horloge récepteur, et $\dot{d}$ la variation due à la dérive de cette même horloge. Ces variables sont introduites afin de garantir la stabilité numérique lors de l'inversion de la jacobienne –eq.(II.60)–.

L'état est ici de dimension 8. Le paragraphe II.6.1 rappelle que $\dim(Y) \geq \dim(X)$. En supposant qu'un satellite fournisse une mesure de Doppler et de pseudodistance, il faut donc 4 satellites *au minimum* pour estimer l'état du récepteur.

6.2.4 Expression de la matrice jacobienne

On établit maintenant l'expression de la matrice jacobienne pour le i-ème satellite en vue, disposant à la fois d'une mesure de pseudodistance et d'une mesure de Doppler. Chaque ligne de la matrice jacobienne s'obtient par dérivation du modèle d'observation correspondant par rapport aux composantes de l'état. Le calcul des composantes des matrices jacobiennes sont détaillés dans l'annexe C.

Dans le cas de la mesure de pseudodistance, on obtient :

$$H^i = \begin{bmatrix} \dfrac{x_u - x_s^i}{\|X_u - X_s^i\|} & \dfrac{y_u - y_s^i}{\|X_u - X_s^i\|} & \dfrac{z_u - z_s^i}{\|X_u - X_s^i\|} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II.66}$$

Ce qui peut s'exprimer plus simplement sous la forme :

$$H^i = \begin{bmatrix} \left(u_{\text{los}}^i\right)^t & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II.67}$$

On exprime maintenant la ligne de la matrice jacobienne correspondant à la mesure de Doppler. Pour plus de lisibilité, on l'écrit sous une forme vectorielle :

$$H^{i+m} = \begin{bmatrix} u_{\text{los}}^i \times \left(u_{\text{los}}^i \times \dfrac{V_u - V_s^i}{\|X_u - X_s^i\|} \right) & 0 & u_{\text{los}}^i & 1 \end{bmatrix} \tag{II.68}$$

Le double produit vectoriel résultant de la dérivation de l'expression de la mesure de Doppler par rapport à la position représente la projection du vecteur vitesse relatif sur le plan décrit par le vecteur ligne de vue et le récepteur. Cependant, il faut noter que le vecteur vitesse est multiplié par l'inverse de la

distance géométrique entre le satellite, ce qui réduit l'influence de la mesure de Doppler dans l'estimation de la position.

Prenons un exemple simple pour illustrer l'influence de la mesure de Doppler sur l'estimation de la position. Supposons un récepteur situé au point où le méridien de Greenwich coupe le plan équatorial. D'où :

$$X_u = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \end{bmatrix}^t \tag{II.69}$$

On suppose également que le satellite est situé sur la droite formée par l'intersection du plan équatorial et du plan formé par le méridien de Greenwich. Soit :

$$X_s = \begin{bmatrix} R+h & 0 & 0 \end{bmatrix}^t$$

Nous pouvons alors en déduire l'expression du vecteur ligne de vue :

$$u_{\text{los}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^t$$

Si le satellite est animé d'un mouvement de translation à la vitesse V suivant l'axe Y du référentiel ECEF et que le récepteur est immobile, alors la vitesse relative s'écrit :

$$\Delta V = V \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^t$$

En appliquant ceci à l'expression donnée par l'équation II.68, on obtient alors l'expression de la ligne de la matrice jacobienne pour se cas particulier :

$$H^i = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{V}{h} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{II.70}$$

Or, un satellite GPS évolue à environ $h = 20.200km$ de la surface terrestre à une vitesse de environ $V = 3.800m.s^{-1}$.

d'où :

$$H^{i+m} = \begin{bmatrix} 0 & 2\times10^{-4} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{II.71}$$

On comprend alors l'approximation couramment faite de négliger l'influence de la mesure de Doppler sur la position, comme nous l'avons précisé au paragraphe II.4.4 ou comme le montrent les auteurs de [Simsky and Boon, 2003]. Cette approximation présente l'avantage de simplifier l'écriture la matrice jacobienne puisque elle peut alors s'écrire sous la forme d'une matrice bloc :

$$H = \begin{bmatrix} \tilde{H} & 0 \\ 0 & \tilde{H} \end{bmatrix} \tag{II.72}$$

où $\tilde{H}$ est une matrice $m \times 4$ dont la i-ème ligne s'écrit sous la forme :

$$\tilde{H}^i = \begin{bmatrix} u^i_{\text{los}} & 1 \end{bmatrix} \tag{II.73}$$

L'intérêt pour le temps réel est évident : une telle formulation permet de découpler l'estimation de la vitesse et de la position, tout en ne calculant la matrice jacobienne qu'une seule fois pour les deux étapes.

6.2.5 Expression de la matrice de pondération

On précise maintenant l'expression de la matrice de pondération utilisée. Comme nous l'avons explicité au paragraphe II.5.4, le système EGNOS fournit une estimation de la variance des mesures de pseudodistance. Il a également pour particularité de décorréler les erreurs de mesures sur les pseudodistances.

On écrit donc la matrice de pondération comme étant l'inverse de la matrice des variances de mesures. D'où :

$$W = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n^2 \end{bmatrix}^{-1} \tag{II.74}$$

6.3 Procédure de résolution

L'algorithme II.1 présente le processus permettant de résoudre le problème du positionnement. C'est le processus standard pour les récepteurs GPS bas-coût fonctionnant uniquement sur le code C/A. Nous nous basons ici sur la résolution à la fois de la vitesse et de la position du récepteur au moyen des mesures de Doppler et de pseudodistance. L'état X que l'on cherche à résoudre se compose donc du vecteur position, du vecteur vitesse, ainsi que des paramètres d'horloge –décalage et dérive– du récepteur (Cf. Sec.II.6.1).

Le vecteur des mesures Y est quant à lui composé de l'empilement des mesures de pseudodistance et de Doppler.

La résolution se fait en trois grandes étapes :

- La première étape consiste à déterminer les vecteurs position et vitesses de chacun des satellites disponibles à partir des éphémérides radio-diffusées et des équations du mouvement. Les équations utilisées sont détaillées en annexe de ce document (Cf. Annexe B). Cette étape permet également de déterminer les paramètres d'horloge des satellites.
- La deuxième étape vise à corriger les observables des différents effets qui ont été explicités précédemment (Cf. Sec. II.4). Dans le cas des mesures de pseudodistance, il s'agit de corriger l'allongement dû au décalage d'horloge satellite, puis d'appliquer les corrections EGNOS si elles sont disponibles. Si les corrections EGNOS ne sont pas disponibles, alors on utilise les modèles introduits précédemment pour corriger les allongements dû à la traversée de l'atmosphère (Cf. Sec. II.4). Pour les mesures de Doppler, il s'agit de transformer la mesure de décalage fréquentiel en une mesure équivalente à une vitesse, puis de compenser les effets dus à la dérive de l'horloge du satellite.
- La dernière étape réside dans la résolution de l'état du récepteur par l'algorithme de Newton-Raphson présenté au paragraphe II.6.1.

Après convergence de la solution, il est possible de fournir une estimation de la qualité de la solution qui va s'exprimer en fonction de la pondération des observables GPS [Walter and Enge, 1995]. On obtient ainsi l'erreur HRMS, pour *Horizontal Root Mean Square*, qui correspond au grand axe de l'ellipse à 1σ dans le plan horizontal et qui s'exprime sous la forme :

$$HRMS = \sqrt{\sigma_{XX}^2 + \sigma_{YY}^2} \tag{II.75}$$

Et une mesure de confiance dans la précision verticale σ_Z :

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{zz}^2}$$

avec :

Algorithme II.1 Résolution du problème de positionnement

Pré-requis

- État initial : X_0
- Mesures de pseudodistance : $\rho^i \; \forall i = 1, \ldots, n$
- Mesures de Doppler : $\Delta f^i \; \forall i = 1, \ldots, n$

PVT des satellites

Pour chaque satellite en vue :

1. Calcul de l'instant d'émission : $t_e^i = t_r - \dfrac{\rho^i}{c}$
2. Correction du décalage d'horloge satellite et des effets relativistes sur l'horloge du satellite :

$$t_e^i = t_e^i - dt_s^i - \delta t_{rel}$$

3. Calcul de la position et la vitesse du satellite dans le repère ECEF lié à l'instant d'émission.
4. Projection dans le repère ECEF lié à l'instant de réception pour compenser l'effet Sagnac.

Génération des observables pour la résolution

1. Masquage des satellites à basse élévation.
2. Correction des pseudodistances : :
   (a) Correction de l'allongement dû au décalage d'horloge satellite : $\rho^i = \rho^i + c \cdot dt_s$
   (b) Application des corrections EGNOS
3. Correction des Dopplers :
   (a) génération de la mesure de *range-rate* : $\dot{\rho} = -c \cdot \dfrac{\Delta f}{f_{L1}}$
   (b) Correction du biais dû à la dérive d'horloge satellite : $\dot{\rho} = \dot{\rho} + c \cdot \dot{dt}_s$

Résolution par la méthode des moindres-carrés

Tant que $\|\Delta X\| \geq \varepsilon$ Faire

1. Estimation des mesures.
2. Calcul des résidus.
3. Calcul de la jacobienne.
4. Calcul de l'incrément ΔX

fin boucle

$$\sigma_{ii}^2 = \left[\left(H^t \cdot W \cdot H \right)^{-1} \right]_{ii} \tag{II.76}$$

On retrouve ici des paramètres similaires aux DOP, pour *dilution of precision*, qui s'expriment dans le cas non pondérés. Cependant, d'après [Langley, 1999], si on fait l'hypothèse que toutes les mesures possèdent la même variance σ, alors on peut écrire :

$$HRMS = \sigma \cdot HDOP \tag{II.77}$$

et

$$\sigma_Z = \sigma \cdot VDOP \tag{II.78}$$

Ces paramètres permettent une première évaluation de la qualité de la solution. Ils ne tiennent cependant pas compte des éventuels défauts pouvant affecter les mesures. Il est donc intéressant de surveiller l'intégrité de la solution afin de déterminer la présence de défauts.

7 Intégrité de la solution de navigation

L'intégrité des données est une problématique importante dans différents domaines liés au traitement de l'information comme le montre l'auteur de [Sandhu, 1993]. Dans le domaine des transports, les besoins d'intégrité sont historiquement liés au développement du transport aérien qui a été le premier secteur à fixer des critères de performance pour les systèmes de navigation.

Nous abordons à présent les concepts d'intégrité pour le positionnement puis nous introduirons la méthode utilisée dans la suite de ces travaux.

7.1 Définition de l'intégrité

L'intégrité de la solution fournie par un système de localisation est intimement liée à l'application utilisant ce système. Dans le cadre d'un système de navigation, que ce soit un récepteur GPS isolé ou un système de navigation hybride, on parle de *Required Navigation Perfomances* –RNP–. Dans le domaine aéronautique, ces performances ont été spécifiées par l'ICAO [15] suivant 4 critères [Ober, 2001] :

Précision : Estimation de l'erreur totale faite par rapport à une référence par le système de navigation. Elle est définie à 95%.

Intégrité : Mesure de confiance dans la justesse de la solution de navigation fournie par le système. Ce critère tient également compte des paramètres de non-détectabilité d'un défaut et du temps nécessaire à l'émission d'une alarme.

Continuité : La continuité définit la capacité du système à fournir des données de navigation intègres sans interruption pendant une durée déterminée.

Disponibilité : Définit un pourcentage temporel du temps où le système est disponible, c'est-à-dire que les trois critères précédents sont validés.

Le besoin d'intégrité touche également les applications liées aux transports terrestres. Cependant, il n'existe pas à l'heure actuelle de définition standard des RNP dans ce domaine. On peut citer les travaux de [Feng and Ochieng, 2007] qui ont tenté d'établir des RNP pour la navigation automobile.

15. International Civil Aviation Organisation

7.2 Méthodes de détection de défauts

7.2.1 Principes

La détection de défaut repose ici sur l'exploitation de la redondance des mesures et le constat simple que la présence d'un défaut entraîne une perte de consistance entre la mesure fournie par le capteur et la mesure estimée à travers un modèle. Avec les méthodes époque par époque, toute la problématique réside dans le fait que la mesure ne peut-être estimée a priori, puisque l'état du système est inconnu.

L'idée est donc de calculer un indicateur a posteriori qui exprime la consistance des données et qui sera comparé à un seuil statistique pour décider, ou non, de la présence d'un défaut. En posant D la variable de décision, et Th le seuil de consistance des données, on a le schéma de base des méthodes de détection de défaut :

$$D \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} Th \tag{II.79}$$

où H_0 représente l'hypothèse d'un système sain, et H_1 celui d'un système en défaut.

On définit ainsi les probabilités suivantes :

– **Fausse alarme.** C'est la probabilité qu'un défaut soit détecté alors que le système est sain. Soit :

$$P_{fa} = P\left[D > Th | H_0\right] \tag{II.80}$$

– **Non détection.** C'est la probabilité qu'un défaut ne soit pas détecté. Soit :

$$P_{md} = P\left[D < Th | H_1\right] \tag{II.81}$$

Ces probabilités sont fixées par l'application et permettent de définir le seuil de consistance du système. On fait ici l'hypothèse que les mesures suivent une loi Gaussienne centrée de variance σ_Y. Si on fait l'hypothèse qu'il n'existe pas de défaut dans les données, alors les erreurs suivent une loi du χ^2, ce qui permet de calculer la valeur du seuil en fonction de la probabilité de fausse alarme P_{fa} :

$$Th\left(P_{fa}, n, \sigma_y\right) = \sigma_Y^2 \cdot \chi^{-2}\left(1 - P_{fa}, n\right) \tag{II.82}$$

où n représente le degré de redondance du système :

$$n = \dim\left(Y\right) - \dim\left(X\right) \tag{II.83}$$

Nous allons maintenant définir la variable de décision. On distingue principalement deux approches : la première consiste à surveiller la norme du vecteur de parité tel que décrit par [Sturza, 1988]. Dans cette méthode, on suppose l'existence d'un vecteur de défaut s'ajoutant au vecteur des observations. Après résolution, le vecteur des résidus est projeté dans l'espace de parité pour obtenir le vecteur de parité p qui, dans le cas idéal, est faible. On teste la norme de ce vecteur pour évaluer la consistance des observations.

La deuxième méthode, que nous allons exploiter ici, repose directement sur l'utilisation des résidus des observations. On introduit cette notion dans le paragraphe suivant.

7.2.2 Méthode des résidus

La méthode des résidus considère la norme quadratique des résidus comme variable de décision pour la détection de défaut. Cette méthode, proposé par [Sturza and Brown, 1990], a été largement reprise au cours des années. Les auteurs de [Hewitson and Wang, 2007] l'ont par exemple étendue de façon à introduire le modèle dynamique du mouvement du récepteur afin d'améliorer la détectabilité d'un défaut. Cette méthode repose sur une résolution aux moindres carrés pondérés similaire à celle présentée par les

auteurs de [Walter and Enge, 1995]. Ces approches permettent de tenir compte du facteur de pondération des observables dans l'expression de la norme des résidus. Le principal problème ici étant que les résidus sont exprimés en fonction de la pondération des observables.

L'objectif est alors d'obtenir une variable de décision qui suive une loi du χ^2 à $n-4$ degrés de liberté pour pouvoir effectuer la comparaison statistique. Plusieurs approches sont ainsi possibles : les auteurs de [Belabbas and Gass, 2005] proposent de réaliser une décomposition de Cholesky de la matrice pondération, puisque cette dernière est définie positive, afin de libérer le vecteur des résidus de la corrélation due à la pondération des observables. La matrice de pondération s'écrit alors sous la forme :

$$W = A \cdot A^t \tag{II.84}$$

Ce qui permet d'écrire le nouveau vecteur des résidus après convergence de la solution sous la forme :

$$\varepsilon' = A^{-1} \cdot \varepsilon \tag{II.85}$$

Où ε est le vecteur des résidus décrit par l'équation II.57. La variable de décision D s'écrit alors sous la forme :

$$D = \left\| \varepsilon' \right\| \tag{II.86}$$

L'intérêt majeur de cette approche est d'intégrer le fait que la matrice de pondération peut tenir compte de la corrélation entre les observables, et donc être non-diagonale. Le problème lié à la décomposition de Cholesky est qu'elle peut s'avérer gourmande en temps de calcul sur un calculateur embarqué de faible puissance.

A l'inverse, les auteurs de [Walter and Enge, 1995] proposent de construire un indicateur de consistance des observables directement à partir du vecteur des résidus pondérés. Les auteurs font ici l'hypothèse que les sources de mesures sont décorrélées, et que par conséquent, la matrice W est diagonale. On rappelle l'expression du vecteur des résidus ε :

$$\varepsilon = \Delta Y - H \cdot \Delta X \tag{II.87}$$

En injectant l'expression de ΔX –eq.(II.60)– dans cette équation, on obtient l'expression du vecteur des résidus en fonction de ΔY, la différence entre le vecteur de mesure Y et le vecteur de mesure estimée $\hat{Y}$ reconstruit par le modèle de pseudodistance. Soit :

$$\varepsilon = \left(\mathrm{I}_{m \times m} - H \cdot \left(H^t \cdot W \cdot H \right)^{-1} \cdot H^t \cdot W \right) \cdot \Delta Y \tag{II.88}$$

On introduit alors la matrice S qui s'écrit sous la forme :

$$S = H \cdot \left(H^t \cdot W \cdot H \right)^{-1} \cdot H^t \cdot W \tag{II.89}$$

La norme pondérée des résidus, ou *Weigthed Sum of Squared Errors*, a alors pour expression :

$$WSSE = \varepsilon^t \cdot W \cdot \varepsilon \tag{II.90}$$

$$\Delta Y^t \cdot W \cdot (\mathrm{I}_{m \times m} - S) \cdot \Delta Y \tag{II.91}$$

En conditions saines, le vecteur des résidus ε est une variable aléatoire suivant une loi normale centrée. On peut donc tester la consistance des observations en considérant la variable de décision D telle que :

$$D = \sqrt{WSSE} \tag{II.92}$$

Les deux indicateurs ainsi obtenus permettent de qualifier la consistance des observations et détecter la présence d'un défaut dans les mesures. Toutes ces méthodes supposent la présence d'au moins un degré de redondance, ce qui signifie dans le cas présent, la mesure de cinq satellites. Pour un degré de redondance supérieur, il est alors possible également d'isoler ce défaut en utilisant des méthodes telles que celles décrites par [Le Marchand et al., 2008]. Toutes ces méthodes visent à augmenter la robustesse du calcul GPS vis-à-vis des nombreux défauts possibles dans le cas du GPS dont on peut trouver une liste exhaustive dans les travaux de [Bhatti and Ochieng, 2007].

En revanche, ces métriques n'indiquent rien sûr la qualité de la solution au sens de l'intégrité externe telle que définie par l'ICAO –Cf Sec.II.7.1–.

7.3 Métriques d'intégrité

Nous nous intéressons maintenant aux paramètres d'intégrité au sens de l'ICAO. Le paragraphe précédent nous a montré comment détecter la présence d'un défaut dans les mesures utilisées par le système. L'étape suivante est donc de qualifier la solution fournie par le système en lui attribuant un indicateur de confiance. Cet indicateur, ou métrique, peut être exprimé au choix dans l'espace d'état (on parle alors d'*intégrité externe*) ou dans l'espace des mesures(on parle dans ce d'*intégrité interne*).

7.3.1 Intégrité interne

L'intégrité consiste à qualifier la confiance que l'on peut accorder à l'estimation en se basant sur le vecteur des résidus après convergence de la solution. On utilise pour cela le biais d'amplitude minimum que l'on peut détecter. Le MDB, pour *Minimum Detectable Bias*, a été utilisé par les auteurs de [Sun and Cannon, 1997, Teunissen, 1990].

Le MDB dépend d'une probabilité de non-détection associée à l'application, et à un seuil de détection qui peut être exprimé soit à partir de la norme courante du vecteur des résidus, soit à partir d'une loi du χ^2 dépendant de la probabilité de fausse-alarme, que l'on note respectivement MDB_{obs} et MDB. Il y a alors perte d'intégrité quand le biais minimal observable est supérieur au biais minimal observable défini de façon théorique. D'où :

$$MDB_{obs} > MDB \tag{II.93}$$

7.3.2 Intégrité externe

L'intégrité externe vise à estimer la confiance que l'on peut avoir dans l'estimation en se basant sur l'impact des bruits de mesure dans le domaine d'état. L'idée est alors d'établir une borne d'erreur sur l'état estimé du récepteur en se basant sur le vecteur des résidus issus de la résolution aux moindres-carrés. On appelle ces termes les *protection levels*, ou PL. On distingue le HPL, pour la partie horizontale, et le VPL pour le niveau de protection vertical. Ils s'expriment sous la forme [Walter and Enge, 1995, Belabbas and Gass, 2005] :

$$\begin{cases} HPL & = H_{slope} \cdot Th(n, p_{fa}) + k(p_{md}) \cdot HRMS \\ VPL & = V_{slope} \cdot Th(n, p_{fa}) + k(p_{md}) . \sigma_Z \end{cases} \tag{II.94}$$

L'expression des niveaux de protection se décomposent en deux parties pour tenir compte à la fois de l'effet de l'imprécision de l'estimation et de l'impact d'un défaut non-détecté –Cf figure II.16–. Les termes H_{slope} et V_{slope} décrivent l'impact de la configuration géométrique sur la propagation d'un défaut dans la solution. On peut trouver l'expression de ces termes dans [Le Marchand, 2009]. Parallèlement, le terme $k(p_{md})$ permet de décrire l'impact du bruit sur la solution calculée. Il correspond au nombre d'écarts types correspondant à la probabilité de non-détection p_{md}.

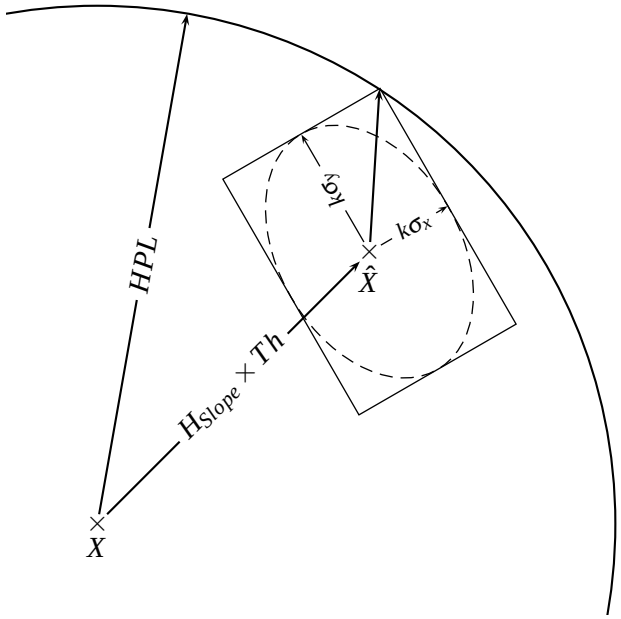


FIGURE II.16 – Niveau de protection horizontale pour une solution de navigation. X représente la vérité terrain et $\hat{X}$ la position estimée.

Ces niveaux de protection représentent donc l'erreur maximale correspondant aux RNP par l'utilisation d'un algorithme de détection de défaut, le tout sous hypothèse gaussienne [Le Marchand, 2009, Blanch et al., 2005]. En comparant le HPL (resp. VPL) avec un seuil d'alarme –HAL (resp. VAL)– définie par l'application, il est alors possible de détecter une incompatibilité de l'intégrité de la solution de navigation avec les besoins de la tâche.

8 Conclusion

Nous avons introduit dans ce chapitre les principes fondamentaux du positionnement par satellites. Dans un premier temps, nous avons présenté les différents systèmes GNSS existants ou en cours de développement.

En nous intéressant au principe de fonctionnement du GPS, système choisi pour la réalisation de ces travaux, nous avons explicité le processus conduisant à la génération des observables GPS : les mesures de pseudodistance et de Doppler. Nous avons ainsi pu établir les modèles de données qui seront exploités dans les chapitres suivants en intégrant les corrections fournies par le système EGNOS. Nous avons également rappelé la méthode classique de résolution de la localisation par la méthode de Newton-Raphson ainsi que certaines métriques permettant de qualifier la consistance et l'intégrité de la solution fournie.

Dans le cas des applications orientées transports, il est courant de coupler l'utilisation d'un récepteur GPS avec un système d'information géographique –SIG–. Nous nous intéressons à présent à la description des systèmes utilisés dans le cas plus particulier des applications embarquées pour les véhicules terrestres. Dans ces applications, le SIG est basé sur une carte routière navigable qui fournit conjointement la topologie et la géométrie du réseau. L'architecture de la carte routière navigable utilisée est présentée dans la suite de ce document, ainsi que la description informatique du réseau routier.

Chapitre III

Structuration et manipulation de cartes routières navigables pour le positionnement

1 Introduction

La quantité et la qualité des données géo-référencées a rapidement augmenté au cours des dernières années, portée par le développement d'applications grand public, mais également par l'apparition de projets inspirés par le monde des logiciels libres proposant des données en accès libre. Cependant, la spécificité de chaque application fait qu'il n'existe pas de Système d'Information Géographique –SIG– unique. D'une manière générale, le terme SIG est utilisé pour couvrir les systèmes permettant la manipulation et la visualisation de données géo-référencées [Taylor and Blewitt, 2006] : un SIG est donc composé au minimum d'une base de données et d'un moteur cartographique.

L'utilisation massive des cartes routières numériques dans le domaine des transports a coïncidé avec l'apparition du système GPS dans les années 80. Le GPS était le premier système de positionnement à proposer une estimation en temps-réel de la position d'un véhicule, rendant alors possible l'exploitation des cartes numériques [Claussen and Lichmer, 1989]. Cependant, l'utilisation des cartes avait pour principal objectif d'améliorer la précision de la solution fournie afin de permettre le guidage des véhicules. On peut citer par exemple les travaux de [Taylor and Blewitt, 1999] consistant à générer des corrections différentielles à partir d'une carte routière numérique ou ceux de [Scott, 1996] qui utilisent la carte pour corriger la position fournie par un récepteur GPS. Avec la désactivation de la *Selective Avaliability* en l'an 2000 qui dégradait la solution pour les utilisateurs standards, la situation a évolué. De nombreux travaux se concentrent maintenant sur l'utilisation d'une carte routière navigable pour compenser les pertes d'intégrité du positionnement en milieu urbain [Syed and Cannon, 2005, Quddus, 2006].

Une carte navigable complète représente un important volume de données qu'il est difficile de manipuler tel quel dans une application embarquée. Dans ces travaux, nous considérons une portion réduite et optimisée de la carte appelée *cache de routes* [Bonnifait et al., 2007]. L'utilisation d'un cache de routes permet ainsi de limiter la quantité de données à traiter. Elle permet également d'appliquer certaines opérations sur les données utilisées avant de les rendre disponibles pour l'application.

On présente à présent l'architecture logicielle du SIG utilisé dans la suite de ces travaux. La représentation du réseau routier associée au cache de routes est ensuite proposée. Cette description conditionne en grande partie les choix effectués ultérieurement. On conclut le chapitre avec la présentation du repère de travail qui sera utilisé tout au long de ces travaux.

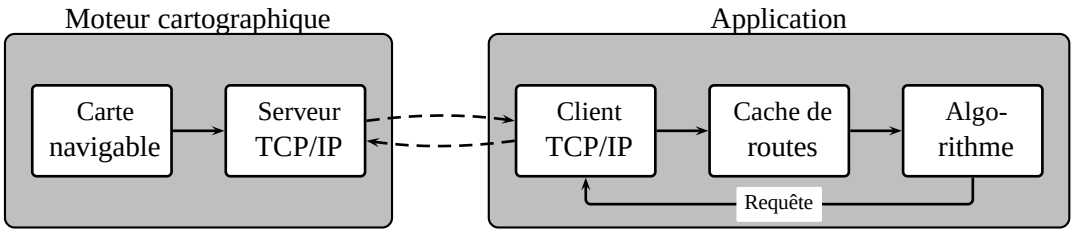


FIGURE III.1 – Gestion de la carte navigable dans le cadre du projet *CVIS–POMA*

2 Structure du cache de routes

Au cours de ces travaux, nous nous sommes appuyés sur le cache de routes développé au sein du laboratoire Heudiasyc dans le cadre du projet CVIS–POMA. Il faut cependant distinguer l'application complète, qui forme un système d'information géographique (SIG) et le cache de routes en lui même, qui est une représentation vectorielle locale du réseau routier chargée en mémoire de l'ordinateur de calcul.

2.1 Architecture

Parmi les acteurs de POMA se trouvaient deux des principales entreprises fournissant des cartes routières numériques pour les systèmes d'aide à la navigation : *Navteq* et *TeleAtlas*. Ces deux entreprises étant en concurrence directe sur le marché des données géo-référencées, des contraintes évidentes de confidentialité des données ont influé sur l'architecture du cache de routes, en plus des contraintes de modularité liées au cahier des charges du projet. L'utilisation d'une architecture distribuée permet de satisfaire à la fois les contraintes de modularité et de confidentialité. Le SIG CVIS–POMA est constitué de trois éléments : une base de données géo-référencées, un serveur de carte et un client.

Serveur de carte En raison des contraintes de confidentialité des données cartographiques, aucune information ne nous a été fournie sur les bases de données. Chaque cartographe a mis à disposition des partenaires une base de données et le moteur cartographique associé.

On considère donc le serveur de carte comme une *boite noire* contenant la base de données et l'application serveur à proprement parler. Il extrait les routes correspondant à une requête fournie par un client avant de les transmettre suivant un format spécifié au cours du projet. Notons toutefois qu'il s'agit ici d'une interface minimale destinée à des applications de localisation. Impossible par exemple de calculer un itinéraire à partir du serveur.

Client De l'autre coté, le client reçoit les données de façon totalement transparente. Il a été conçu comme une librairie C++ destinée à s'intégrer aisément dans une application tierce. Il intègre tous les éléments nécessaires à la gestion d'un cache de routes dans un système embarqué : requête d'un cache initial et gestion des changements de cache. L'application gère uniquement les requêtes du cache, c'est-à-dire à quel moment le cache doit-être mis à jour, et sous quelles conditions –dimension et position–. Afin de gérer la latence due à la réception des données et aux traitements appliqués, un double du cache de routes est utilisé. Ainsi, le changement de cache est transparent pour l'application.

Le client permet également de réaliser certaines opérations de pré-traitement en plus de la gestion du cache, la sérialisation des données pour optimiser l'utilisation du cache et la création du modèle de représentation du réseau routier que nous détaillons au paragraphe III.3. Les cartes fournies par *Navteq* et *TeleAtlas* dans le cadre du projet CVIS sont décrites en coordonnées géographiques WGS84. Le client intègre une procédure de conversion vers le système de coordonnées choisi par l'utilisateur, ce qui constitue l'étape principale dans le pré-traitement des données. On dispose ainsi de plusieurs systèmes pour exprimer la géométrie du réseau :

Systèmes géodésiques : Système cartésien ECEF ou système géographique dans le système de référence WGS84 utilisé par le système GPS –Cf Sec.II.3.3–.

Systèmes géodésiques locaux : Référentiel ENU (East–North–Up) ou NED (North–East–Down). Ce sont des repères cartésien tangent à l'ellipsoïde terrestre.

Projection plane : On dispose également de l'expression de la géométrie en *Lambert93*, qui est le système de coordonnées projectives en vigueur sur le territoire métropolitain.

Il est ainsi possible d'exprimer la géométrie du réseau dans le repère le plus approprié au besoin de l'application. Il offre aussi un ensemble de fonctions permettant de convertir une position géographique de l'un de ces systèmes vers un autre.

2.2 Intérêts du cache de routes

L'architecture et le cache de routes associé proposé possède plusieurs intérêts majeurs.

Modularité La modularité faisait partie des contraintes associées à la conception du SIG. Il en résulte un SIG extrêmement modulaire permettant à plusieurs clients d'accéder à un unique serveur de carte embarqué dans le véhicule, ou d'embarquer plusieurs serveurs de carte et de choisir le mieux adapté à l'application.

Le cache de routes CVIS permet également d'envisager l'utilisation d'un serveur cartographique déporté hors du véhicule via une connexion sans-fil de type 3G. L'application est ainsi assurée d'utiliser des données cartographiques à jour, voire des informations pouvant être mises à jour en temps-réel en intégrant par exemple l'état du trafic à travers des cartes locales dynamiques –LDM– [Wevers et al., 2009].

Confidentialité La confidentialité des données cartographiques est également assurée par l'architecture du SIG et par l'utilisation d'une représentation unifiée du réseau. En effet, le client n'est pas en mesure d'accéder directement à la base de données et est limité par les possibilités du serveur. Il est ainsi possible d'envisager des politiques d'accès variant suivant les besoins de l'application.

Universalité L'universalité découle directement du choix de représentation des routes. L'intérêt est qu'il est possible de passer d'un fournisseur à l'autre sans avoir à modifier le code de l'application. L'application devient du même coup indépendante de la carte choisie. Grâce au format unique des données dans le cache de routes, il est possible d'utiliser des données en provenance de sources alternatives comme *OpenStreetMap* [1] qui propose une base de données géo-référencées en accord avec la philosophie *open-source*. Il suffirait de développer le serveur correspondant pour pouvoir exploiter ces données.

De plus, le format a été prévu pour intégrer les futures évolutions des cartes routières ou pour intégrer des cartes étendues telles que les *eMaps* proposées par les équipes du LCPC décrivant la géométrie des voies de circulation sous la forme d'un ensemble de clothoïdes [Peyret et al., 2008, Toledo-Moreo et al., 2010].

3 Description *orientée-objet* du réseau routier

On présente à présent la représentation du réseau au sein du cache de routes et qui a été utilisée pour ces travaux. Comme tous les SIG vectoriels, le cache de routes est une description *orientée objet* du réseau routier. Chaque classe d'élément contient trois types de descripteur :

- **Méta-informations :** ce sont des informations de type sémantique permettant d'identifier un objet ou de décrire certaines de ses caractéristiques.
- **Topologies :** elles définissent un ensemble de liens symboliques au sein du cache de routes, qui permettent de reconstruire la topologie du réseau. Nous exploitons ces données principalement au chapitre VI.

1. `http://www.openstreetmap.org/`

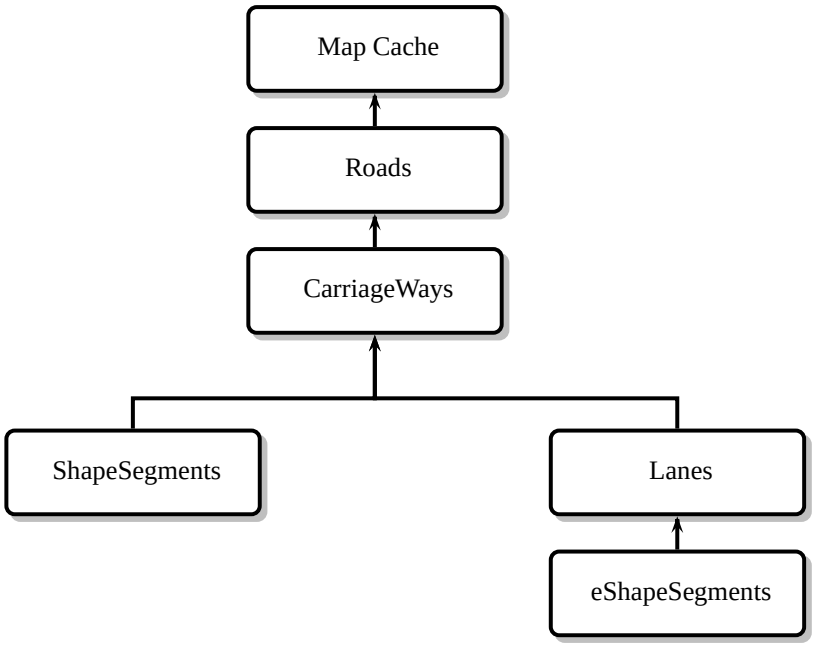


FIGURE III.2 – Description de l'objet *MapCache*.

– **Géométrie :** ce sont les informations que nous cherchons principalement à exploiter. Elles décrivent la forme physique du réseau routier.

3.1 Objet *cache de routes*

Le cache de routes est l'objet de base sur lequel nous travaillons. Il contient l'ensemble des routes dans une zone définie par l'application. Il contient les méta-informations suivantes :

– **Fournisseur :** descripteur permettant de connaître l'origine des données traitées.
– **Système de coordonnées :** cette information est essentielle dans le cadre de nos travaux, puisqu'elle indique quel est le système de coordonnées utilisé pour décrire la géométrie de la route.
– **Centre du cache :** c'est le point auquel la requête a été faite. Cette information sera exploitée dans la suite de nos travaux pour définir le point de référence de notre repère de travail qui est défini au paragraphe III.4.
– **Dimension du cache :** information qui permet de connaître l'espace couvert par le cache de routes. Elle est nécessaire pour pouvoir le mettre à jour lorsque le véhicule s'éloigne du centre.

Ces informations sont essentielles au bon fonctionnement d'une application notamment dans un cadre temps-réel. Le cache de routes ne contient pas directement la description topologique. En revanche, il contient une structure de type *map* permettant l'accès à une route donnée directement à partir de son identifiant.

3.2 Objet *Route*

L'objet *Route* est l'élément principal de la structure de routes, comme le montre la figure III.2. En effet, le cache de routes ne fait référence directement qu'à un ensemble de routes. Comme le cache, les routes contiennent un ensemble de descripteurs :

– **Id :** identifiant de la route. Chaque route possède un identifiant unique qui est défini directement par le serveur de carte. Il permet un accès direct par une simple requête à n'importe quelle route de la carte.
– **Classe :** descripteur fournissant la classe de la route. Cette information n'est pas utilisée dans la suite de ces travaux.

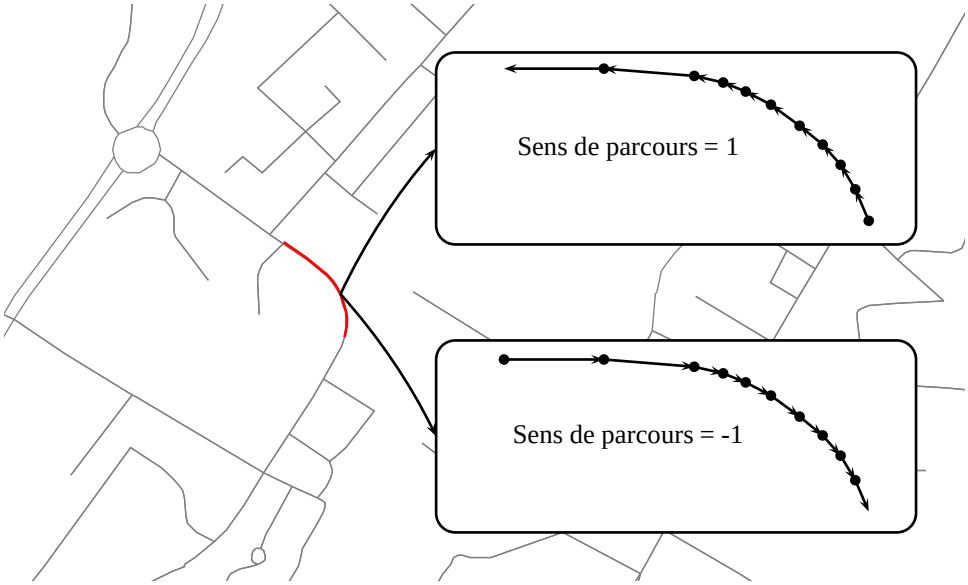


FIGURE III.3 – Lien entre un objet *Route* et ses objets *CarriageWay* enfant. Pour une route à double sens, la chaussée est décrite par deux *CarriageWay* de sens opposés.

L'identifiant nous intéresse particulièrement : c'est ce paramètre que l'on souhaite déterminer dans le cadre d'un processus de sélection de route. Une table de connexions est également associé à chaque route permettant un accès rapide aux routes connectées. Il faut noter cependant qu'un objet *Route* ne correspond pas obligatoirement à une route physique, les extrémités des objets étant définie par les intersections. Ainsi, un tronçon de route peut être découpé en de nombreux objets *Routes* dans la base de données. De plus, un objet *Route* peut être considéré comme un conteneur dans le modèle de données choisi pour décrire le réseau routier. En effet, la description physique et topologique est portée par les objets de type *Chaussée* que l'on décrit à présent.

3.3 Objet *Chaussée*

Les objets de type *Chaussée* (ou *CarriageWay*) permettent de décrire la topologie du réseau et indirectement sa géométrie. Dans la représentation choisie, un objet de type *Chaussée* est associé à chaque sens de circulation. Ainsi, une route à double sens sera décrite par deux *Chaussées* –figure III.3–. Les routes à double-sens séparées par un terre-plein central correspondent à un cas particulier : les deux chaussées physiques sont considérées comme indépendantes et donc décrites par deux objets *Route* indépendants.

Une chaussée est décrite par les paramètres suivants :

- **Id :** chaque chaussée est identifiée par un identifiant unique défini relativement à l'objet *Route* parent. Ainsi, pour extraire une chaussée, il faut connaître l'identifiant de l'objet *Route*, ainsi que celui de l'objet *CarriageWay*.
- **Accessibilité :** définit si une route est accessible ou non aux véhicules.
- **Sens de parcours :** le sens de parcours définit l'orientation de la chaussée. On la parcourt de l'origine vers la fin ou inversement.
- **Longueur :** longueur totale de la chaussée.
- **Largeur :** largeur de la chaussée.
- **Table de connexité :** permet de décrire la topologie du réseau en fournissant un ensemble de référence vers les objets *Chaussée* accessibles depuis l'objet courant.

Ces paramètres permettent d'introduire les premiers paramètres liés à la géométrie de l'espace roulable. La description du réseau dépend à présent du type de carte navigable utilisée pour établir le cache de routes. S'il est extrait depuis une carte navigable standard telle que celle que nous utilisons ici, alors la géométrie est décrite par un ensemble d'objets *Segments* accessibles et deux objets *Chaussée* de sens de parcours opposées auront la même géométrie.

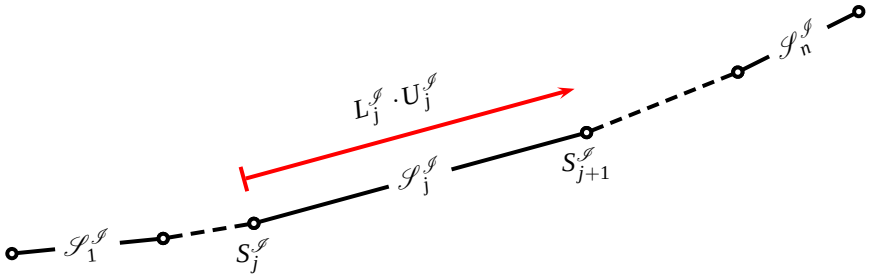


FIGURE III.4 – Description d'une polyligne par des objets de type *ShapeSegment*.

En revanche, si la carte utilisée est de type étendue (ou *méso-échelle*), c'est-à-dire décrivant séparément chaque voie de circulation, alors la chaussée est décrite par des objets étendus de type *Voie* (Cf. section III.3.5.1) si ces informations sont disponibles dans la zone extraite, ou de façon standard dans le cas contraire.

3.4 Objet *ShapeSegment*

C'est l'objet de base de la description du réseau, celui qui fournit l'information géographique à proprement parler.

Ce sont des objets relativement simples, qui permettent la description du réseau routier. Ils sont accessible par un identifiant unique relativement à l'objet parent –*CarriageWay* ou *Lane*–, ce qui permet d'extraire un unique segment de la base de données. Ils contiennent également une référence à l'objet *ShapeSegment* suivant et un lien vers l'objet parent et les informations nécessaires pour reconstruire la géométrie du réseau routier sous forme vectorielle :

- **Point de référence :** c'est le point initial du segment, exprimé dans le système de coordonnées associé au cache de routes. On le note $S_i^{\mathscr{I}}$ dans la suite du document.
- **Direction :** orientation du segment par rapport au référentiel considéré. On note $U_i^{\mathscr{I}}$ ce vecteur dans la suite du document.
- **Longueur :** longueur le long de l'objet *ShapeSegment*, notée $L_i^{\mathscr{I}}$ dans la suite.

Ainsi, la combinaison des objets *ShapeSegment* associé à un objet *CarriageWay* donné permet de reconstruire les polylignes décrivant les routes. Afin d'avoir un point à l'extrémité de la polyligne, le dernier segment est de longueur nulle. Une polyligne de n segments sera donc décrite par $n+1$ objets *ShapeSegment*. Ce sont donc les objets que nous allons exploiter dans la suite de ces travaux pour fournir une source d'information extéroceptive additionnelle.

3.5 Objets pour les cartes navigables étendues

La cache de routes CVIS–POMA a été conçu de façon à pouvoir intégrer une description *méso-échelle* de l'espace roulable en modélisant toutes les voies de circulation. Les éléments de type *Voie* et *Segment* étendu permettant cette description sont introduits à titre informatif, puisque ce type de carte n'était pas disponibles lors de la réalisation de ces travaux.

3.5.1 Objet *Voie*

Les objets de type *Voie (Lane)* sont prévus pour pouvoir intégrer les différentes voies de circulation, afin d'être compatibles avec les futures évolutions des cartes navigables intégrant ces informations. Chaque objet est décrit par les attributs suivants :

- **Id :** l'identifiant de la voie relativement à l'objet *CarriageWay* parent. Ainsi, chaque voie est identifiée de manière unique en combinant la *route* et la *chaussée*.
- **Largeur :** la dimension de la voie de circulation.

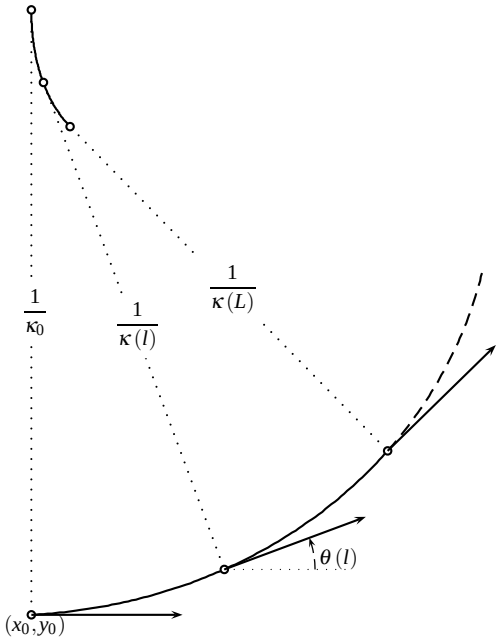


FIGURE III.5 – Paramétrage d'un arc de clothoïde pour la modélisation des *ShapeSegments* étendus.

– **Accessibilité :** descripteur permettant de connaître le droit d'accès en fonction de la catégorie de l'usagé.

Ces objets incluent un ensemble de références vers des objets de type *ShapeSegment* de façon à décrire la géométrie de la voie. Ils contiennent également une référence à l'objet *CarriageWay* parent. En revanche, la topologie du réseau n'est pas incluse dans ces objets.

3.5.2 *ShapeSegment* étendu

L'extension des objets *ShapeSegment* a pour objectif l'intégration des données *méso-échelle* comme attributs de la carte standard en décrivant les voies de circulation par un ensemble de clothoïdes comme proposé par les auteurs de [Toledo-Moreo et al., 2010]. Chaque clothoïde est rattachée à un objet *ShapeSegment* standard et son origine est définie par un décalage du point d'origine du *ShapeSegment*.

Un objet *eShapeSegment* est défini par les attributs géométriques suivants III.5 :

– **Orientation :** l'orientation à l'origine de la clothoïde, notée θ_0.
– **Courbure :** rayon de courbure à l'origine de la clothoïde, noté κ_0.
– **Variation de courbure :** coefficient de variation de la courbure, la variation de courbure s'obtenant grâce à l'abscisse curviligne du véhicule, notée c.
– **Longueur :** la longueur de la clothoïde, notée L.
– **Largeur :** la largeur de la voie associée à la clothoïde.

Ces objets permettent également d'étendre la notion de connexité du réseau. Chaque objet contient un ensemble de références vers les objets *eShapeSegment* voisins –gauche, droite, fin et origine–. Afin de lier le *eShapeSegment* au cache de routes, les identifiants des objets parents sont disponibles dans les attributs : le passage de la carte standard à la carte étendue est donc facilité.

4 Repère de travail associé au cache de routes

Chaque capteur fournit ses informations dans un système de coordonnées qui lui est propre. Pour que le résultat de la fusion ait un sens, il est nécessaire de les exprimer dans un référentiel commun.

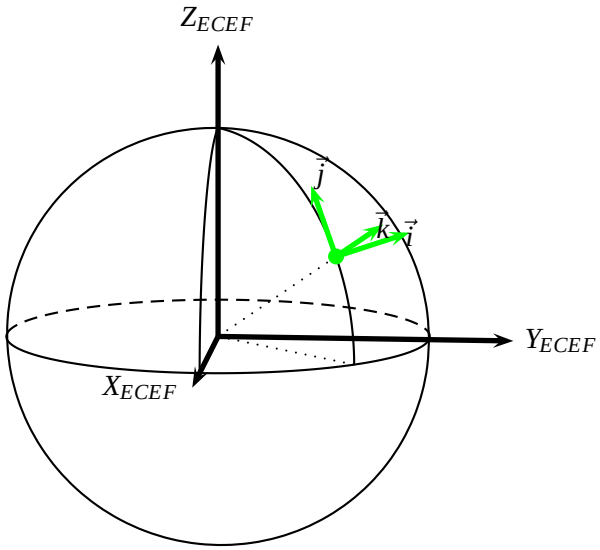


FIGURE III.6 – Référentiel local East–North–Up

Par convention, les récepteurs GNSS fonctionnent dans un repère cartésien géo-centré. Si l'utilisation d'un tel repère simplifie la résolution du problème de la localisation, la solution fournie à l'utilisateur est peu lisible. De fait, il est courant d'exprimer la solution de navigation en coordonnées géographiques : *latitude–longitude–altitude*. L'utilisation d'un tel repère complexifie cependant les équations régissant la fusion [Bonnifait et al., 2009].

Le cache de routes développé dans le cadre du projet POMA permet d'exprimer les coordonnées des points décrivant la géométrie dans différents repères –Sec.III.2–. Afin de garder des modèles simples et d'obtenir des résultats aisément interprétables, nous avons choisi d'exprimer les données dans un repère local cartésien, choisi tangent à l'ellipsoïde WGS84.

4.1 Choix des directions du repère

Dans toute la suite de ce document, nous utiliserons un référentiel de type local *East–North–Up*. L'intérêt d'un tel référentiel est évident. Tout d'abord, s'agissant d'un référentiel de navigation standard, la majorité des librairies de calcul GNSS disposent d'un outil permettant la conversion de l'ECEF à l'ENU. Il présente également l'avantage d'être cartésien. Les modèles de données sont donc inchangés par rapport à l'ECEF. Finalement, c'est un référentiel assez naturel pour l'être humain, simplifiant ainsi l'interprétation des résultats.

Ce référentiel permet de passer des coordonnées cartésiennes ECEF aux coordonnées cartésiennes locales ENU par un simple changement de repère. Par convention et en tout point du globe, le repère ENU est défini relativement à un point de référence et ses axes sont définis de la manière suivante (Fig.III.6) :

- *East* : On le note $\vec{i}$. Il est porté par le parallèle passant par le point de référence et orienté suivant le sens direct, c'est-à-dire d'ouest en est.
- *North* : On le note $\vec{j}$. Il est porté par le méridien passant par le point de référence et orienté du pôle sud vers le pôle nord.
- *Up* : On le note $\vec{k}$. On l'obtient par le produit vectoriel direct $\vec{i} \times \vec{j}$.

On définit donc le référentiel de travail W_0, cartésien et local :

$$W_0 = \left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right) \tag{III.1}$$

Le passage des coordonnées ECEF aux coordonnées locales ENU dans W_0 est alors décrit par une transformation que l'on note ${}^0T_{\text{ECEF}}$ définie par rapport à un point de référence, qui constitue l'origine du repère ENU après transformation. Les équations régissant le changement de repère sont explicitées dans le paragraphe suivant.

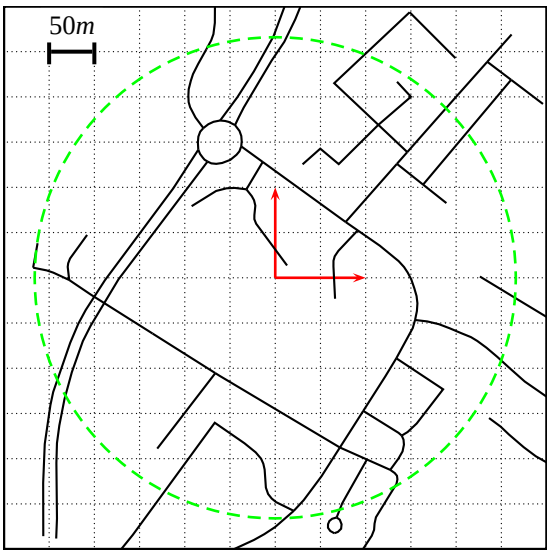


FIGURE III.7 – cache de routes et référentiel ENU associé.

4.2 Origine du repère

Se pose maintenant la question du point de référence, puisque la définition du changement de repère dépend des coordonnées de ce point. Plusieurs solutions sont possibles : il est par exemple possible d'utiliser le point de départ de la trajectoire, ou encore la position de la station de base si le GPS est en mode différentiel, voire la position d'un point d'intérêt particulier.

Cependant, choisir un point de référence éloignée de la trajectoire du véhicule complexifie la lecture des résultats. De plus, le client gérant le cache de routes CVIS–POMA permet d'exprimer la géométrie du réseau dans un repère ENU associé au point d'extraction du cache de route avec les fonctions de conversion nécessaires pour réaliser le changements de système de référence. Pour des raisons de facilité d'implementation, nous avons choisi d'utiliser le repère ENU associé au cache de route comme repère de travail W_0. Ainsi, l'origine du repère de travail correspond au point d'extraction du cache de route comme le montre la figure III.7.

En conséquence, nous devons tenir compte des changements de cache : lorsque le véhicule approche de l'extrémité du cache, ce dernier est remis à jour. Le repère de travail courant W_0 n'est plus valable. On définit alors le repère de travail W_1 attaché au nouveau cache de routes. La transformation s'obtient aisément grâce à l'utilisation des coordonnées homogènes. Sous cette forme, une transformation solide –rotation et translation– est décrite par une matrice de dimension 4×4. On obtient alors la transformation de W_0 à W_1 en passant par le référentiel ECEF. Soit :

$$ {}^{1}T_0 = {}^{1}T_{\text{ECEF}} . {}^{\text{ECEF}}T_0 \tag{III.2} $$

où ${}^{j}T_i$ désigne le changement de repère partant de W_i vers W_j et qui s'exprime sous la forme :

$$ {}^{j}T_i = \begin{bmatrix} {}^{j}R_i & {}^{j}p_i \\ \mathscr{O}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix} \tag{III.3} $$

avec ${}^{j}R_i$ la matrice décrivant la rotation des axes des repères, et ${}^{j}p_i$ la vecteur de translation entre les origines.

Cette relation est principalement utilisée pour des applications temps-réel. En post-traitement, ce problème est contourné en choisissant un cache de routes assez large pour contenir l'ensemble du parcours.

5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'architecture du SIG qui a fourni les données cartographiques au cours de ces travaux. Développé dans le cadre du projet CVIS–POMA, il permet d'assurer la modularité et la confidentialité en proposant l'accès à une représentation unifiée du réseau routier à travers un objet de type *cache de routes*. Grâce à cette architecture, nous avons pu exploiter différentes cartes navigables, ce qui nous a permis de confronter nos méthodes à diverses conditions expérimentales. Le repère de travail associé a également été explicité. Nous avons également présenté la structure du cache de routes et la description du réseau routier qui en découle. On considère ici principalement l'utilisation des objets de type *CarriageWay* et *ShapeSegment*, qui permettent de décrire la topologie et la géométrie du réseau, que l'on dénommera polyligne par abus de langage dans la suite de ce document.

L'utilisation d'un cache de routes impose cependant de connaître la localisation du véhicule et implique une étape d'association de données pour extraire le segment correspondant à la position du véhicule. Il s'agit donc d'une double problématique, qui est au cœur de ces travaux. Nous avons présenté au chapitre II les systèmes de positionnement par satellites ainsi que la méthode classique de résolution par la méthode des moindres-carrés. On s'intéresse à présent aux apports liés à la connaissance du réseau dans le cadre d'un positionnement par satellites en exploitant dans un premier temps la géométrie dans le cadre de la résolution classique.

Chapitre IV

Utilisation de cartes navigables dans un calcul de position GPS

1 Introduction

Certaines applications, telles que le *e-Call*, ont un fonctionnement intermittent. De telles applications ne requièrent donc pas un fonctionnement permanent : l'initialisation d'un algorithme de fusion par exemple. Il faut attendre un premier point GPS valide pour pouvoir démarrer la fusion. Les données proprioceptives ne sont alors pas d'un grand secours puisqu'elles n'apportent pas d'information sur le positionnement global. Dans ce cas, la disponibilité du système de positionnement est conditionnée par la seule visibilité des satellites : dès lors que moins de 4 satellites sont disponibles, le système n'est plus en mesure de fournir un positionnement. Partant de ce constat, nous souhaitons exploiter le complément d'information que peut apporter une carte routière numérique pour augmenter la disponibilité du positionnement et sa qualité en termes de justesse et de précision.

La difficulté réside donc dans l'étape d'association de données nécessaire à l'utilisation des données cartographiques. En effet, une carte routière numérique fournit un ensemble d'amers non-discernés qu'il est nécessaire d'extraire avant de pouvoir exploiter cette information complémentaire. Cette étape, appelée *sélection de route*, fait l'objet de nombreux travaux depuis de plusieurs années comme le rappellent les auteurs de [Quddus et al., 2007]. Le principal problème des travaux présentés vient du fait que la sélection de route est effectuée dans le même espace que le positionnement : l'utilisation de l'information cartographique est donc conditionnée par la disponibilité du système de positionnement.

Nous avons choisi d'étudier deux approches de positionnement par couplage serré entre l'information cartographique et les données brutes GPS suivant deux objectifs distincts. La première approche considère la carte comme une contrainte sur les états accessibles par le récepteur, la solution fournie sera donc contrainte sur la carte. La seconde approche vise à introduire la carte comme une observation supplémentaire, et donc dans ce cas le positionnement n'est pas contraint sur les routes mais présente les mêmes caractéristiques qu'un positionnement global.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons en premier lieu à la définition de la transformation permettant d'exprimer les données GPS dans le repère de travail défini au chapitre précédent (III). En effet, comme les informations cartographiques et les données GPS sont exprimées dans des repères différents, le passage par un tel repère est nécessaire. Nous présentons ensuite deux approches pour introduire les données cartographiques dans le calcul standard de positionnement par satellites tel que nous l'avons présenté précédemment en supposant l'étape d'association correctement effectuée. La *sélection de route*, nécessaire au calcul, est introduite dans la troisième partie de ce chapitre et repose sur l'utilisation des deux méthodes de positionnement par couplage serré introduites dans la deuxième partie. Ce chapitre se conclut sur un ensemble de résultats expérimentaux permettant de présenter les performances des approches proposées.

2 Expression du changement de repère

Nous rappelons maintenant l'expression du changement de repère permettant de passer des coordonnées ECEF aux coordonnées ENU. On utilise la transformation homogène ${}^0T_{ECEF}$ pour décrire ce changement de repère. Une transformation homogène permet de décrire une transformation à six paramètres – trois rotations, trois translations– sous la forme d'une matrice 4×4 qui se décompose sous la forme :

$$ {}^0T_{ECEF} = \begin{bmatrix} {}^0R_{ECEF} & {}^0p_{ECEF} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{IV.1} $$

Où ${}^0R_{ECEF}$ représente la rotation et ${}^0p_{ECEF}$ la translation.

Soit le point de référence défini par les coordonnées cartésiennes ECEF (x_r, y_r, z_r) et la position géographique correspondante (ϕ_r, λ_r, h_r). La position cartésienne est reliée à la position géographique par [Duquenne et al., 2005] :

$$ \begin{cases} x_r = & (\nu + h_r) \cdot \cos\phi_r \cdot \cos\lambda_r \\ y_r = & (\nu + h_r) \cdot \cos\phi_r \cdot \sin\lambda_r \\ z_r = & \left(\nu \cdot \left(1 - e^2\right) + h_r\right) \cdot \sin\phi_r \end{cases} \tag{IV.2} $$

où ν est le rayon local dépendant de la définition de l'ellipsoïde de référence :

$$ \nu = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin\phi_r}} \tag{IV.3} $$

La rotation des axes s'exprime alors sous la forme d'une composition de rotations, d'où la matrice de rotation suivante :

$$ {}^0R_{ECEF} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda_r & \cos\lambda_r & 0 \\ -\sin\phi_r \cdot \cos\lambda_r & -\sin\phi_r \cdot \sin\lambda_r & \cos\phi_r \\ \cos\phi_r \cdot \cos\lambda_r & \cos\phi_r \cdot \sin\lambda_r & \cos\phi_r \end{bmatrix} \tag{IV.4} $$

La translation des axes est définie par la projection du vecteur liant le point de référence à l'origine du repère ECEF dans le nouveau repère :

$$ {}^0p_{ECEF} = -{}^0R_{ECEF} \cdot \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} \tag{IV.5} $$

On obtient alors la position et la vitesse par simple multiplication matricielle. Pour pouvoir la réaliser, il faut transformer le vecteur en coordonnées homogènes. Dans le cas d'un vecteur position quelconque :

$$ X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{IV.6} $$

Et dans le cas d'un vecteur vitesse :

$$ V = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 0 \end{bmatrix} \tag{IV.7} $$

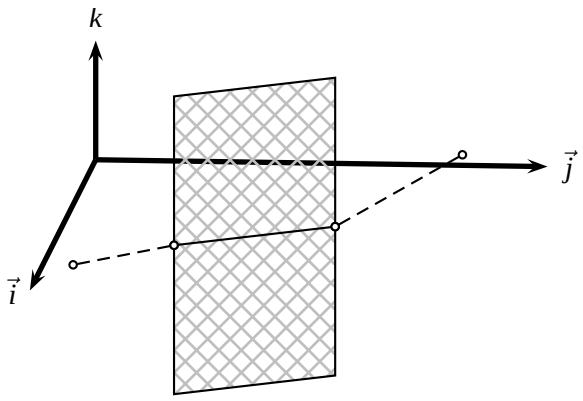


FIGURE IV.1 – Secteur de plan défini par un segment de route

La transformation inverse permettant de passer du repère ENU au repère ECEF s'obtient également simplement par inversion matricielle :

$$^{ECEF}T_0 = \left(^0T_{ECEF}\right)^{-1} \tag{IV.8}$$

Grâce à cette relation, il est possible de reconstruire les coordonnées ECEF pour un jeu de coordonnées ENU quelconques. En effet, transmettre une information de position en coordonnées ENU nécessite que l'application utilisant cette information fonctionne également dans ce référentiel. Il est donc plus aisé de fournir un résultat dans un repère global. On rappelle que nous avons choisi de considérer le point d'extraction du cache de route comme point de référence de notre repère de travail W_0.

3 Calculs supposant l'association connue

A contrario du GPS qui fournit un ensemble d'amers discernés [1] et de positions connues, une carte routière navigable fournit des amers non-discernés comme peut le faire un algorithme d'extraction de points caractéristiques dans une image. Il est donc nécessaire de passer par une étape d'association de données (la sélection de segment de route) pour pouvoir exploiter l'information géographique. On suppose dans un premier temps que l'étape de sélection de route a été correctement effectuée et donc que le segment courant où évolue le récepteur est connu. L'étape de sélection de route sera présentée ultérieurement (cf. Sec. IV.4).

Nous présentons maintenant deux approches permettant d'introduire l'information géographique apportée par la connaissance du segment d'évolution du véhicule. Les deux approches reposent uniquement sur l'utilisation de la géométrie du segment de route. L'historique des déplacements du véhicule étant inconnu, l'utilisation de la topologie du réseau n'a pas de sens ici.

Dans un premier temps, l'expression de l'information géométrique extraite du segment de route sera explicitée, puis les deux approches considérées pour l'introduction de l'information routière seront explicitées.

3.1 Contrainte planaire introduite par un segment de route

A l'heure actuelle, la majorité des cartes routières navigables utilisables en temps-réel contiennent une description bi-dimensionnelle de la géométrie du réseau routier comme nous l'avons montré au chapitre III, les points formant les segments de route étant seulement décrit par une information de type latitude–longitude. La question qui se pose alors est la suivante : *comment introduire l'information cartographique représentée par un segment 2D dans un calcul de point 3D ?*

1. Un amer est considéré comme discerné si l'utilisation de la mesure ne nécessite pas d'étape d'association préalable. Dans le cas du GPS, chaque satellite a un identifiant qui lui est propre et est transmis au récepteur.

Les routes sont supposées être à altitude ellipsoïdale. En conséquence, lorsque l'on projette les routes dans le référentiel de travail W_0 défini précédemment –Sec. III.4–, toutes les routes sont situées dans un plan Γ parallèle au plan $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)_{W_0}$ à une altitude z_0. Cependant, cette altitude ne correspond pas à l'altitude réelle des points de forme.

Les deux approches présentées ci-après reposent sur la même idée de départ. Il s'agit ici de considérer que le segment de route décrit l'intersection entre le plan Γ et un plan parallèle à l'axe $\vec{k}$. Les droites colinéaires à l'axe $\vec{k}$ et passant par l'origine S_i du segment et son extrémité S_{i+1} permettent alors de définir un secteur de plan, comme le montre la figure IV.1.

On rappelle qu'une polyligne est composée de $N^{\mathscr{I}}$ segments et de longueur totale $L^{\mathscr{I}}$. Chaque segment est décrit par un point d'origine $S_i^{\mathscr{I}}$, une longueur $L_i^{\mathscr{I}}$ et une direction dans l'espace $U_i^{\mathscr{I}}$ (Cf Chap. III). L'origine S_i du segment, et l'extrémité S_{i+1} sont définis par :

$$\left\{\begin{array}{rcl} S_i & = & (x_i,y_i)_{W_0} \\ S_{i+1} & = & (x_{i+1},y_{i+1})_{W_0} \end{array}\right. \tag{IV.9}$$

Avec la condition évidente : $S_i \neq S_{i+1}$.

Nous formulons ainsi l'hypothèse que la projection de la position du mobile dans le plan Γ appartient au segment $[S_i S_{i+1}]$. Nous allons exploiter ce secteur de plan pour introduire l'information géographique dans le calcul de la solution de positionnement en mode naturel.

3.2 Approche par contrainte de l'espace d'état

Cette première approche, proposée par [Cui and Ge, 2003], considère la carte routière comme une contrainte sur l'espace d'état du récepteur. Cette méthode a pour objectif de fournir une estimation de l'état *matchée* sur le segment de route considéré.

3.2.1 Expression de la contrainte

On introduit l l'abscisse curviligne du mobile sur le segment d'évolution courant et on désigne par S la position du véhicule dans le plan $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. La position contrainte par le segment s'exprime donc :

$$\left\{\begin{array}{rcl} S & = & S_i + l \cdot U_i^{\mathscr{I}} \\ l & \in & \left[0, L_i^{\mathscr{I}}\right] \end{array}\right. \tag{IV.10}$$

Le système décrit par l'équation (IV.10) définit ainsi la contrainte sur l'espace d'état du mobile. Nous sommes alors en présence d'un système qui peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \rho & = h(X) \\ f(X) & = 0 \\ g(X) & \leq 0 \end{cases} \tag{IV.11}$$

Avec les contraintes égalités définies par les équations suivantes :

$$f(X) = \left[\begin{array}{c} x_i + l \cdot \dfrac{x_{i+1}-x_i}{L_i^{\mathscr{I}}} - x \\ y_i + l \cdot \dfrac{y_{i+1}-y_i}{L_i^{\mathscr{I}}} - y \end{array}\right] \tag{IV.12}$$

De même, l'équation IV.10 permet d'expliciter les contraintes inégalités décrivant l'intervalle admissible pour la valeur de l :

$$g(X) = \begin{bmatrix} -l \\ l - L_i^{\mathscr{I}} \end{bmatrix} \tag{IV.13}$$

Un tel système peut être résolu en exploitant des techniques d'optimisation sous contraintes, les multiplicateurs de Lagrange notamment. Cependant, la linéarité des contraintes de type "égalité" permet d'envisager une méthode de substitution, plus simple, qui présente l'avantage d'introduire la contrainte dans le modèle d'observation et de transformer le système en un système non-contraint qui peut être résolu par la méthode de Newton-Raphson explicitée précédemment (cf Sec.**??**).

La contrainte inégalité introduite par le segment est en revanche plus complexe à gérer. Afin de simplifier la résolution du problème, nous avons choisi de relaxer la contrainte sur l'abscisse curviligne. Elle est donc étendue à la droite support du segment et la solution sera validée, ou pas, après résolution du système par rapport à la longueur du segment.

3.2.2 Substitution de variables

La contrainte introduite par la droite support du segment de route –eq.(IV.12)– permet de définir la position du mobile comme une fonction vectorielle de l'abscisse curviligne l. Après transformation de l'expression de la contrainte, la position dans le plan du récepteur est extraite :

$$\begin{cases} x &= f_x(l) \\ y &= f_y(l) \end{cases} \tag{IV.14}$$

On procède maintenant à un changement de variable en introduisant l'expression de la position contrainte décrite par l'équation (IV.14) dans le modèle de pseudodistance décrit par l'équation (II.52). Nous obtenons alors le modèle de pseudodistance contraint :

$$\rho^i = \sqrt{(f_x(l) - x_s^i)^2 + (f_y(l) - y_s^i)^2 + (z - z_s^i)^2} + d \tag{IV.15}$$

Où :
- x_s^i, y_s^i, z_s^i désigne la position du satellite dans le repère W_0,
- z l'altitude du mobile dans W_0,
- d l'allongement dû au décalage d'horloge.

Ceci nous permet d'écrire le vecteur d'état $\tilde{X}$ du système intégrant la contrainte planaire définie par le segment de route :

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} l & z & d \end{bmatrix}^t \tag{IV.16}$$

Nous allons maintenant estimer ce vecteur d'état en utilisant la méthode classique de résolution en GNSS : Newton-Raphson (Cf Sec.**??**).

3.2.3 Résolution

Il est maintenant possible de calculer l'état satisfaisant la contrainte définie par la droite support du segment de route et minimisant la norme des résidus sur les observations. Il suffit pour cela d'appliquer la méthode de Newton-Raphson en utilisant le modèle d'observation décrit par eq.(IV.15). On considère donc le nouveau système décrit par :

$$\rho = g\left(\tilde{X}\right) \tag{IV.17}$$

Où $g\left(\tilde{X}\right)$ est constitué par l'empilement des modèles de pseudodistance contraints décrits par l'équation IV.15.

La solution aux moindres carrés pondérés s'écrit donc :

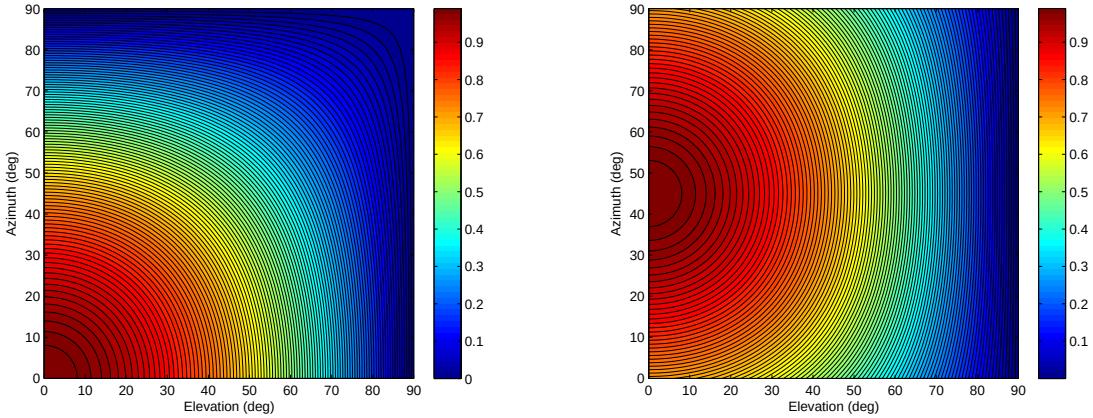


FIGURE IV.2 – Valeur du terme de la matrice jacobienne sur l'abscisse curviligne pour un segment orienté à 0°(*gauche*) et à 45° (*droite*).

$$\Delta\tilde{X} = \left(G^t \cdot W \cdot G\right)^{-1} \cdot G^t \cdot W \cdot \Delta\tilde{Y} \tag{IV.18}$$

Où la matrice de pondération W est ici inchangée et s'exprime sous la forme décrite par l'équation II.74 et les résidus sur les observations :

$$\Delta\tilde{Y} = \rho - g\left(\tilde{X}_0\right) \tag{IV.19}$$

La matrice jacobienne du système s'exprime alors comme :

$$G = \left.\frac{\partial g}{\partial \tilde{X}}\right|_{\tilde{X}_O} \tag{IV.20}$$

Il est intéressant de noter la forme de la matrice jacobienne associée au modèle d'observation contraint. La i-ème ligne s'écrit sous la forme [2] :

$$G^i = \left[\begin{array}{ccc} U_i^{\mathscr{I}} \cdot u^i_{\text{los}} & u^i_{\text{los},z} & 1 \end{array}\right] \tag{IV.21}$$

où :

– u^i_{los} est le vecteur de ligne de vue entre le satellite i et le récepteur.
– u_s le vecteur directeur de la droite support de la contrainte.

La figure IV.2 nous montre la valeur du jacobien en fonction de l'élévation et de l'azimut du satellite et pour un segment dans le plan $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. Ces deux résultats montrent l'influence de la position du satellite sur l'estimation de l'abscisse curviligne : un satellite à haute élévation influe peu sur l'estimation de l ; en revanche, pour un satellite à basse élévation, plus ce dernier est proche du plan de contrainte, plus il aura une influence sur l'estimation de l. Cette caractéristique a été présentée dans [Fouque and Bonnifait, 2007].

De plus, la réduction de la dimension de l'état entraîne une réduction du nombre de satellites nécessaires pour calculer la solution de navigation. Au lieu des 4 satellites requis pour effectuer le calcul en mode naturel, l'utilisation de la contrainte cartographique permet de fournir une estimation de la position à partir de 3 satellites visibles.

2. La démonstration est disponible en annexe C

3.3 Approche par ajout d'observable

Dans cette approche proposée par [Syed and Cannon, 2005], l'information cartographique est utilisée pour augmenter l'espace des mesures. On utilise donc le segment de route sur lequel se situe le mobile pour générer un observable supplémentaire. A contrario de la méthode précédente, l'objectif est ici de fournir une estimation de la position globale du véhicule, le segment de route étant considéré ici comme une information supplémentaire pouvant améliorer l'estimation de l'état.

3.3.1 Observable additionnel

On utilise ici la contrainte définie par le secteur de plan pour générer un observable supplémentaire qui augmentera le nombre de mesures. L'idée sous-jacente est de considérer que la projection de la position du mobile dans le plan $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ doit s'approcher du segment, ce qui signifie que la distance entre la position du mobile S et le segment doit être minimale, et idéalement nulle. Comme pour l'approche par contrainte de l'espace d'état, la contrainte segment est relaxée et on considère la contrainte décrite par la droite support du segment et orthogonale au plan $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

On souhaite exprimer la distance entre la droite décrivant la route, définie par les point S_i et S_{i+1} –eq.(IV.9)–, et la position courante du récepteur. On définit pour cela le vecteur normal $\vec{n}$ au plan de contrainte décrit au paragraphe IV.3.1. Il s'exprime comme :

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} y_i - y_{i+1} \\ x_{i+1} - x_i \\ 0 \end{bmatrix} \tag{IV.22}$$

On définit également le vecteur $\vec{u}$ liant l'origine S_i du segment à la projection de la position du mobile dans le plan de la carte. Soit :

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x_i - x \\ y_i - y \\ -z \end{bmatrix} \tag{IV.23}$$

Chercher la distance transversale à la droite revient ainsi à calculer le produit scalaire suivant :

$$d_\perp = \vec{n} \cdot \vec{u} \tag{IV.24}$$

La distance transversale s'écrit alors comme :

$$d_\perp = (y_i - y_{i+1}) \cdot (x_i - x) + (x_{i+1} - x_i) \cdot (y_i - y) \tag{IV.25}$$

A partir de l'expression de la distance transversale, un observable additionnel est créé et vient augmenter la dimension de l'espace des mesures.

3.3.2 Résolution

Afin de créer l'observable additionnel, l'équation IV.25 est transformée pour être écrite sous la forme :

$$(y_i - y_{i+1}) \cdot x_i + (x_{i+1} - x_i) \cdot y_i - d_\perp = (y_i - y_{i+1}) \cdot x + (x_{i+1} - x_i) \cdot y \tag{IV.26}$$

Exprimé sous cette forme, cet observable additionnel présente l'intérêt de tenir compte à la fois de la géométrie du segment de route et des décalages de cartes s'ils sont connus. Si les décalages cartographiques sont inconnus, ce qui est majoritairement le cas, alors on pose $d_\perp$ nulle.

Contrairement à l'approche par contrainte sur l'espace d'état qui consiste à réécrire le modèle d'observation en intégrant la contrainte issue de la carte, l'approche par ajout d'observable étend le modèle d'observation. Ainsi pour n mesures de pseudodistance utilisables, on ajoute une équation au modèle d'observation :

$$\rho^{n+1} = h^{n+1}(X) \tag{IV.27}$$

Telle que :

$$\begin{cases} \rho^{n+1} & = (y_i - y_{i+1}) \cdot x_i + (x_{i+1} - x_i) \cdot y_i - d_\perp \\ h^{n+1}(X) & = (y_i - y_{i+1}) \cdot x + (x_{i+1} - x_i) \cdot y \end{cases} \tag{IV.28}$$

Cette équation supplémentaire nous donne le modèle d'observation étendu :

$$\tilde{\rho} = \tilde{h}(X) \tag{IV.29}$$

La solution du système étendu via la méthode de Newton-Raphson s'écrit donc :

$$\Delta X = \left(\tilde{H}^t \cdot \tilde{W} \cdot \tilde{H}\right)^{-1} \cdot \tilde{H}^t \cdot \tilde{W} \cdot \Delta\tilde{Y} \tag{IV.30}$$

avec

$$\Delta\tilde{Y} = \tilde{\rho} - \tilde{h}(X_0) \tag{IV.31}$$

et

$$\tilde{H} = \left.\frac{\partial \tilde{h}}{\partial X}\right|_{X_0} \tag{IV.32}$$

La ligne de la matrice jacobienne associée à l'observation cartographique s'écrit alors sous la forme :

$$\tilde{H}^{n+1} = \begin{bmatrix} \vec{n} & 0 \end{bmatrix} \tag{IV.33}$$

Cette approche permet également de pondérer l'importance de l'observable cartographique dans le calcul de la solution, la matrice de pondération étant également étendue. On écrit alors :

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\sigma^2_{\text{SIG}}} \end{bmatrix} \tag{IV.34}$$

Dans cette approche, la dimension de l'état ne change pas. Pour qu'une solution soit calculable, 4 observables sont donc nécessaires. L'utilisation d'un observable additionnel extrait des informations géographiques permet de réduire le nombre de mesures de pseudodistance nécessaires pour effectuer le calcul. Ainsi, à partir de 3 mesures de pseudodistance, le système est en mesure de fournir une estimation de la position du mobile.

4 Sélection du segment de route

Dans la partie précédente, nous avons présenté deux approches permettant d'intégrer une information cartographique en provenance d'une carte routière numérique dans le calcul GPS en mode naturel. Ces deux méthodes ont été introduites en faisant l'hypothèse que le segment de route sur lequel le mobile se trouvait était connu. Cette hypothèse est maintenant levée et une méthode pour extraire le segment d'évolution du mobile est proposée.

Nous fonctionnons ici suivant le principe d'un récepteur sans mémoire, c'est-à-dire n'ayant aucune connaissance de son état précèdent. En raison de cette hypothèse, il est impossible de réaliser la sélection

de segment dans l'espace d'état. Nous proposons une approche basée sur l'utilisation des mesures de pseudodistance pour réaliser la sélection.

La méthode de sélection se base sur une recherche exhaustive dans le cache de routes pour déterminer quel est le segment d'évolution le plus probable. Lorsque que l'on fonctionne sans connaissance de l'historique des mouvements du mobile, cette approche n'est acceptable qu'à condition d'utiliser un cache de dimension réduite.

La sélection est réalisée en trois étapes. Dans un premier temps, on extrait du cache un ensemble de segments candidats. Cet ensemble de segments est ensuite réduit au moyen d'un test de consistance sur les pseudodistances. Finalement, le segment d'évolution le plus probable est extrait de l'ensemble des segments ayant réussi le test de consistance.

4.1 Extraction des segments candidats

La première étape de la méthode consiste à parcourir l'ensemble des segments contenus dans le cache de route pour en extraire les segments *candidats*. Pour chaque segment, une solution de positionnement par couplage serré est calculée grâce à la méthode de contrainte sur l'espace d'état (Sec.IV.3.2). Ainsi, un système tel que décrit par eq.(IV.17) est résolu par la méthode de Newton-Raphson pour chaque segment composant le cache de route. On obtient ainsi un ensemble d'états contraints associés à chaque segment qui va permettre d'extraire les segments candidats.

Comme introduit précédemment, la méthode par contrainte sur l'espace d'état fournit une solution contrainte dans le plan vertical défini par la droite supportant le segment. Un segment est donc considéré comme candidat s'il remplit les deux conditions suivantes :

– La position estimée du mobile sur la droite doit appartenir au segment. L'abscisse curviligne l estimée doit donc appartenir à l'intervalle suivant :

$$0 \leq l \leq L_i^{\mathscr{J}} \tag{IV.35}$$

où L est la longueur du segment actuellement testé.

– L'altitude du point matché doit-être proche de zéro dans le repère de travail W_0. On effectue donc un seuillage sur l'altitude estimée du mobile afin d'éliminer les solutions les moins probables. En posant T_{alt}le seuil sur l'altitude, seuls les segments validant le test suivant sont conservés :

$$|z| \leq T_{\text{alt}} \tag{IV.36}$$

où z est l'altitude du point contraint dans le repère de travail.

En fonction du récepteur choisi, une condition supplémentaire peut être ajoutée pour extraire les segments candidats : si le décalage d'horloge du récepteur est borné, alors il est possible de tester la valeur du décalage d'horloge pour vérifier que cette dernière est bien située dans l'intervalle fixé par les bornes.

L'ensemble des segments candidats est obtenu en appliquant les tests définis par les équations (IV.35) et (IV.36). Cet ensemble peut être vide si tous les segments sont éliminés, principalement si le cache de route est erroné.

4.2 Intégrité de la sélection de segment

Les méthodes d'intégrité supposent l'existence d'une redondance dans les mesures comme le montre les auteurs de [Belabbas and Gass, 2005, Sturza and Brown, 1990]. L'information complémentaire apportée par la redondance étant alors utilisée pour détecter d'éventuels défauts dans les données fournies par les capteurs. L'introduction de l'information cartographique dans le calcul de positionnement réduit le nombre de mesures de pseudodistance nécessaires pour effectuer le calcul, comme nous l'avons montré précédemment (Sec.IV.3). Le corollaire de ce résultat est donc que l'introduction de l'information cartographique dans le calcul GNSS augmente la redondance des observables, d'où une augmentation de la disponibilité des techniques d'intégrité.

En effet, si 4 satellites représentent le minimum requis pour estimer la position du mobile, il est possible d'effectuer les tests d'intégrité seulement si 5 mesures de pseudodistance sont disponibles, soit quand il existe un degré de redondance supérieur à un. Or, nous avons montré que la méthode par substitution d'état suppose un état de dimension 3, soit, pour n mesures de pseudodistance, un degré de redondance de $n-3$. Identiquement, la méthode par ajout d'observable suppose l'augmentation de l'espace des mesures mais pour un état de dimension inchangé, ce qui conduit de la même façon à un degré de redondance de $n-3$.

L'élimination des segments candidats les moins probables est faite en se basant sur un test statistique de consistance des solutions calculées. On fait alors l'hypothèse que 4 satellites sains sont disponibles pour disposer du degré de redondance nécessaire à la réalisation du test sur les résidus tel que décrit dans le paragraphe II.7.2.2. Il s'agit ici d'une approche très particulière de la méthode de surveillance des résidus généralement utilisée en GPS, puisque l'on considère que les mesures de pseudodistance sont saines et que la perte de consistance est le résultât d'une sélection de segment erronée.

L'étape d'extraction des segments candidats fournit un ensemble de segments qui seront testés vis-à-vis de la consistance des observations. Pour ce faire, la norme pondérée des résidus –eq.(II.91)– est obtenue après calcul de la position du mobile via l'approche par ajout de contrainte. Les segments inconsistants sont ensuite éliminés en comparant la norme des résidus avec un seuil Th obtenu à partir d'une loi du χ^2.

Après l'étape d'élimination des segments inconsistants, un ensemble de segments consistant est obtenu. Dans le cadre d'une application mono-hypothèse, il est maintenant nécessaire de procéder à la sélection du segment d'évolution.

Cas à 3 satellites La méthode présentée suppose que 4 mesures de pseudodistance saines au minimum sont disponibles afin de disposer d'au moins un degré de redondance. Pour contourner ce problème et pouvoir réaliser la sélection de route avec 3 satellites uniquement, un degré de redondance supplémentaire doit être ajouté.

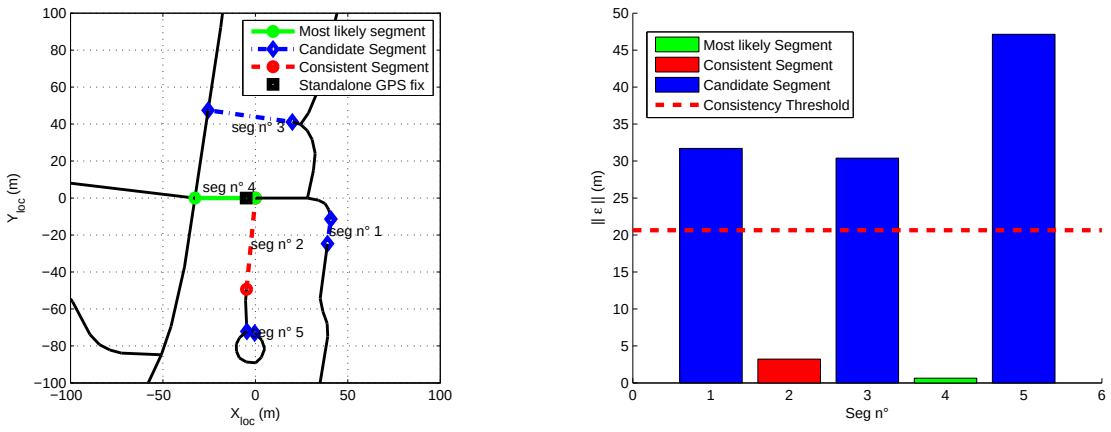
Dans le cas où 3 satellites seulement sont disponibles, nous faisons l'hypothèse courante d'évolution dans le plan de la route. Le modèle étendu obtenus par la méthode d'ajout d'observable décrit par l'équation (IV.29) est donc augmenté par une contrainte sur l'altitude, soit $z = 0$. Comme il a montré au paragraphe IV.3.3, cette méthode permet de pondérer l'influence de l'observable supplémentaire. Un poids faible sur la contrainte d'altitude permet d'en réduire l'influence tout en apportant la redondance nécessaire à la sélection de route avec 3 satellites.

4.3 Sélection du segment d'évolution

Les deux étapes précédentes peuvent conduire aux trois situations suivantes :

- L'ensemble des segments consistants est vide, auquel cas l'utilisation de l'information géographique est impossible. Le système se contente alors de calculer sa position en mode naturel. Ce résultat peut signifier un défaut dans l'extraction du cache, la présence d'une mesure de pseudodistance fausse, ou encore que le véhicule n'évolue pas sur une route ou que cette dernière n'est pas cartographiée.
- L'ensemble des segments consistants contient un unique segment. Dans ce cas, le système est dans une situation non ambiguë. Le calcul de positionnement est alors effectué en exploitant l'information géographique.
- L'ensemble des segments consistants contient plusieurs segments. Le système est alors dans une situation ambiguë, une intersection par exemple. Ces segments peuvent être exploités pour initialiser un module de positionnement multi-hypothèse ([Fouque and Bonnifait, 2009a]), dans un module de suivi ([Cui and Ge, 2003]) où le segment d'évolution le plus probable peut être extrait pour une utilisation mono-hypothèse.

Cette dernière solution a été choisie ici : le segment d'évolution le plus probable est choisi comme étant celui ayant la plus faible norme des résidus.



(a) Ensemble des segments candidats

(b) Résidus correspondants

FIGURE IV.3 – Résultats de l'algorithme de sélection de route

5 Résultats expérimentaux

Pour chaque essai, un cache de route fixe a été extrait d'une carte routière numérique fournie par un cartographe tel que *Navteq* ou *TeleAtlas*. Chaque cache de route a été extrait de façon à pouvoir englober la trajectoire de référence correspondant à l'essai considéré. La transformation ${}^{0}T_{ECEF}$ correspondante est ensuite calculée et la carte projetée dans le repère de travail W_0. L'implémentation des différents calculs a été réalisée sous Matlab.

En l'absence de maîtrise des données EGNOS, nous avons fait l'hypothèse a priori que la variance de l'information cartographique est identique à celles des mesures de pseudodistance. Cette hypothèse nous conduit donc à utiliser une matrice de pondération W égale à la matrice identité. Nous présentons maintenant des résultats expérimentaux pour qualifier les performances de la méthode présentée. Dans un premier temps, les performances de la méthode de sélection de route sont analysés dans diverses conditions d'utilisation. Ensuite, nous présentons des résultats concernant l'apport de l'information cartographique dans le cadre du positionnement par satellites.

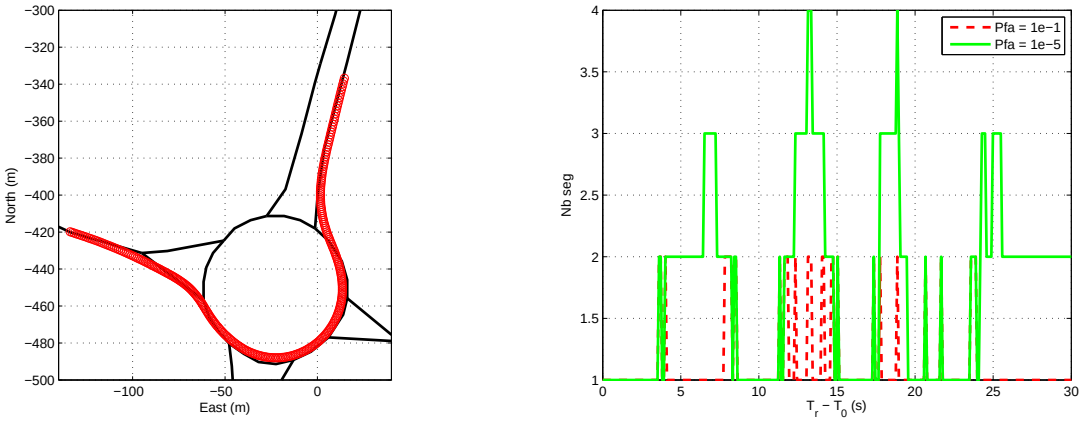
5.1 Sélection de route

La première partie des résultats expérimentaux concerne la méthode de sélection de route présentée au paragraphe IV.4. Le comportement de la méthode face à une situation ambiguë est présenté, puis nous nous intéressons aux effets de différents paramètres. Enfin, nous présenterons les performances sur un essai complet, d'abord en utilisant des cartes alignées, c'est-à-dire dont les biais cartographiques ont été corrigés, puis sur des cartes non-alignées, c'est-à-dire telles que disponibles dans le commerce. Ces essais nous permettrons d'évaluer l'influence de la carte choisie sur les performances de la sélection de route.

Les performances de la méthode sont ainsi présentées dans les deux situations et pour deux cartes différentes. Pour des raisons évidentes de confidentialité, les cartes seront dénommée map_1 et map_2 sans précision sur leur origine.

5.1.1 Comportement en statique

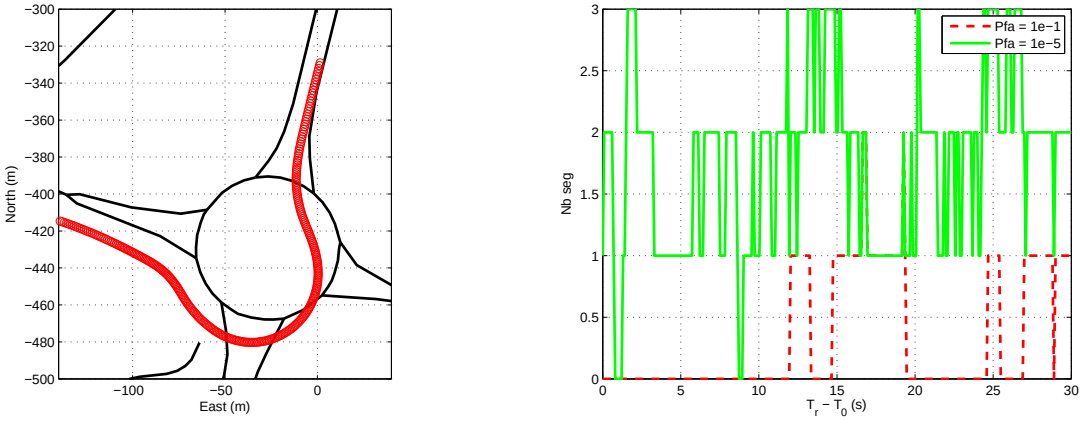
Tout d'abord, l'algorithme de sélection de route est testé pour un instant unique, afin de présenter son comportement. La figure IV.3a montre le cache de route et la position calculée à partir des mesures de pseudodistance à l'instant considéré. Sont mis en valeur les segments considérés comme candidats par l'algorithme, ainsi que ceux ayant passés le test de consistance. En parallèle, la norme des résidus



(a) Cache de route et trajectoire de référence

(b) Nombre de segment consistant

FIGURE IV.4 – Influence de la probabilité de fausse alarme sur la méthode de sélection de route dans le cas d'une carte alignée



(a) Cache de route et trajectoire de référence

(b) Nombre de segment consistant

FIGURE IV.5 – Influence de la probabilité de fausse alarme sur la méthode de sélection de route dans le cas d'une carte non-alignée

$\|\varepsilon'\|$ est donnée par l'histogramme IV.3b en comparaison avec le seuil de consistance correspondant à cet instant.

L'étape d'extraction des segments candidats sort un ensemble de 5 segments candidats. Le test sur la consistance des résidus est alors appliqué sur ces 5 segments candidats. Comme on peut l'observer, les segments les plus éloignés présentent une norme des résidus élevée. Ces segments sont rejetés par le test de consistance. Seul les deux segments composant en partie l'intersection sont alors disponibles.

Ce cas représente une situation ambiguë typique de ce que peut rencontrer un algorithme de sélection de route. Sans connaissance de l'historique des déplacements du mobile et sans information sur son mouvement instantané, il est impossible de privilégier une solution particulière. En se basant sur la valeur des résidus, il apparaît que le segment sélectionné correspond effectivement au segment d'évolution du mobile.

5.1.2 Influence du seuil de consistance

Nous nous intéressons maintenant à l'influence du seuil de consistance sur le comportement de la méthode, particulièrement dans le cas du franchissement d'une intersection complexe. Le seuil de consistance est conditionné à la fois par le nombre de satellites observés à un instant donnée et par le seuil

	Pas de segment sélectionné (%)	*Sélection erronée* (%)	*Le segment d'évolution est candidat* (%)	*Le segment d'évolution est consistant* (%)
map_1	0	2,84	97,16	97,16
map_2	0	0	100	100

TABLE IV.1 – Performance de la méthode utilisant des cartes alignées

de fausse alarme défini par l'utilisateur. La figure IV.4 montre l'influence de la Pfa dans le cas d'une carte alignée et la figure IV.5 montre ce même comportement dans le cas d'une carte biaisée. Comme le montre les deux courbes présentant la dimension de l'ensemble des segments consistants pour les deux cartes, alignées et biaisées. La probabilité de fausse alarme joue principalement sur la dimension de cet ensemble.

Ceci illustre l'importance de ce paramètre en fonction de la carte utilisée : une probabilité de fausse alarme élevée favorisera la discrimination des segments candidats si la carte est alignée, mais peut conduire à un ensemble vide si la carte est biaisée de façon importante. A l'inverse, une probabilité de fausse alarme faible induira un plus grand nombre de zone ambiguë, c'est-à-dire ayant plus d'un segment consistent.

Les auteurs de [Feng and Ochieng, 2007] proposent un ensemble de valeurs permettant de qualifier les algorithmes d'intégrité pour les systèmes de transports. Nous avons choisi d'autoriser un taux de fausse alarme plus élevé : une fausse alarme par heure. Ce taux semble acceptable pour des applications standards liées aux transports terrestres, à l'exclusion des applications de type sécuritaire (*Safety-Of-Life*). Soit :

$$P_{fa} = 2,75.10^{-4} \tag{IV.37}$$

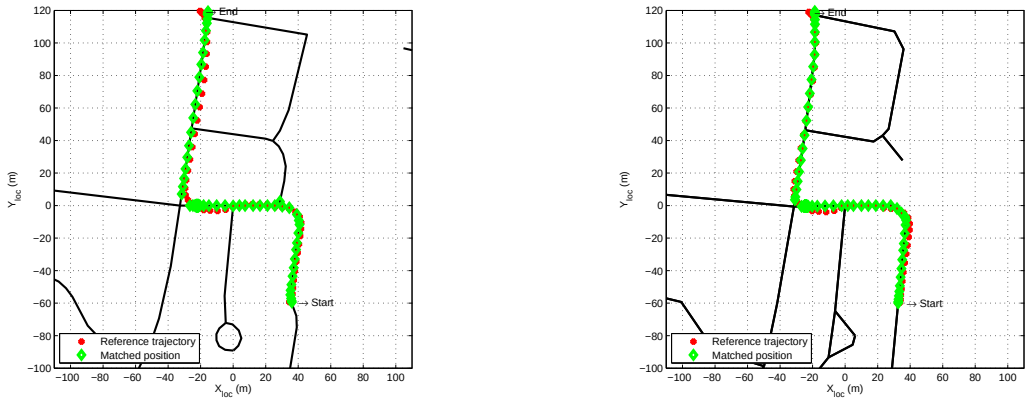
5.1.3 Performances avec une carte alignée

La figure IV.6 donne la trajectoire estimée pour la carte map_1 et la map_2 dans le repère de travail W_0. Ces essais ont été réalisés après avoir réaligné les cartes routières par rapport à la trajectoire de référence, ce qui donne des performances intéressantes (Tableau IV.1). Les figures IV.7 et IV.8 illustrent les résidus du positionnement après convergence de la solution, ainsi que le nombre de segments candidats et consistants extrait par l'étape de sélection de route au cours de l'essai.

Pour la carte map_1, plusieurs sélections erronées (*miss-matching*) ont été effectuées au cours de l'essai. La première a lieu au niveau de la première intersection et la deuxième entre le point de départ et cette intersection. Dans cette portion, la route est décrite par un ensemble de segments de petites dimensions. Ce sont deux situations où une ambiguïté peut survenir. Dans ces situations, un segment de route incorrect a été sélectionné car le vrai segment d'évolution n'as pas été considéré comme candidat. De plus, si on considère la norme des résidus (Figure IV.7a), un pic apparaît 17 secondes après le départ : ce pic correspond au miss-matching au niveau de l'intersection. Malheureusement, la norme du vecteur des résidus reste inférieure au seuil de consistance à cet instant, entraînant la non-détection du défaut de sélection de route. Toutefois, il est intéressant de noter que la norme des résidus est faible tout au long de l'essai, environ $1m$ puis environ $3m$ après la 120-ème seconde, moment où le véhicule rentre dans le parking.

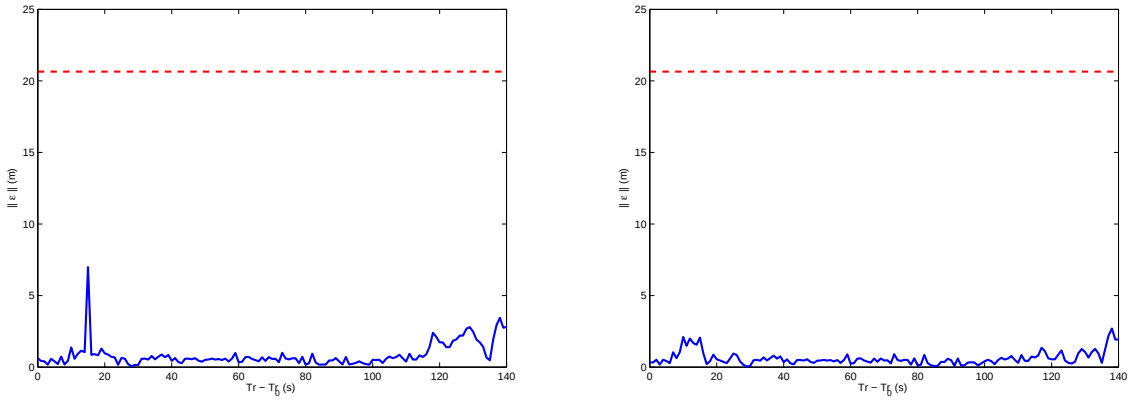
Considérant l'essai avec la carte map_2, l'étape de sélection de route n'a fourni aucune solution erronée (Tableau IV.1). Si on considère la norme des résidus, on observe un comportement similaire à celui obtenu avec map_1 à l'exception d'une augmentation plus marquée de la norme en début de parcours ($0 \leq t \leq 17$) lorsque le véhicule prend le premier virage décrit par un unique segment.

Considérons maintenant le nombre de segments consistants obtenus lors de l'essai pour les deux cartes (Figure IV.8a et IV.8b). On observe que plus de segments sont considérés comme candidats dans le cas de map_2 que dans le cas de map_1. Ces deux observations montrent l'influence de l'échantillonnage spatial de la carte sur le fonctionnement de la méthode : plus l'échantillonnage spatial de la carte est



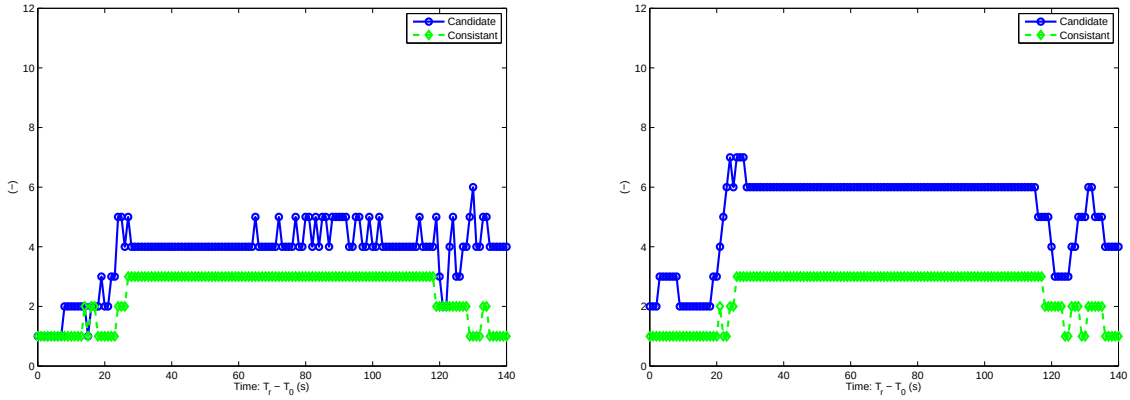
(a) map_1 (b) map_2

FIGURE IV.6 – Segments sélectionnés pour une carte alignée.



(a) map_1 (b) map_2

FIGURE IV.7 – Norme des résidus du positionnement pour une carte alignée.



(a) map_1 (b) map_2

FIGURE IV.8 – Nombre de segments candidats et consistants pour une carte alignée.

	Pas de segment sélectionné (%)	*Sélection erronée* (%)	*Le bon segment est candidat* (%)	*Le bon segment est consistant* (%)
map_1	0,71	7,80	95,74	95,74
map_2	2,84	29,08	83,69	87,23

TABLE IV.2 – Performance de la méthode utilisant des cartes non-alignées

fin, meilleure sera la position estimée, en contre-partie le risque d'effectuer une mauvaise association non-détectée est plus important.

De plus, l'arrêt à l'intersection ($40 \leq t \leq 110$) se traduit par l'extraction de 3 segments consistants en sortie quelle que soit la carte utilisée. Nous pouvons donc conclure que la méthode est soit trop prudente et ne discrimine pas suffisamment les segments candidats, soit que l'ambiguïté de la situation est trop élevée pour la méthode. Si cela pose problème dans un cadre mono-hypothèse, un tel résultat peut s'avérer intéressant dans un cadre multi-hypothèses.

5.1.4 Performances sur carte non-alignée

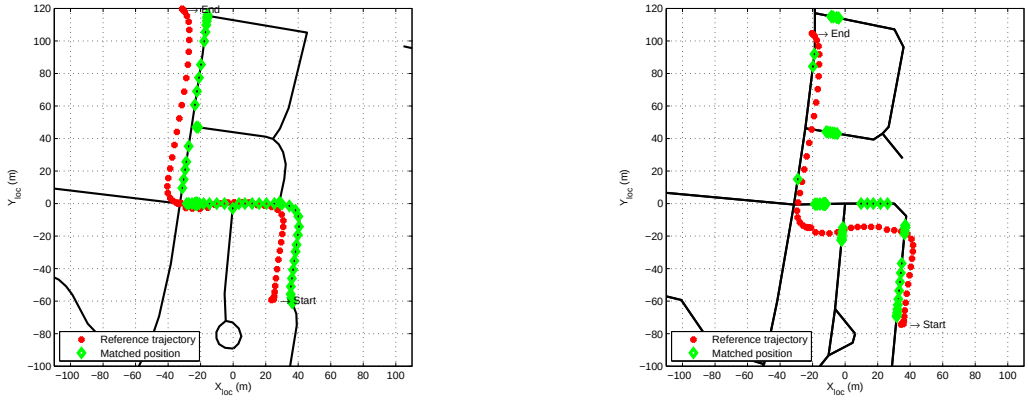
En pratique, les cartes fournies par les cartographes sont biaisées, avec des biais constatés généralement inférieur à 10–15m. La méthode est maintenant testée en utilisant les cartes originales, c'est-à-dire sans correction des biais absolus, pour évaluer leur impact. Les cartes présentent des décalages différents : map_1 est décalée d'environ $9m$ vers l'est, alors que map_2 est décalée de environ $14,5m$ vers l'ouest.

À L'instar des essais sur cartes alignées, chaque figure présente la trajectoire dans le repère de travail W_0 (IV.9), la norme des résidus du positionnement (IV.10), ainsi que le nombre de segments candidats et consistants extraits à chaque pas de temps (IV.11). Les résultats sont détaillés dans le tableau IV.2.

La carte map_1 montre que, malgré le biais cartographique, les résultats de la sélection de route et du positionnement ont subi une dégradation modérée. Le taux de mauvaise sélection a augmenté, passant à $\sim 7,8\%$ (Cf. Tableau IV.2), essentiellement dans les zones proches des intersections, zones qui sont naturellement ambiguës, mais le taux de sélection du vrai segment est resté stable. Concernant la norme des résidus, plusieurs remarques peuvent être faites. Tout d'abord, le pic correspondant à la première mauvaise association vue sur l'essai avec carte alignée (Sec. IV.5.1.3) est à nouveau présent. Un second pic est également présent : il correspond à la perte d'un satellite ($t \sim 125s$) ce qui peut être vu grâce à la diminution du seuil de consistance. On observe également un blanc dans la norme des résidus.Ce blanc signifie qu'aucun segment n'a passé le test de consistance à cet instant. Finalement, on observe un comportement général proche de celui observé pour la carte alignée, à l'exception de l'augmentation de la valeur moyenne de la norme des résidus qui est maintenant de environ $9m$, valeur qui correspond effectivement à la norme des biais cartographiques.

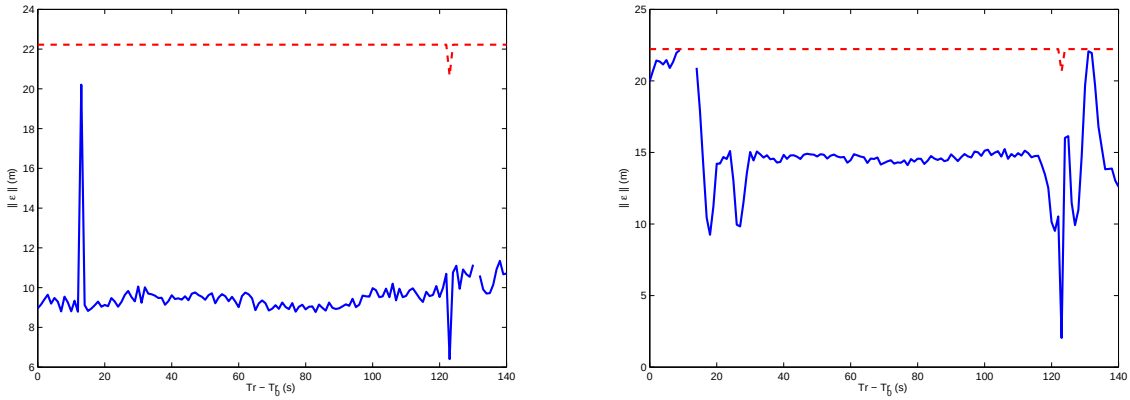
Concernant la carte map_2, une dégradation plus importante a eu lieu, le taux de mauvaise association passant de 0% à $\sim 30\%$ (Cf. Tableau IV.2). Le taux de sélection du vrai segment a également fortement diminué. Il faut rappeler qu'aucun historique des déplacements n'est utilisé ici. A chaque instant, un nouveau segment est sélectionné sans connaissance de ce qui a eu lieu précédemment, ces mauvaises sélections entraînant de fait une mauvaise estimation de la position du mobile. En s'intéressant à la norme des résidus du positionnement (Figure IV.10b), on remarque que la perte d'un satellite GPS a un impact fort sur la norme des résidus. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que le satellite perdu est à basse élévation, et est donc entaché d'erreurs atmosphériques non-modélisées plus importantes. On observe également un blanc dans la courbe : ici le segment n'est pas consistant. Le calcul des résidus de la sélection de route n'a donc pas été effectué. Durant la période statique, la valeur des résidus du positionnement est de environ $15m$. Cette valeur est similaire à la valeur de la norme des biais cartographiques estimés.

La présence de biais a également un impact sur le nombre de segments potentiellement candidats. Nous avons vu précédemment (Section IV.5.1.3) que la finesse de l'échantillonnage spatial de la carte influait sur le nombre de segments considérés comme candidats. S'il est difficile de faire la même analyse



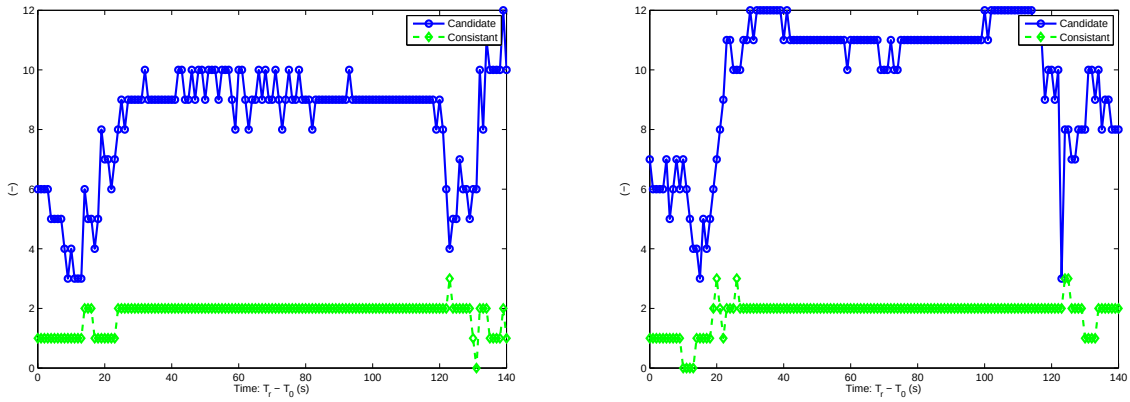
(a) map$_1$ (b) map$_2$

FIGURE IV.9 – Segments sélectionnés pour une carte non-alignée.



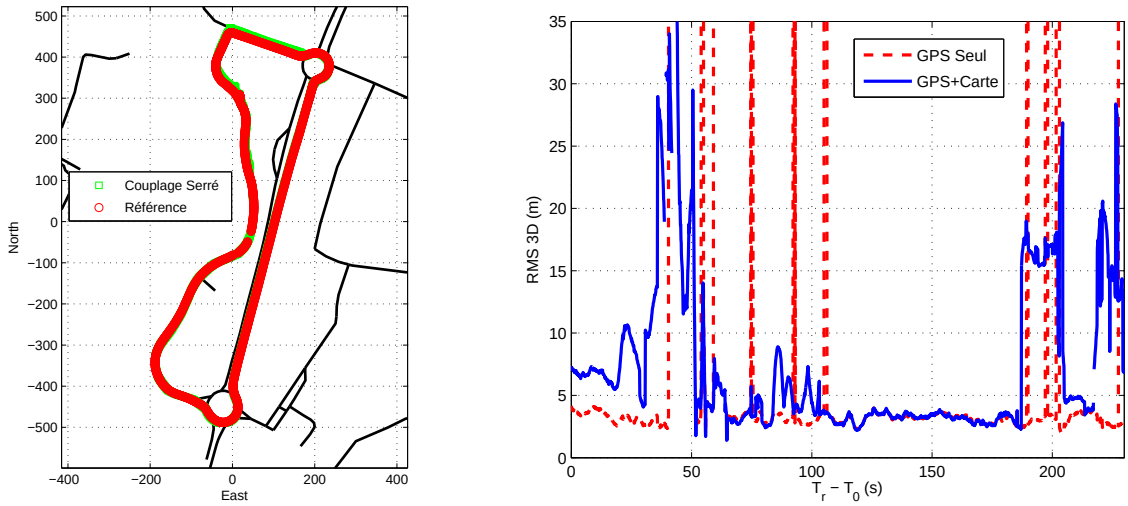
(a) map$_1$ (b) map$_2$

FIGURE IV.10 – Norme des résidus du positionnement pour une carte non-alignée.



(a) map$_1$ (b) map$_2$

FIGURE IV.11 – Nombre de segments candidats et consistants pour une carte non-alignée.



(a) Trajectoire de référence et solution par couplage serré

(b) Erreur RMS 3D pour le positionnement GPS et le positionnement par couplage serré

FIGURE IV.12 – Performance du positionnement par couplage serré

ici, il faut néanmoins noter la forte augmentation du nombre de segment considérés comme candidats comparativement aux essais sur carte alignée.

5.2 Positionnement utilisant l'information cartographique

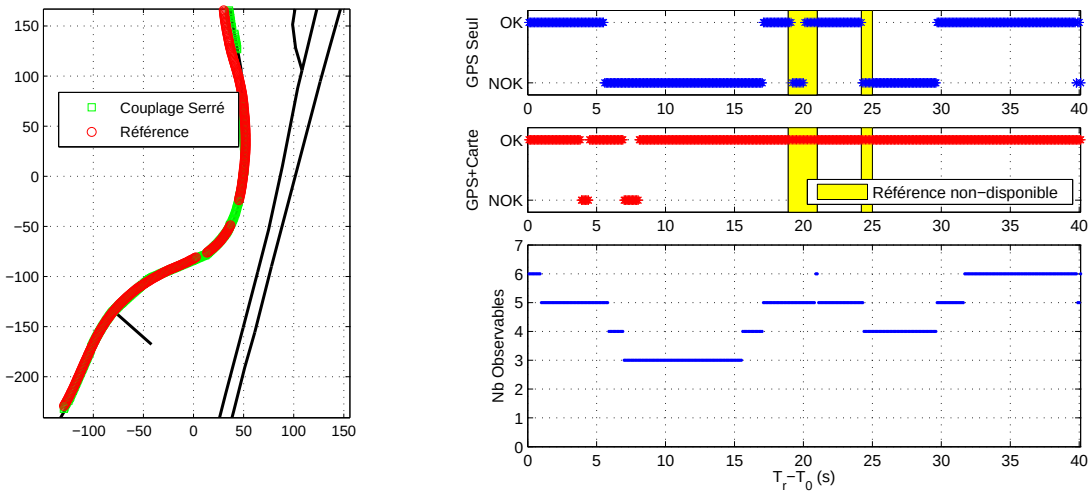
Nous nous intéressons à présent aux performances du positionnement exploitant l'information cartographique. Nous nous sommes intéressés à deux paramètres : la justesse de la solution fournie ainsi que sa disponibilité. On se base ici sur la méthode par ajout d'observable présentée au paragraphe IV.3.3.

5.2.1 Justesse du positionnement

La figure IV.12 montre l'erreur RMS 3D du positionnement par GPS en mode naturel calculé grâce à la méthode de Newton-Raphson ainsi que l'erreur RMS 3D du positionnement par couplage serré. Nous utilisons ici une carte non-alignée, c'est-à-dire telle que disponible dans le commerce. De plus, le même ensemble de satellites est utilisé à la fois pour le calcul GPS seul et le calcul par couplage serré.

La figure IV.12a présente la vérité terrain et les solutions de positionnement par couplage serré pour l'essai considéré. Le tour se décompose en deux parties distinctes : la première, sur la gauche, est constituée d'une route secondaire longeant des arbres haut et faiblement échantillonnée ; la deuxième, entre les deux rond-points, est constituée d'une route dans une zone dégagée. Cette route étant un axe principal, elle est correctement échantillonnée et alignée.

L'erreur en position réalisée lors du calcul en GPS naturel et par couplage serré est décrit par la figure IV.12a. Nous pouvons clairement distinguer les deux différentes zones, avec plus particulièrement la deuxième zone comprise entre $t = 106s$ et $t = 185s$. Durant le franchissement de cette zone, on observe que le calcul GPS et le calcul par couplage serré ont des résultats similaires : l'erreur moyenne pour le GPS seul sur cet intervalle est de $3,15m$ alors que la solution par couplage serré a une erreur moyenne de $3,17m$, soit une différence de performance peu significative lorsque les conditions de signal sont bonnes. En revanche, lors du franchissement de la première zone, entre $t = 0s$ et $t = 106s$, puis $t = 185s$ jusqu'à la fin de l'essai, la carte est insuffisamment discrétisée et on observe des décalages d'environ $10m$. En raison de la présence de défauts dans les résultats du calcul GPS, nous considérons ici la valeur médiane : pour le calcul GPS seul, une valeur médiane de $3,15m$ est obtenue alors que le positionnement par couplage serré donne une valeur médiane de $6,61m$. La différence obtenue ici est nettement plus significative.



(a) Trajectoire de référence.

(b) Disponibilité de la solution GPS et par couplage serré –*haut*– et nombre d'observables disponibles.

FIGURE IV.13 – positionnement matché en condition de visibilité GPS dégradée

A l'instar du processus de sélection de route, le positionnement par couplage serré présentée ici est largement dépendante de la qualité de la carte utilisée. Une carte sous-échantillonnée ou biaisée introduit donc des biais importants qui se reportent dans la solution de positionnement par couplage serré. Si la méthode par ajout d'observable permet de tenir compte de ces biais dans le modèle d'observation, il est souvent difficile de connaître ces biais en ligne, et donc d'en tenir compte dans l'observable cartographique.

5.2.2 Disponibilité du positionnement.

Pour cet essai, nous nous intéressons au comportement de l'approche présentée dans des conditions de signal GPS dégradé. Sur la portion considérée, le véhicule longe une haie de peupliers qui perturbe la réception des signaux. La figure IV.13a montre la trajectoire suivie par le véhicule ainsi que les positions obtenues par couplage serré de l'information cartographique et des données GPS. Dans le cas présent, nous pouvons voir que la réception est dégradée, puisque la trajectoire de référence estimée en DGPS est incomplète, pour une durée totale de 3secondes.

La figure IV.13b montre la disponibilité de la solution calculée pour le GPS seul et pour l'approche proposée dans la portion de trajectoire soumise à des conditions de visibilité dégradée à la fois en terme de disponibilité des mesures et de la configuration géométrique de la constellation : la présence des arbres conduit à un masquage partiel de la constellation. Le calcul de la solution par GPS seul conduit à deux pertes importantes de disponibilité [3] : la première entre $t = 5,7s$ et $t = 17s$, et la deuxième entre $t = 24,3s$ et $t = 29,6s$, ce qui représente environ 45% de la portion de trajectoire considérée. En revanche l'approche proposée n'est indisponible que pour les intervalles $3,9s \leq t \leq 4,4s$ et $7s \leq t \leq 8s$. Dans les deux cas, il s'agit d'une situation où aucun des segments du cache de routes n'est consistant. Cependant, on obtient une disponibilité d'environ 95% : ce résultat illustre l'intérêt de la méthode lorsque les conditions de signal sont dégradées. Malgré la contrainte supplémentaire sur l'altitude introduite pour permettre la sélection de route avec 3 mesures de pseudodistances, nous sommes en mesure de fournir une solution de positionnement.

3. On considère ici la disponibilité au sens premier du terme, c'est-à-dire la capacité du système à fournir une estimation.

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une première approche permettant l'utilisation des données cartographiques dans le cadre d'un calcul de positionnement GPS en mode naturel. L'information cartographique, un segment de route, est tout d'abord extraite du SIG à travers l'utilisation d'un cache de routes, puis introduite dans le calcul de la position, soit comme une contrainte sur l'espace d'état du récepteur, soit comme un capteur via la construction d'un observable additionnel. Une méthode pour extraire le segment de route dans le domaine des mesures a également présentée et le tout a été validé sur un jeu de données expérimentales.

L'introduction de l'information cartographique se fait suivant deux approches. Dans la première, cette information est considérée comme une contrainte partielle sur l'état du récepteur. Inversement, la deuxième approche exploite l'information cartographique comme un observable supplémentaire. Les objectifs visés sont également différents, puisque la méthode par contrainte sur l'espace d'état vise à estimer une position du véhicule matchée sur le réseau routier, alors que la seconde vise à fournir une position globale du récepteur. L'intérêt commun de ces deux approches étant de diminuer le nombre de satellites nécessaires pour réaliser le positionnement par satellites, augmentant de fait la disponibilité du positionnement par satellites.

Cependant, ces approches reposent sur une phase d'association préliminaire afin d'extraire l'information cartographique. Grâce à la combinaison de ces deux méthodes, nous avons développé une approche de sélection de route de type *plus proche voisin* dans l'espace des mesures via un test de consistance sur les observables pour un ensemble de segments candidats extrait du cache de route. Grâce aux expérimentations, nous avons montré la robustesse de l'approche dans le cas où la carte utilisée est de bonne qualité puisqu'une perte de consistance à un instant t ne contamine pas le calcul à l'instant $t+1$.

De fait, les travaux présentés dans ce chapitre sont fortement dépendants de la qualité de l'information cartographique utilisée. La qualité de cette information dépend de deux paramètres : la justesse, c'est-à-dire la présence de biais et la précision, c'est-à-dire la finesse de la discrétisation du réseau routier. Comme nous l'avons montré par les essais exploitant les cartes non corrigées des biais, les performances de la sélection de route ont été dégradées. Bien que l'approche par ajout d'observable permettent la prise en compte des biais cartographiques, ces derniers sont rarement connus, et de plus ne sont pas constants puisqu'ils dépendent à la fois des biais absolus aux points de forme décrivant la route et de la discrétisation de la route.

L'approche présentée montre un comportement intéressant mais conditionné par la qualité de l'information cartographique. La seconde limitation vient de l'absence d'historique sur l'évolution du véhicule qui interdit l'usage de la topologie du réseau et rend la sélection de route impossible lors d'un masquage GPS total. S'il est impossible de jouer sur la qualité de l'information cartographique, il est possible d'améliorer le positionnement par satellites en hybridant le récepteur GNSS avec des capteurs proprioceptifs. Dans la suite de ce document, nous présentons une approche séquentielle pour réaliser la sélection de route par couplage serré, et une approche, séquentielle également, pour intégrer l'information cartographique dans le calcul de la position du véhicule.

Chapitre V

Fusion serrée d'une base navigable par filtrage mono-hypothèse

1 Introduction

La méthode présentée au chapitre précédent a proposé une première approche pour exploiter l'information cartographique extraite d'une carte routière dans le cadre d'un processus de localisation par satellites. Cette approche fournit des résultats intéressants lorsque les conditions optimales sont rassemblées, c'est-à-dire en exploitant une carte routière alignée et une visibilité satellitaire suffisante. Cependant, cette approche montre ses limites lorsque la visibilité satellitaire se dégrade, ce qui est régulièrement le cas en milieu urbain. Elle se révèle peu adaptée aux applications nécessitant un positionnement continu, ce qui est le cas pour la majorité des applications liées aux transports terrestres.

Afin de contourner cette limitation, l'utilisation d'un processus d'estimation séquentielle reposant sur l'hybridation de capteurs proprioceptifs et extéroceptifs est devenue courante dans la littérature. Dans ce chapitre, nous proposons une approche mono-hypothèse permettant d'exploiter une information cartographique dans un processus de couplage serré entre les données brutes GPS et les données proprioceptives du véhicule. Comme dans le cas de la méthode de calcul de point présentée précédemment, la première difficulté réside dans l'extraction du segment d'évolution courant. Dans un premier temps, l'état du véhicule est prédit sous hypothèses de mesures odométriques saines. Cette prédiction est ensuite exploitée pour réaliser la sélection du segment de route dans l'espace d'état du véhicule. Finalement, l'état du véhicule est estimé après recalage par les données GPS et l'information cartographique, après avoir vérifier la consistance de ces dernières.

Le présent chapitre s'organise donc comme suit : le premier paragraphe introduit les modèles associés au véhicule, à savoir le modèle cinématique de ce dernier et les modèles décrivant les mesures odométriques. Le deuxième paragraphe explicite le modèle associé à l'information cartographique. Finalement, le processus d'estimation complet est présenté dans le troisième paragraphe. On conclut ce chapitre par un ensemble de résultats expérimentaux présentant les performances de la méthode.

2 Modélisation du véhicule

Dans le domaine de la robotique mobile terrestre, il est courant de séparer les paramètres décrivant la pose du robot des paramètres décrivant sa cinématique, ces derniers étant généralement exploités pour la commande haut-niveau du véhicule. On considère ici un véhicule évoluant dans un monde plan et décrit par trois ensembles de paramètres :

- Pose du véhicule : paramètres décrivant la position et l'orientation du véhicule dans l'espace, soit, en deux dimensions, une position (x,y) et une orientation ψ.
- Paramètres cinématiques du véhicule : on considère un couple de deux paramètres, la vitesse longitudinale du véhicule v et sa vitesse de lacet $\dot{\psi}$.

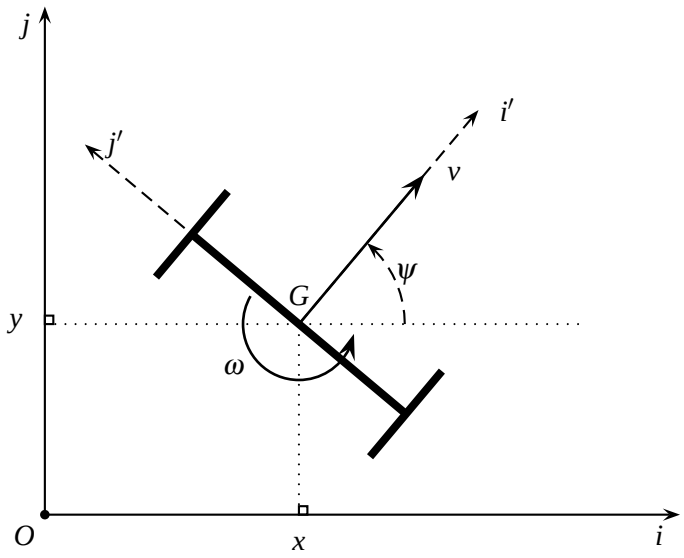


FIGURE V.1 – Cinématique de type char

– Observables proprioceptifs : l'ensemble des mesures proprioceptives fournies par le véhicule. Dans le cas présent, les vitesses au niveau des roues arrières et une mesure de vitesse de lacet fournie par un gyromètre.

Dans ce paragraphe, nous explicitons la modélisation du véhicule, aussi bien en terme de cinématique, que de modèles d'observation utilisés ultérieurement.

2.1 Modèle cinématique du véhicule

Nous présentons maintenant le modèle de véhicule qui sera utilisé pour définir le modèle d'évolution du processus de filtrage. Nombres de modèles ont été utilisés pour décrire l'évolution d'un véhicule terrestre. Dans le domaine des transports intelligents, on peut citer par exemple le modèle ponctuel proposé par les auteurs de [Boucher and Noyer, 2006]. Une telle représentation a l'avantage d'être facile d'utilisation puisque le système est linéaire. En revanche, elle ne tient pas compte des contraintes non-holonomes régissant le mouvement d'un véhicule terrestre. Une autre approche consiste à utiliser un modèle bicyclette pour décrire le mouvement du véhicule, approche choisie par les auteurs de [Laneurit et al., 2005]. Si ce modèle est le plus proche de l'architecture d'un véhicule terrestre, son utilisation impose en revanche de disposer d'une mesure de l'angle de braquage moyen des roues avant. En effet, cet angle ne peut être reconstruit analytiquement en fonction des autres paramètres de l'état, rendant le système non-observable si cette grandeur n'est pas observée.

Afin de se libérer de la contrainte de la mesure d'angle au volant, un modèle cinématique de type char a été utilisé. La figure V.1 montre la représentation du véhicule utilisée dans le repère de travail W_o. Un repère véhicule est également défini :

– L'origine du repère véhicule G est définie comme étant le point milieu de l'essieu arrière,
– L'axe $\vec{i}'$ est aligné sur l'axe longitudinal du véhicule,
– L'axe $\vec{j}'$ est aligné sur l'essieu arrière.

Le modèle cinématique du véhicule est donc décrit par un modèle de type char avec les hypothèses suivantes. On suppose le mouvement localement plan et localement circulaire au point de référence du véhicule G. On suppose également un véhicule et des pneumatiques infiniment rigides et on fait l'hypothèse de roulement sans glissement. Nous pouvons ainsi écrire la cinématique du véhicule dans le plan $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ du repère de travail :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi(t) & 0 \\ \sin\psi(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \tag{V.1}$$

Où $v(t)$ décrit la vitesse longitudinale du véhicule et $\omega(t)$ décrit la vitesse de lacet instantanée du véhicule. La pose du véhicule est décrite par le vecteur :

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & \psi(t) \end{bmatrix}^t \tag{V.2}$$

Nous obtenons ainsi un modèle cinématique continu et non-linéaire décrivant la relation entre les paramètres cinématiques du véhicule et sa pose dans le plan (O,i,j) du repère de travail. Or, l'utilisation d'un filtre de Kalman étendu suppose l'utilisation un modèle d'évolution discret. Afin de construire le modèle d'évolution du système, on s'intéresse maintenant à la discrétisation du modèle.

Le modèle discret est obtenu grâce à un développement de Taylor au premier ordre du modèle continu décrit par l'équation (V.1). Soit k l'instant discret courant :

$$X_k = \begin{bmatrix} x_k & y_k & \psi_k \end{bmatrix}^t \tag{V.3}$$

On suppose également que la période d'échantillonnage est suffisamment petite pour observer le comportement du véhicule et que la vitesse longitudinale v et la vitesse de lacet ω sont constantes entre deux instants d'échantillonnage. En posant T_e la période d'échantillonnage du système et en rappelant l'hypothèse de mouvement localement circulaire [Bonnifait et al., 2003], on obtient le modèle cinématique discret suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} &= x_k + T_e \cdot v_k \cdot \cos\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \omega_k\right) \\ y_{k+1} &= x_k + T_e \cdot v_k \cdot \sin\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \omega_k\right) \\ \psi_{k+1} &= \psi_k + T_e \cdot \omega_k \end{cases} \tag{V.4}$$

Nous pouvons maintenant expliciter les modèles d'observation permettant de relier les paramètres cinématiques du véhicule avec les mesures fournies par les capteurs proprioceptifs.

2.2 Modèles odométriques associés aux capteurs proprioceptifs

L'odométrie d'un véhicule, ou plus généralement les capteurs proprioceptifs, constituent régulièrement la base d'un système de localisation hybride dans le domaine des transports terrestres. De fait, ils permettent, grâce à un modèle approprié, une navigation à l'estime pour compenser les interruptions de service des capteurs extéroceptifs. Malheureusement, dans ce type de situation, l'absence de recalage entraîne une dérive de l'estimation due à la propagation des erreurs à travers le modèle du véhicule [Mourllion et al., 2006, Kelly, 2000]. Cependant, l'utilisation de capteurs proprioceptifs de bonne qualité permet de réduire la dérive de la navigation à l'estime, de même qu'une modélisation correcte des mesures fournies. On présente maintenant les modèles associés aux odomètres du véhicule et au gyromètre de lacet.

2.2.1 Odomètres du véhicule

Les odomètres du véhicule sont utilisés par le système ABS pour réguler le glissement des roues. Ils sont également en mesure de fournir une information sur la distance parcourue entre deux instants d'échantillonnage, ainsi que la vitesse linéaire de la roue. C'est cette dernière information que nous allons exploiter sous certaines hypothèses afin d'établir la relation entre les paramètres cinématiques du véhicule et les vitesses linéaires des roues.

Premièrement, on suppose que le véhicule évolue dans un monde parfaitement plan aligné avec les axes des abscisses et des ordonnées du repère de travail. On considère également que le châssis du véhicule est infiniment rigide, d'où l'absence de tangage et de roulis. Deuxièmement, on pose l'hypothèse que les roues sont indéformables et induisent un contact chaussée/pneumatique de type ponctuel et que le

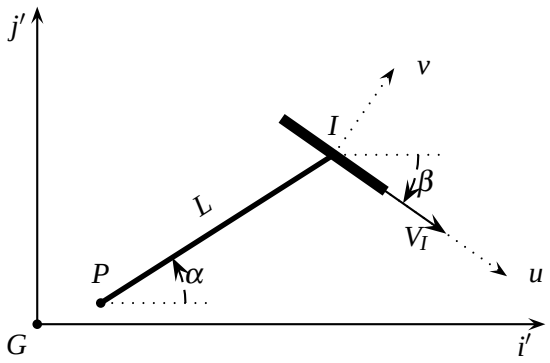


FIGURE V.2 – Contrainte cinématique d'une roue : cas le plus général. Le segment *PI* représente le châssis du véhicule, et *I* le point de contact roue-chaussée.

plan de la roue est orthogonal à la surface de la route. Finalement, on fait l'hypothèse de roulement sans glissement ce qui nous conduit à ne considérer que les roues arrières du véhicule. Ces dernières n'étant pas motrices, le risque que l'hypothèse de roulement sans glissement soit violée s'en trouve réduit.

Contrainte cinématique d'une roue On cherche dans un premier à établir les contraintes cinématiques en un point P quelconque du châssis pour une roue fixe en contact avec le sol au point I. Soit $\vec{V}_P$ le vecteur vitesse instantanée du véhicule au point P et $\vec{\Omega}$ son vecteur vitesse instantanée de rotation exprimés dans le repère $\left(G,\vec{i}',\vec{j}'\right)$ lié au véhicule (Cf figure V.1). Soit :

$$\vec{V}_P = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{V.5}$$

La relation entre la vitesse du véhicule au point P et la vitesse de la roue dans le repère lié au véhicule $\vec{V}_I$ s'obtient par l'utilisation de la loi de composition des vitesses :

$$\vec{V}_P = \vec{V}_I + \vec{\Omega} \times \vec{IP} \tag{V.6}$$

Où $\vec{IP}$ est le vecteur constant défini par la géométrie du problème :

$$\vec{IP} = \begin{bmatrix} -L \cdot \cos\alpha \\ -L \cdot \sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.7}$$

Soit ${}^R\vec{V}_I$ le vecteur vitesse de la roue dans le repère $\left(I,\vec{u},\vec{v},\vec{k}\right)$ lié à la roue. En choisissant $\vec{u}$ dans le plan de la roue, la contrainte de roulement sans glissement donne :

$${}^R\vec{V}_I = \begin{bmatrix} v_I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.8}$$

Le vecteur vitesse du centre de la roue dans le repère du véhicule grâce à une rotation d'angle β du repère lié à la roue autour de l'axe $\vec{k}$ (Cf. Figure V.2) :

$$\vec{V}_I = \begin{bmatrix} v_I \cos\beta \\ v_I \sin\beta \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.9}$$

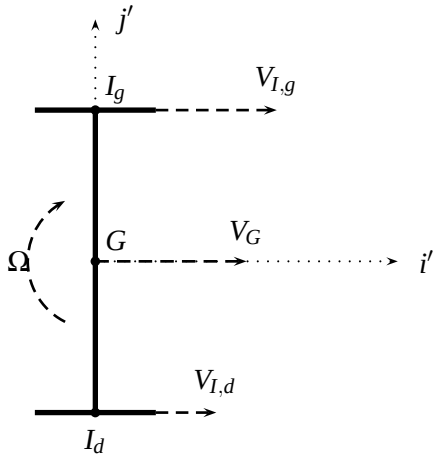


FIGURE V.3 – Cinématique de type char.

En intégrant le tout dans l'équation V.6, nous pouvons expliciter les contraintes cinématiques appliquées par la roue en un point P quelconque appartenant au châssis :

$$\begin{cases} \dot{x} &= v_I \cdot \cos\beta + L\dot{\psi} \cdot \sin\alpha \\ \dot{y} &= v_I \cdot \sin\beta - L\dot{\psi} \cdot \cos\alpha \end{cases} \tag{V.10}$$

Modèles d'observation des odomètres L'équation (V.10) permet d'établir les contraintes cinématiques dans le cas le plus général. Nous considérons ici le cas d'une suspension rigide et l'absence de pincement, d'où β nul comme le montre la figure V.3. L'antenne du récepteur est située à l'aplomb du milieu de l'essieu arrière, au même titre que le gyromètre de lacet. Par conséquent, on considère le point G, milieu de l'essieu arrière de longueur l, comme point de référence pour la fusion. A partir de ces contraintes, nous allons établir les modèles d'observation qui seront utilisés dans la suite de ce document.

Soit I_d le point de contact au sol de la roue droite. Pour cette roue, l'angle α vaut $-\frac{\pi}{2}$. D'où les équations de contraintes :

$$\begin{cases} \dot{x} &= v_{I_d} - \frac{l}{2}\dot{\psi} \\ \dot{y} &= 0 \end{cases} \tag{V.11}$$

On établit également les contraintes cinématiques pour la roue arrière gauche. Dans ce cas, la roue forme un angle α de $\frac{\pi}{2}$, ce qui donne les équations de contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} &= v_{I_g} + \frac{l}{2}\dot{\psi} \\ \dot{y} &= 0 \end{cases} \tag{V.12}$$

On pose alors v la vitesse longitudinale du véhicule telle que $v = \dot{x}$. Nous pouvons établir les modèles d'observation en combinant les contraintes cinématiques pour la roue gauche –eq.(V.12)– et la roue droite –eq.(V.11)–. D'où :

$$\begin{cases} v_{I_d} &= v - \frac{l}{2}\dot{\psi} \\ v_{I_g} &= v + \frac{l}{2}\dot{\psi} \end{cases} \tag{V.13}$$

2.2.2 Gyromètre de lacet

Pour la navigation à l'estime, nous avons également exploité la mesure de vitesse de lacet fournie par un gyromètre à fibre optique de type *KVH-400*. Si son coût prohibitif en interdit l'usage à grande échelle, ce type de capteur fournit une estimation de la vitesse de lacet peu bruitée et faiblement biaisée. La mesure de vitesse de lacet fournie par le capteur est alors modélisée par :

$$\omega(t) = \dot{\psi}(t) + \delta\omega \tag{V.14}$$

Où $\omega(t)$ est la mesure de vitesse de lacet fournie par le gyromètre et $\delta\omega$ le biais sur cette dernière qui devra être observé pour assurer une estimation optimale de la position lors de la navigation à l'estime. Fort heureusement, la différence de vitesse linéaire entre les deux roues arrières fournies également une estimation de la vitesse de rotation, ce qui rend le biais $\delta\omega$ du gyromètre observable. En revanche, l'estimation de la vitesse de lacet par différenciation des vitesses de roues arrières fournies une estimation fortement bruitée, d'autant plus que l'essieu arrière est petit et que la résolution des capteurs est faible.

3 Information cartographique dans le processus de fusion

Nous avons introduit les modèles d'évolution et d'observation associés aux capteurs du véhicule. Nous détaillons maintenant l'utilisation de l'information cartographique dans le processus de fusion. Ici, nous considérons la carte comme une source d'information connue *a priori* permettant de générer un observable additionnel.

Comme nous l'avons montré dans le chapitre sur l'utilisation de l'information cartographique dans le cadre d'un calcul de point GPS (Chapitre IV), les cartes navigables standard sont entachées de biais. Face à ce constat, plusieurs approches ont été envisagées dans la littérature. La première, similaire à celle que nous avons présentée précédemment consiste à considérer la carte comme une contrainte de l'espace d'état comme proposé par les auteurs de [Lee et al., 2007, Cui and Ge, 2003, Betaille et al., 2008]. Cependant, l'introduction de tels biais dans un processus de fusion bayésienne de type Kalman viole l'hypothèse de base faite sur les bruits de mesure, qui doivent être centrés. L'approche parallèle consiste à utiliser la géométrie de la cartographie pour fournir une estimation de la position du véhicule, comme le propose les auteurs de [Lahrech et al., 2005, Syed and Cannon, 2005]. Il est alors nécessaire d'observer les biais cartographiques en les intégrant dans un vecteur d'état étendu, approche choisie dans [El Najjar and Bonnifait, 2003]. Les auteurs de [Taylor and Blewitt, 1999] proposent une approche différente pour tenir compte des biais cartographiques. Ces derniers sont exploités pour générer des corrections GPS qui sont ensuite appliquées aux mesures de pseudodistances.

Cependant, si de telles approches permettent de réduire les biais cartographiques, ces dernières ne peuvent compenser le sous-échantillonnage des routes, introduisant de fait des erreurs de mesure non-centrées dans le processus de fusion, à moins de disposer de cartes améliorées telles que celles proposées par [Betaille et al., 2008]. Récemment, les auteurs de [Kang et al., 2008] ont proposé d'utiliser une carte améliorée pour fournir une information sur l'orientation du véhicule dans le cadre de l'hybridation par couplage lâche d'une solution DGPS. Nous proposons ici une approche similaire.

3.1 Observation cartographique

Les biais cartographiques et l'échantillonnage spatial conduisant à des erreurs de mesure non-centrées, nous proposons d'utiliser une information d'ordre deux extraites de la géométrie de la route : l'orientation. Nous faisons ici l'hypothèse forte que le véhicule évolue parallèlement à la route. Cette hypothèse sera modulée par le modèle d'erreur de mesure que nous présentons ci-après.

On suppose ici que l'étape de sélection de route a été faite, cette étape sera explicitée ultérieurement. Pour la route choisie, nous avons le modèle d'observation suivant :

$$\psi_{map} = \psi(t) \tag{V.15}$$

Où ψ_{map} est la mesure de cap issue de la cartographie et ψ l'orientation du véhicule.

Suivant le serveur de carte ou la génération de la carte utilisée, l'information sur l'orientation du segment peut être directement disponible. Si cela n'est pas le cas, il est possible de la reconstruire à partir de la géométrie du segment. Soit les points de forme définissant le segment : l'origine S_i et l'extrémité S_{i+1} définis dans le repère de travail W_0 par :

$$\begin{cases} S_i &= (x_i, y_i)_{W_0} \\ S_{i+1} &= (x_{i+1}, y_{i+1})_{W_0} \end{cases} \tag{V.16}$$

L'orientation du segment s'obtient alors comme :

$$\psi_{map} = \arctan 2\,(y_{i+1} - y_i, x_{i+1} - x_i) \tag{V.17}$$

3.2 Modélisation de la confiance dans la mesure cartographique

Nous faisons ici l'hypothèse que le véhicule évolue parallèlement au segment, ce qui est généralement le cas. Cependant, cette hypothèse ne tient pas compte des éventuelles manœuvres du véhicule, ou des zones où l'échantillonnage de la carte est insuffisant. Nous avons donc intégré ces limitations lors de l'élaboration du modèle d'erreur sur l'observation cartographique nécessaire à la fusion dans un cadre bayésien.

Cette heuristique repose sur l'idée que la manœuvrabilité d'un véhicule se réduit en fonction de sa vitesse de déplacement. De même, la manœuvrabilité dépend de la géométrie de la route, en particulier de sa largeur. En conditions de conduite normales, les manœuvres impliquant une erreur angulaire importante se font principalement à basse vitesse quelle que soit la largeur de la chaussée. Inversement, à vitesse élevée, les manœuvres, telles qu'un changement de voie, sont peu nombreuses et induisent une erreur angulaire faible. De même, pour un véhicule évoluant à allure moyenne sur une route de faible largeur, une route de campagne a une voie par exemple, les capacités de manœuvres sont extrêmement réduites, impliquant une erreur angulaire maximale de faible amplitude.

On estime ainsi l'erreur en se basant sur la géométrie de la route ainsi que sur la vitesse v du véhicule. En modélisant la trajectoire du véhicule comme un signal triangulaire d'amplitude égale à la largeur $\mathscr{W}$ de la route, nous pouvons exprimer l'angle maximum ξ entre le cap du véhicule et le cap du segment. ξ s'obtient sous la forme :

$$\begin{cases} \sin\xi = \dfrac{\mathscr{W}}{2 \cdot T_e \cdot v} & \text{si } v \geq \dfrac{\mathscr{W}}{2 \cdot T_e} \\ \sin\xi = 1 & \text{sinon} \end{cases} \tag{V.18}$$

En posant ξ l'intervalle de confiance à $n\sigma$ pour l'observation cartographique, nous pouvons calculer l'écart-type σ_{map} de l'observable cartographique. Soit :

$$\sigma_{map} = \frac{\xi}{n} \tag{V.19}$$

Le choix de n est un paramètre de réglage : il permet d'influer sur le poids de l'observable cartographique dans le processus de fusion que nous présentons dans la suite de ce document.

4 Processus d'estimation séquentielle

Nous présentons maintenant le processus permettant de réaliser l'estimation séquentielle de la position du véhicule dans le repère de travail W_0. Au moyen d'un filtre de Kalman étendu, l'approche propose de réaliser l'estimation au moyen des pseudodistances GPS, de l'information cartographique et des observables proprioceptifs dans une approche par couplage serré.

L'algorithme repose sur la confiance dans les mesures odométriques : on fait l'hypothèse que ces dernières sont fiables. Cette hypothèse est un point clé dans notre approche, puisque nous utiliserons l'état après recalage odométrique pour estimer la consistance des observables GNSS et de la mesure cartographique. Ainsi, avant de recaler les états avec les mesures de pseudodistance et l'observation cartographique, les mesures sont validées en utilisant un test de consistance *a priori* sur l'innovation du filtre de Kalman comme le propose les auteurs de [Sun and Cannon, 1997].

De plus, l'utilisation de la mesure cartographique suppose également une étape d'association préalable. Ainsi, nous proposons également une étape de sélection de route mono-hypothèse de type plus proche voisin basée sur le vecteur d'état du véhicule.

4.1 Représentation d'état du système

Réaliser un observateur d'état par filtrage de Kalman étendu suppose une connaissance des modèles d'observation associés aux différentes mesures fournies par les capteurs du système, mais également de disposer d'un modèle permettant de prédire l'évolution de l'état du système entre deux instants de mesure. Cela suppose également de disposer d'une connaissance statistique sur les erreurs de mesure ainsi que sur les erreurs du modèle de prédiction.

On présente maintenant les modèles qui ont été développés dans le cadre de ces travaux.

4.1.1 Vecteur d'état du système

Afin de pouvoir utiliser les mesures de pseudodistance fournies par un récepteur GPS, l'estimation de la pose du véhicule seule n'est pas suffisante. En effet, la conception même du système GPS impose d'estimer certains paramètres supplémentaires : l'altitude du récepteur dans le repère W_o, notée z, et l'allongement dû au décalage d'horloge de ce même récepteur, noté d. Ce terme contient également les erreurs de mode commun non modélisées.

Nous avons également choisi de fonctionner avec un filtre sans entrée mesurée, afin de conserver un maximum de liberté sur l'utilisation des capteurs odométriques. L'estimation des paramètres cinématiques v et ω du système est également nécessaire.

Enfin, deux paramètres de dérive sont également estimés :

- La dérive de l'horloge interne du récepteur, notée $\dot{d}$. Elle permet d'envisager l'utilisation des mesures de Doppler et, via un modèle d'évolution approprié, de continuer à fournir une estimation de la dérive d'horloge en cas de masquage complet.
- La dérive du gyromètre, notée $\delta\omega$. Les gyromètres de lacet, notamment les gyromètres à base de MEMS, sont sensibles et fournissent généralement une mesure de vitesse de lacet biaisée. Bien que la dérive d'un gyromètre à fibre optique soit suffisamment faible pour être négligée, cette dernière est malgré tout estimée afin de rendre le modèle le plus générique possible.

En combinant ces paramètres avec la pose du véhicule, nous obtenons le vecteur d'état X de dimension 9 défini par :

$$X = \begin{bmatrix} x & y & z & \psi & v & \dot{\psi} & d & \dot{d} & \delta\omega \end{bmatrix}^t \tag{V.20}$$

Dans la suite de ce document, on pose μ_k l'estimation du vecteur d'état X réalisé à un instant k, et Σ_k la matrice de covariance associée à cette estimation.

4.1.2 Modèle de prédiction associé au système

Nous nous intéressons maintenant au modèle d'évolution associé au système et qui sera utilisé pour réaliser la prédiction.

Paramètres cinématiques Pour décrire la cinématique du véhicule (Sec. V.2.1), l'hypothèse de vitesse constante entre deux instants d'échantillonnage a été faite, ce qui est acceptable pour un véhicule en conditions normales. Cette hypothèse est donc conservée pour réaliser la prédiction des paramètres cinématiques à l'instant $k+1$. On suppose également que le mouvement est localement circulaire.

On suppose également la dérive du gyromètre constante entre deux instants d'échantillonnage. Soit :

$$\begin{cases} v_{k+1} & = v_k + \alpha_{v,k} \\ \dot{\psi}_{k+1} & = \dot{\psi}_k + \alpha_{\dot{\psi},k} \\ \delta\omega_{k+1} & = \delta\omega_k + \alpha_{\delta\omega,k} \end{cases} \tag{V.21}$$

Où α_v est le bruit de modèle sur la vitesse longitudinale v, $\alpha_{\dot{\psi}}$ le bruit de modèle sur la vitesse de lacet $\dot{\psi}$, et $\alpha_{\delta\omega}$ celui associé à la dérive du gyromètre. Ces derniers sont supposés gaussiens, blancs et indépendants.

Composantes liées au GPS Afin de réaliser la prédiction de l'altitude z du véhicule à l'instant $k+1$, on fait l'hypothèse que le véhicule évolue à altitude constante entre deux instants d'échantillonnage. En revanche, l'estimation de l'allongement dû à la dérive d'horloge $\dot{d}$ est exploitée pour estimer l'allongement d. On utilise pour cela un modèle d'évolution linéaire entre deux instants d'échantillonnage et on suppose la dérive d'horloge constante. D'où :

$$\begin{cases} z_{k+1} & = z_k + \alpha_{z,k} \\ d_{k+1} & = d_k + T_e.\dot{d}_k + \alpha_{d,k} \\ \dot{d}_{k+1} & = \dot{d}_k + \alpha_{\dot{d},k} \end{cases} \tag{V.22}$$

Où α_z est le bruit de modèle sur l'altitude du récepteur z, α_d le bruit de modèle sur l'estimation du décalage d'horloge d, et $\alpha_{\dot{d}}$ celui associé à la dérive de l'horloge. Comme précédemment, ces derniers sont supposés blancs et indépendants.

Modèle complet On rappelle brièvement les hypothèses ayant conduit à l'expression du modèle cinématique discret du véhicule (eq.V.4) :

- Modèle cinématique de type char,
- Mouvement localement plan et localement circulaire,
- Roulement sans glissement,
- Vitesse constante entre deux instants d'échantillonnage.

En combinant le modèle cinématique discret décrit par l'eq.(V.4) avec les modèles d'évolution choisis pour les autres composantes du vecteur d'état –eq.(V.21) et eq.(V.22)–, nous pouvons écrire le modèle d'évolution complet du système :

$$\begin{cases} x_{k+1} & = x_k + T_e \cdot v_k \cdot \cos\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) + \alpha_{x,k} \\ y_{k+1} & = x_k + T_e \cdot v_k \cdot \sin\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) + \alpha_{y,k} \\ z_{k+1} & = z_k + \alpha_{z,k} \\ \psi_{k+1} & = \psi_k + T_e \cdot \dot{\psi}_k + \alpha_{\psi,k} \\ v_{k+1} & = v_k + \alpha_{v,k} \\ \dot{\psi}_{k+1} & = \dot{\psi}_k + \alpha_{\dot{\psi},k} \\ d_{k+1} & = d_k + T_e . \dot{d}_k + \alpha_{d,k} \\ \dot{d}_{k+1} & = \dot{d}_k + \alpha_{\dot{d},k} \\ \delta\omega_{k+1} & = \delta\omega_k + \alpha_{\delta\omega,k} \end{cases} \tag{V.23}$$

Avec $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_\psi)$ les bruits de modèles, supposés blanc et indépendants, associés à la pose du véhicule dans le repère de travail W_0.

Le système peut ainsi être décrit par la fonction vectorielle $f(X)$, non-linéaire et discrète. On rappelle également que le filtre ne dispose pas d'entrée mesurée. Ainsi, la prédiction de l'état à un instant $k+1$ s'obtiendra comme :

$$\begin{cases} \mu_{k+1|k} & = f\left(\mu_{k|k}\right) + \alpha_k \\ \Sigma_{k+1|k} & = F_k . \Sigma_{k|k} . F_k^t + \Sigma_{\alpha,k} \end{cases} \tag{V.24}$$

Où α est le vecteur composé des bruits de modèle associés à chacune des composantes du vecteur d'état, et Σ_α la matrice de covariance associée. On a également F_k la matrice jacobienne associée au modèle de prédiction définie telle que :

$$F_k = \left.\frac{\partial f}{\partial X}\right|_{\mu_k} \tag{V.25}$$

L'expression de la matrice jacobienne F du modèle d'évolution est disponible dans l'annexe C.

4.1.3 Modèles d'observation associés au système

Nous rappelons ici les modèles d'observation associés aux capteurs choisis dans le cadre de ces travaux. Le processus d'estimation de l'état du véhicule repose sur l'utilisation d'un récepteur GPS capable de fournir les corrections EGNOS pour la partie extéroceptive et l'utilisation d'un gyromètre de lacet et des odomètres du véhicule pour la partie proprioceptive.

Odométrie du véhicule L'odométrie du véhicule fournit trois observables : les vitesses linéaires des roues arrières gauche et droite ainsi que la vitesse de lacet. Nous rappelons les modèles d'observation qui sont utilisés :

$$\begin{bmatrix} v_{I_g} \\ v_{I_d} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{l}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X_k \tag{V.26}$$

Il s'agit ici d'un modèle linéaire que l'on exprime sous la forme :

$$y_{DR,k} = H_{DR} \cdot X_k \tag{V.27}$$

Pseudodistances sur L1 avec corrections EGNOS Afin de fournir une estimation de la position, les pseudodistances sur L1 sont utilisées. Les corrections EGNOS sont également utilisées à la fois pour réduire les erreurs de mode commun et obtenir une estimation de la variance des bruits sur ces dernières. Pour le *i*-ème satellite, le modèle est donné par l'expression :

$$\rho_k^i = R_k^i + d_k + \varepsilon_k^i \tag{V.28}$$

où R^i décrit la distance géométrique entre le récepteur et le *i*-ème satellite et d l'allongement dû au biais d'horloge du récepteur.

Dans le cas des mesures de pseudodistance, le modèle s'écrit sous la forme d'une fonction vectorielle non linéaire constituée de l'empilement des mesures de pseudodistance disponibles :

$$y_{GPS,k} = h_{GPS}(X_k) \tag{V.29}$$

On définit également la matrice jacobienne $H_{GPS,k}$ associée au modèle d'observation pour les mesures de pseudodistance exprimée au point de fonctionnement μ_k :

$$H_{GPS,k} = \left.\frac{\partial h_{GPS}}{\partial X}\right|_{\mu_k} \tag{V.30}$$

L'expression de la matrice jacobienne $H_{GPS,k}$ est disponible dans l'annexe C.

4.2 Vérification de la cohérence des observations

Notre approche repose sur la fiabilité des mesures proprioceptives. En effet, on considère ici que les défauts proviennent soit des mesures GNSS, soit de la mesure cartographique.

4.2.1 Consistance des observables GNSS

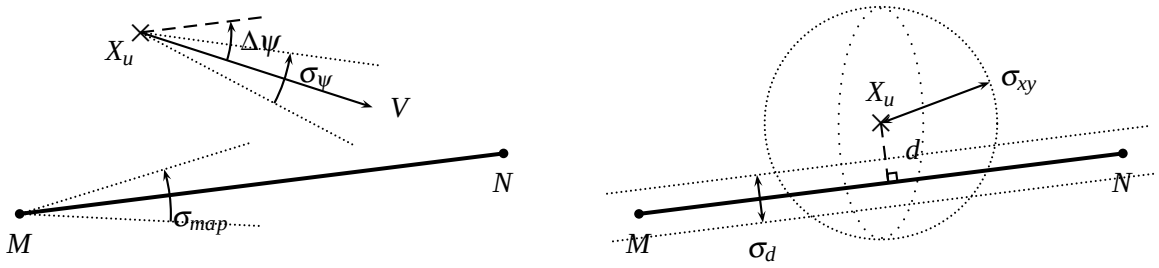
Les mesures GNSS brutes peuvent être entachées de nombreux défauts comme l'ont montré les auteurs de [Bhatti and Ochieng, 2007]. Nous considérons ici que la majorité de ces défauts entraînent un allongement du signal reçu par le récepteur. Nous considérons donc principalement les défauts liés à l'environnement proche du récepteur tels que les multi-trajets. Afin d'améliorer la robustesse du filtre en limitant le risque de fusionner des observables GNSS biaisés, la cohérence des mesures est testée *a priori*. Deux solutions sont possibles à ce stade : tester chaque mesure indépendamment comme proposé par les auteurs de [Lucet et al., 2009] ou tester la cohérence globale des mesures de pseudodistance. La première solution possède l'avantage d'isoler un possible défaut sans compromettre la disponibilité des observables GPS, à l'inverse de la seconde solution. Cependant, les expérimentations nous ont montrés que la seconde solution est plus robuste, notamment en milieu urbain. Nous avons donc choisi de rejeter toutes les mesures de pseudodistance lorsque une perte de cohérence est détectée.

On utilise un test sur la norme de l'innovation du filtre de Kalman calculée à partir de l'état après recalage odométrique. On introduit $\langle \mu_{DR,k|k}, \Sigma_{DR,k|k} \rangle$ l'état du véhicule estimé après recalage odométrique. On obtient alors l'innovation comme la différence entre le vecteur des mesures de pseudodistance courantes ρ_k et les mesures prédites correspondant à l'état estimé $\mu_{DR,k|k}$:

$$\nu_{GPS,k} = \rho_k - h_{GPS}\left(\mu_{DR,k|k}\right) \tag{V.31}$$

où $\nu_{GPS,k}$ est l'innovation du filtre calculée à partir de l'état estimé après recalage odométrique et Σ_ν la matrice de covariance associée qui s'exprime en propageant la covariance de l'état courant à travers le modèle d'observation augmenté des bruits de mesures :

$$\Sigma_\nu = H_{GPS,k} \cdot \Sigma_{DR,k|k} \cdot H_{GPS,k}^t + Q_{\rho,k} \tag{V.32}$$



(a) Paramètres liés à l'orientation

(b) Paramètres liés à la distance

FIGURE V.4 – Paramètres utilisés pour le calcul du critère de consistance de l'observable cartographique

Où Q_ρ décrit les bruits de mesure associés aux pseudodistances.

La norme de l'innovation s'obtient alors comme :

$$\eta_{GPS,k} = \nu_{GPS,k}^t \cdot \Sigma_\nu^{-1} \cdot \nu_{GPS,k} \tag{V.33}$$

Si l'innovation ν_{GPS} suit une loi normale centrée réduite alors, en condition saine, la norme de l'innovation η_{GPS} suit une loi du χ^2. Nous pouvons donc calculer un seuil à partir de la distribution inverse pour évaluer la cohérence des observables comme dans le cas du calcul de point GPS présenté au paragraphe II.7.2. De fait, si la norme de l'innovation est supérieure au seuil calculé grâce à l'équation (II.82), les mesures courantes sont considérées comme inconsistantes avec le modèle de bruit, les mesures ρ_k sont alors exclues du processus de fusion. De toute évidence, une telle approche dépend fortement de la qualité des mesures proprioceptives et de la durée d'une navigation à l'estime : si la confiance dans la prédiction odométrique est faible, le risque de fusionner une mesure de pseudodistance en défaut augmente.

4.2.2 Consistance de l'observable cartographique

Comme dans le cas du GNSS, on considère qu'un défaut peut venir entacher la mesure cartographique. Ces défauts peuvent être causés soit à cause d'une sélection de route erronée, notamment dans les zones ambiguës comme les intersections, ou encore en raison d'un sous-échantillonnage de la géométrie du réseau induisant un écart angulaire entre le segment et le véhicule trop important. Évidemment, une manœuvre du véhicule de type demi-tour peut également introduire ce type de défaut. On suppose ici que le segment d'évolution courant est connu.

Nous avons choisi de nous baser sur la distance de Mahalanobis entre la pose estimée du véhicule et le segment de route pour évaluer sa cohérence. Une telle approche permet de considérer la cohérence à la fois en termes d'écart angulaire que de distance au segment. Ceci permet d'éliminer les segments possédant une orientation cohérente avec l'état du filtre, mais éloignée de la position estimée comme cela peut se produire si un défaut dans l'extraction du cache a lieu.

L'expression de la métrique de cohérence, notée Δ_r, est basée sur une expression simplifiée de la distance de Mahalanobis puisque l'inter-corrélation est négligée. Elle dépend à la fois de la distance d au segment et de l'écart angulaire $\Delta\psi$ entre le segment et le véhicule et s'exprime sous la forme :

$$\Delta_r = \frac{d^2}{\sigma_{/\!/}^2 + \sigma_{xy}^2} + \frac{\Delta\psi^2}{\sigma_{map}^2 + \sigma_\psi^2} \tag{V.34}$$

Où :

– σ_{xy} est le maximum des variances associées à la position dans le plan. Elle correspond à :

$$\sigma_{xy}^2 = \max\left(\Sigma_{k|k,DR}^x, \Sigma_{k|k,DR}^y\right) \tag{V.35}$$

Avec $\Sigma_{k|k,DR}^x$–resp. $\Sigma_{k|k,DR}^y$– la variance estimée sur la position x–resp. y– après recalage odométrique.

– σ_ψ est la variance de l'estimation du cap fournie par le filtre,
– $\sigma_{/\!/}$ est la variance associée à la largeur de la route,
– σ_{map} est la variance associée à la mesure de cap cartographique exprimée grâce à l'équation (V.19).

De fait, l'estimation de la position par le filtre influence l'utilisation de la mesure cartographique. Si la variance de la position estimée est faible, alors la méthode tend naturellement à rejeter les informations cartographiques trop éloignées, si la carte est largement biaisée par exemple. En revanche, lorsque la variance estimée de la position augmente, l'information cartographique sera utilisée plus fréquemment. Cette remarque illustre les problèmes liés à une approche mono-hypothèse : le risque d'intégrer une information cartographique erronée augmente avec la complexité du réseau, par exemple aux intersections comme nous l'avons montré dans [Fouque and Bonnifait, 2009b]. Une approche de map-matching par suivi multi-hypothèse permet en revanche de réduire ce risque. Nous reviendrons sur ce point ultérieurement.

4.3 Sélection du segment d'évolution

L'utilisation de l'information cartographique suppose une étape d'association préalable. La méthode que nous avons proposée au chapitre précédent suppose la disponibilité de 3 mesures de pseudodistance au moins pour pouvoir réaliser la sélection. Cette limitation fait qu'une telle approche présente un intérêt limité dans le cas d'une estimation séquentielle.

Afin de contourner cette limitation, nous avons choisi une méthode de sélection mono-hypothèse de type *plus proche voisin* basée sur la distance de Mahalanobis en distance et en cap proposée au paragraphe précédent. De plus, chaque intersection représente une zone d'ambiguïté dans le cas d'une sélection de route par une approche mono-hypothèse. Pour réduire le risque d'effectuer une sélection erronée, des zones d'ambiguïté sont définies à proximité des intersections. Lorsque le véhicule évolue dans l'une de ces zones, la carte est considérée comme indisponible.

Le segment d'évolution le plus probable est ainsi extrait comme suit : à chaque instant d'échantillonnage k, si le véhicule n'est pas dans une zone d'ambiguïté, alors le paramètre Δ_r –eq.(V.34)– est calculé pour chacun des segments appartenant au cache de route. On choisit alors le segment d'évolution comme celui ayant la plus petite distance de Mahalanobis Δ_r. Avant d'être intégré à l'étape de recalage, la cohérence du segment d'évolution le plus probable est testée.

4.4 Algorithme complet

L'algorithme se base sur un filtre de Kalman étendu utilisant des étapes de recalage sérialisées conformément aux hypothèses d'indépendance qui ont été faites. La figure V.5 illustre le processus que nous allons maintenant détailler.

A un instant k donné, la première étape consiste en une prédiction de l'état $\mu_{k|k-1}$ du véhicule en utilisant le modèle d'évolution défini par l'équation (V.23) et à partir de l'état estimé $\mu_{k-1|k-1}$ à l'instant précédant. Après cette étape de prédiction, un premier recalage est effectué à partir des données odométriques du véhicule. On exploite pour cela le modèle défini par l'équation (V.26).

Afin d'obtenir la mesure cartographique, on applique la méthode de sélection de route proposée au paragraphe V.4.3. Cette étape fournit le segment d'évolution le plus probable relativement à l'état estimé du véhicule après recalage odométrique auquel est associé un paramètre de confiance. On applique le test de consistance proposé au paragraphe V.4.2.2 de façon à éliminer le segment sélectionné si ce dernier n'est pas consistant.

En parallèle, les corrections EGNOS sont appliquées aux mesures de pseudodistance. On calcule également la position des satellites dans le repère de travail courant. Comme pour l'observable cartographique, la cohérence des mesures de pseudodistance est vérifiée de façon à éliminer les mesures inconsistantes.

La mise à jour de l'état estimé du véhicule en fonction des observables GNSS et cartographique est ensuite effectuée en fonction de leur disponibilité après le test de consistance, en négligeant la latence

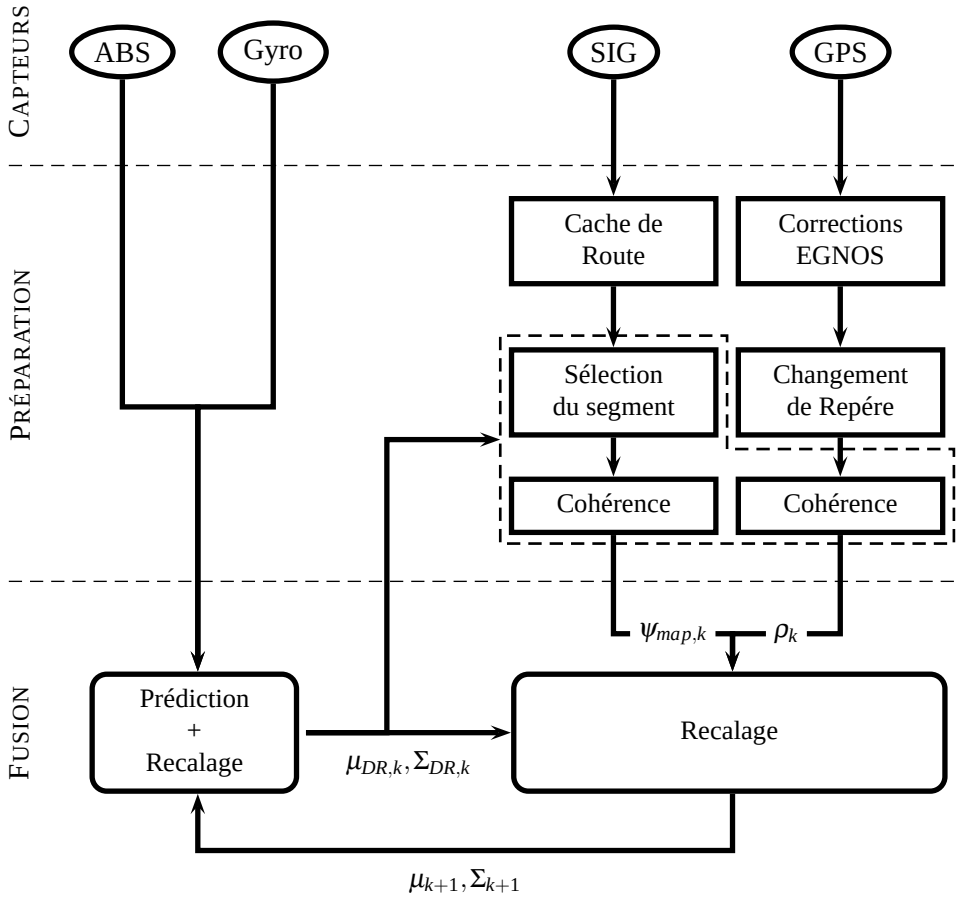


FIGURE V.5 – Algorithme

des observables GPS [Tessier et al., 2006]. Cet algorithme est parfaitement adapté pour une fusion asynchrone, ce qui est généralement le cas en embarqué, puisque chaque étape de recalage par les mesures est réalisée séparément. Avec un algorithme de map-matching efficace, il est possible d'envisager un recalage par l'observable cartographique à la fréquence des capteurs odométriques et une mise à jour par les observables GNSS à une fréquence inférieure.

5 Résultats expérimentaux

Nous nous intéressons maintenant aux performances de la méthode proposée dans les paragraphes précédents. On rappelle que la méthode suppose que les observables odométriques sont sains afin de pouvoir évaluer la consistance des mesures brutes, mais également pour réaliser la sélection de route et évaluer la consistance de l'observable cartographique.

Nous souhaitons donc évaluer l'impact de l'observable cartographique dans le processus de localisation. Pour ce faire, on considère les performances de la méthode avec et sans utilisation de la mesure de cap cartographique dans différentes conditions de signal. Dans un premier temps, on suppose que le GPS évolue dans des conditions de visibilité satisfaisante, puis on dégrade la disponibilité des signaux GPS jusqu'à atteindre le masquage complet.

5.1 Paramétrage du filtre de Kalman

Pour permettre une comparaison des résultats dans les différentes conditions de visibilité, un réglage unique du filtre de Kalman a été utilisé. On s'intéresse dans un premier temps à la forme de la matrice de covariance des bruits de modèle $\Sigma_{\alpha,k}$ utilisée lors de l'étape de prédiction du filtre de Kalman –eq.(V.24)– . On suppose que les bruits de modèle sont invariants au cours de temps et on les suppose décorrélés :

la matrice Σ_α est donc diagonale. On suppose les composantes correspondant à la position dans le plan (α_x, α_y) sont nulles. De même pour les composantes correspondant à l'orientation α_ψ, à l'allongement dû à la dérive d'horloge α_d et le biais du gyromètre $\alpha_{\delta\omega}$. Les autres composantes ont été obtenues par un processus de type *essai–erreur* basé sur l'erreur en position commise par le filtre. Nous avons ainsi les paramètres suivants :

$$\Sigma_\alpha = \text{diag}\left(\left[\begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0,01 & 0,001 & 0 & 10 & 0 \end{array}\right]\right) \quad \text{(V.36)}$$

$$\left[\begin{array}{cccccccccc} m^2 & m^2 & m^2 & rad^2 & m^2.s^{-2} & rad^2.s^{-2} & s^2 & s^2.s^{-2} & rad^2.s^{-2} \end{array}\right] \quad \text{(V.37)}$$

Parallèlement, l'utilisation des corrections fournies par le système EGNOS permet d'obtenir une estimation de la variance des mesures de pseudodistance. Ces données ont été fournie par le récepteur *PolarX2e* qui dispose d'une trame *GEOcorrections [Septentrio, 2007]* fournissant la valeur des composantes de la correction à appliquer –Cf. sec.II.5–. Les bruits de mesure ont été introduits tels quels dans le processus de fusion. Afin de réduire la dimension de l'état à estimer, les facteurs d'échelle des capteurs odométriques ont été étalonnés de façon à corriger les mesures de vitesse fournies au filtre.

5.2 Comportement en conditions de visibilité dégagée

On s'intéresse dans un premier temps aux performances de la méthode dans des conditions dégagées, ce qui implique que la visibilité GPS est satisfaisante(Cf. figure A.5 disponible en annexe), et le risque de présence de défaut lié à un multi-trajet est réduit au maximum. Dans de telles conditions, une méthode de fusion correctement réglée doit pouvoir tirer avantage de toutes les mesures disponibles à chaque instant. Ainsi, lorsque les conditions de signal GPS sont satisfaisantes, l'utilisation de l'information cartographique ne doit pas dégrader les performances de la localisation. Nous comparons donc les performances de la méthode avec et sans utilisation de la mesure cartographique, qui doivent offrir des performances similaires dans de telles conditions.

5.2.1 Utilisation de la cartographie

Comme il a été explicité au paragraphe V.4.2.2, le test de cohérence sur l'observable cartographique dépend grandement de la variance de l'état estimé. Or, lors d'une évolution en conditions de visibilité optimale, la variance de l'état estimé est naturellement faible. On souhaite donc maintenant vérifier que l'observable cartographique a été exploité, et dans quelle mesure. Dans cette optique, la figure V.6 présente les instants où la carte a été utilisée dans le processus de fusion et ce, pour une carte alignée ainsi que pour une carte biaisée. Parallèlement, les critères de cohérence correspondant à ces essais sont donnés par la figure V.7.

L'utilisation du test de cohérence basé à la fois sur le cap et sur la distance au segment conduit à un taux d'utilisation plus faible si la carte est fortement biaisée. On atteint ici un taux de 32% contre 48% si une carte alignée est utilisée. Ce constat se retrouve également au niveau des indicateurs de consistance de l'observable cartographique. Dans le cas d'une carte entachée de biais important, des valeurs nettement supérieures sont obtenues pour l'indicateur Δ_r.

De fait, dans de telles conditions, le critère de cohérence peut être perçu comme un indicateur de la qualité de la carte. Puisque le critère considère simultanément la distance au segment sélectionné et l'écart angulaire, cette métrique permet donc de qualifier à la fois la carte en termes de justesse (présence ou non de biais) et de précision, c'est-à-dire la qualité de l'échantillonnage spatial. Dans la suite de ce chapitre, nous nous concentrerons plus particulièrement sur des cartes alignées.

5.2.2 Estimation de l'état

Afin de qualifier le comportement de la méthode avec et sans observable cartographique, on s'intéresse à la différence entre les signaux d'erreur RMS obtenus dans le cas d'une estimation sans l'aide

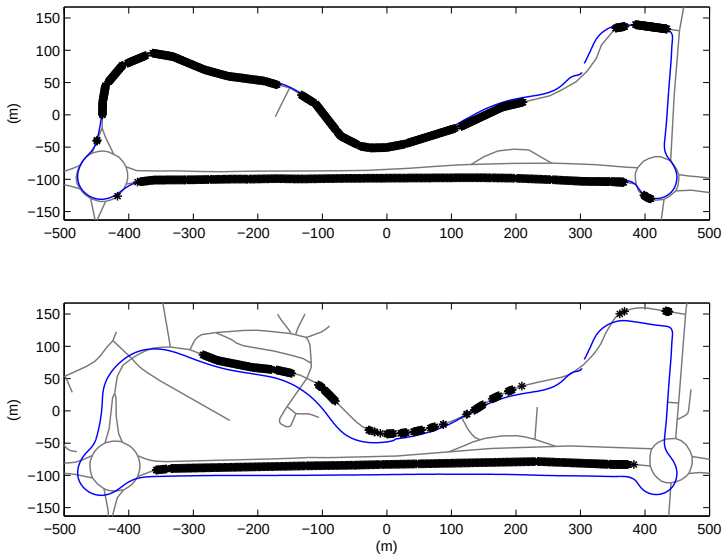


FIGURE V.6 – Utilisation de la mesure cartographique dans le cas d'une carte alignée (*haut*) et d'une carte biaisée (*bas*). Les instants où la carte est utilisée sont indiqués en noir.

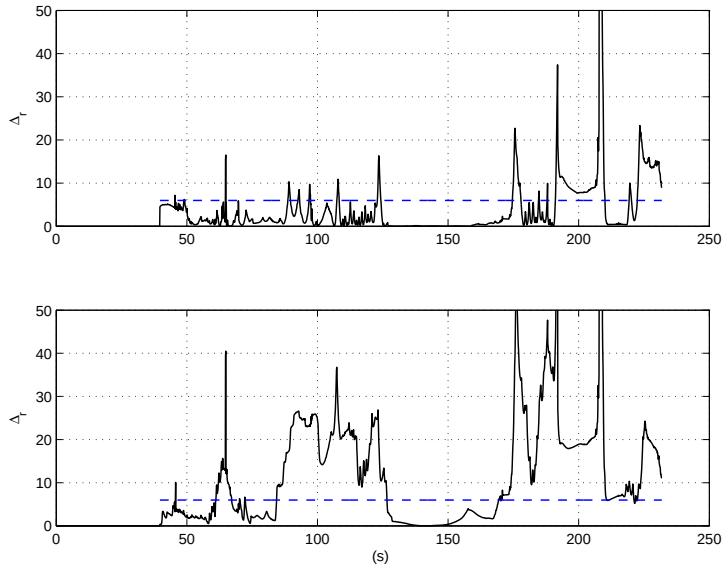


FIGURE V.7 – Critère de cohérence calculé pour la carte alignée (haut) et la carte non alignée (bas). La valeur du seuil de cohérence est donné par la ligne discontinue.

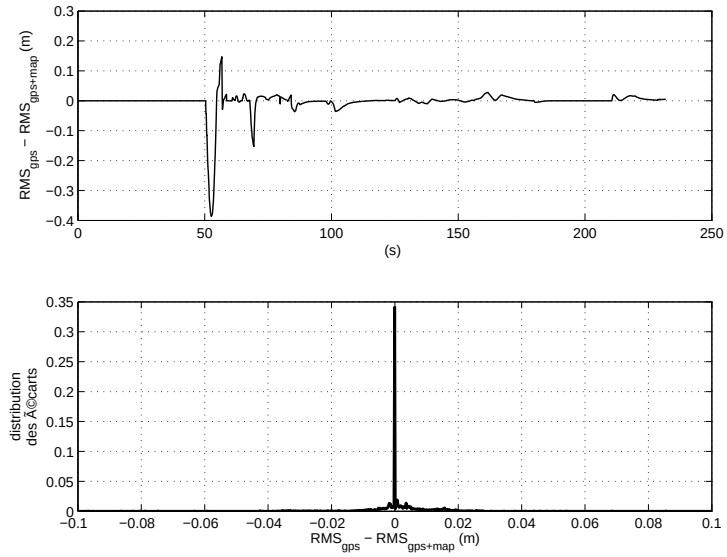


FIGURE V.8 – Différence entre les signaux d'erreurs pour l'estimation avec et sans utilisation de la cartographie (haut), et densité de probabilité associée (bas).

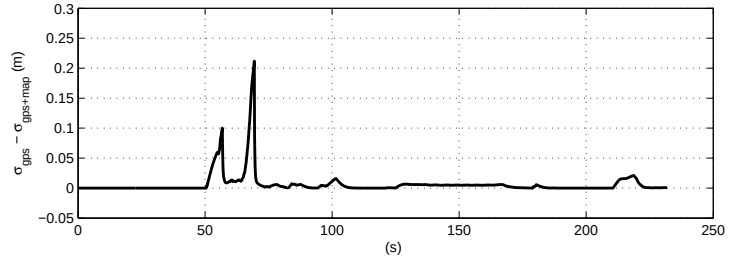


FIGURE V.9 – Différence entre les variances estimées avec et sans utilisation de la cartographie.

de la carte, puis en exploitant l'information cartographique. La figure V.8 montre la différence entre ces deux signaux d'erreur ainsi que la densité de probabilité associée à cette différence. Considérant la différence entre les deux signaux d'erreur, on constate à la sortie de l'étape d'initialisation ($t < 50s$) une zone où les différences sont marquées correspondant à la portion du parcours où la visibilité est la plus réduite. Cependant l'amplitude maximale, environ $40cm$, est encourageante. De plus, au delà de $t = 100s$, on constate que les deux signaux d'erreurs sont proches. Ce constat se retrouve également au niveau de la distribution des écarts qui présente une forme proche de l'impulsion de Dirac, ce qui permet de conclure que les deux signaux d'erreur sont similaires, et donc que l'utilisation de la carte ne dégrade pas la justesse du filtre dans de bonnes conditions.

L'estimation de l'état ne se résume pas uniquement à la valeur moyenne de ce dernier. La figure V.9 montre la différence entre la variance estimée avec et sans l'observable cartographique. Comme de le cas de la valeur moyenne de l'état, on observe une portion entre $t = 50s$ et $t = 100s$ où les différences sont marquées pour ensuite observer que la différence entre les deux signaux est négligeable. Nous pouvons donc conclure que, dans de bonnes conditions, l'utilisation de l'observable cartographique n'apporte rien : l'information apportée par cet observable est diluée par la présence de nombreuses mesures de pseudodistance.

5.3 Comportement en conditions de type canyon urbain

Lorsque le véhicule évolue dans une zone urbaine dense, il peut se trouver confronté à des zones de type canyon urbain où le nombre de mesures de pseudodistance disponibles est fortement réduit. Dans ces zones, le nombre de satellites est régulièrement inférieur à 4, rendant impossible l'estimation de la position par un récepteur GPS seul. L'intérêt du couplage serré apparaît ainsi dans ces situations puisque chaque pseudodistance est exploitée individuellement pour recaler l'état plutôt que l'estimation de la position, ce qui permet d'exploiter les données GPS même si moins de 4 mesures de pseudodistance sont disponibles. On s'intéresse donc aux performances de la méthode lorsque la visibilité satellitaire est dégradée.

5.3.1 Canyon urbain virtuel

Afin d'obtenir des conditions de visibilité dégradée analogues à celles d'un canyon urbain, on applique un masquage sectoriel relativement à la route, de façon à réduire la visibilité à trois, puis deux satellites disponibles. Le choix d'une telle approche est conditionnée par la configuration du site expérimental, qui ne contient aucune zone de type canyon urbain puisque situé dans une zone peu dense.

Le canyon virtuel est localisé le long de la ligne droite située entre les deux rond-points comme indiqué sur la figure V.10. Le masquage sectoriel ainsi appliqué permet d'obtenir la configuration satellitaire suivante, dans un premier temps à trois satellites disponibles puis avec seulement deux satellites disponibles, comme indiqué par la figure V.11. Il s'agit ici d'un simple masquage sectoriel des signaux disponibles lors de l'essai $-125\,s \leq t \leq 170\,s-$. En revanche, le signal fournit par les satellites sélectionnés ne subit pas de modification, aussi bien en termes de biais que de bruit de mesure.

5.3.2 Performances avec trois satellites disponibles

On s'intéresse, dans un premier temps, au cas du canyon urbain disposant de 3 satellites visibles. La figure V.12 présente la différence entre l'erreur RMS obtenue lors du franchissement du canyon ($125\,s \leq t \leq 170\,s$) avec et sans utilisation de l'observable cartographique *–haut–* ainsi que la distribution des écarts correspondante *–bas–*.

Nous pouvons alors constater que l'approche fournit des résultats similaires avec ou sans utilisation de la cartographie, puisque l'écart maximal correspond à environ $2\,cm$ pratiquement à la sortie du canyon urbain. Cependant, il est intéressant de remettre ces résultats en perspective avec ceux obtenus avec une pleine visibilité (figure V.8). Si, en pleine visibilité, la distribution des écarts possède une forme proche de

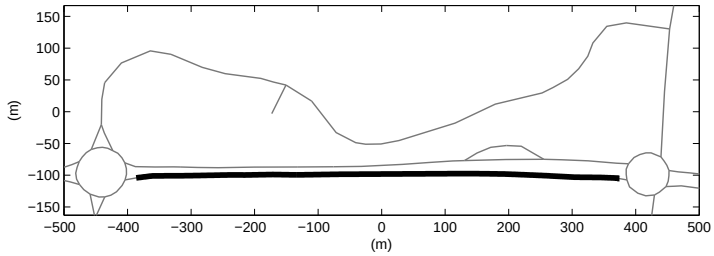
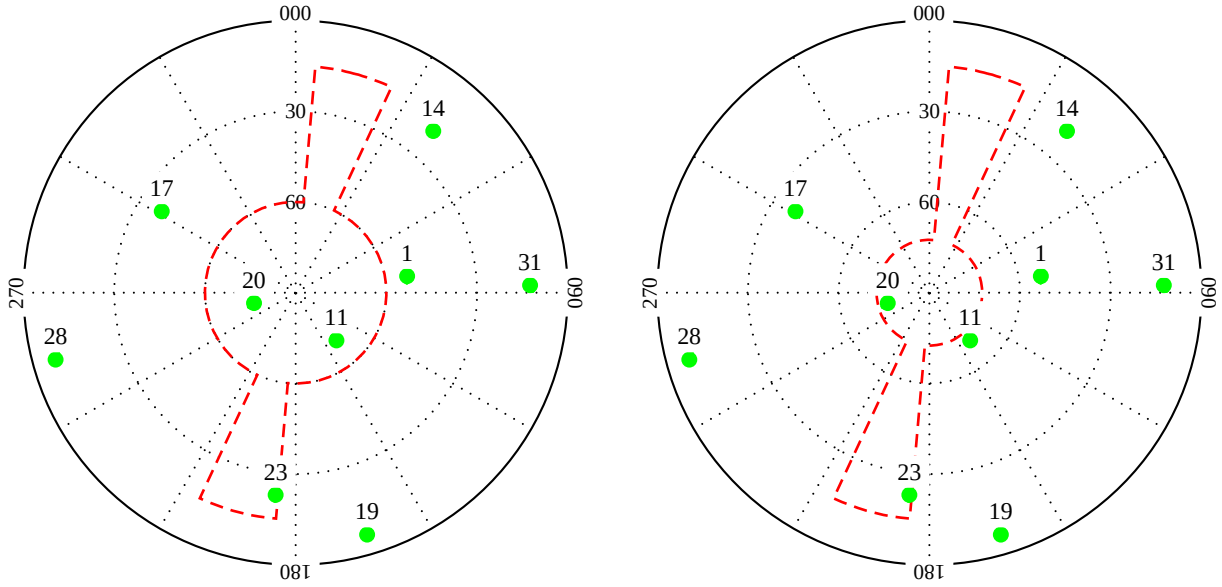


FIGURE V.10 – Emplacement du canyon urbain virtuel simulé par masquage sectoriel. L'emplacement geographique est marqué en gras.



(a) Configuration à trois satellites

(b) Configuration à deux satellites

FIGURE V.11 – Masquage sectoriel des satellites pour simuler le canyon urbain virtuel

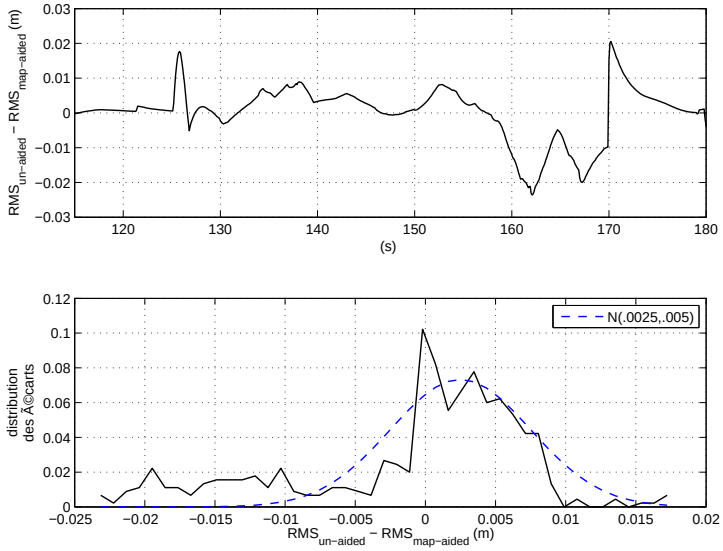


FIGURE V.12 – Différence entre l'erreur RMS avec et sans la carte lors de la traversée du canyon urbain $125s \leq t \leq 170s$

l'impulsion de Dirac, ce n'est pas le cas ici. Il s'agit en effet d'une forme pouvant être décrite, en première approximation, par une gaussienne d'espérance égale à $2.5\,cm$, signifiant que l'erreur commise sans la carte est supérieure à l'erreur commise avec la carte. Cependant, la différence étant peu significative, nous pouvons conclure qu'avec trois mesures de pseudodistance disponibles, la redondance est suffisante pour assurer une estimation correcte de l'état.

5.3.3 Performances avec deux satellites disponibles

On considère maintenant le canyon urbain virtuel n'autorisant la réception que de deux pseudodistances. La figure V.13 montre la portion de trajectoire située à la sortie du canyon urbain, et la figure V.14a fournit l'erreur RMS correspondante. De plus, la figure V.14b fournit les erreurs d'estimation pour l'altitude du récepteur ainsi que son décalage d'horloge.

Comme le montre la figure V.13, l'utilisation de la cartographie permet d'obtenir une meilleure estimation de la position dans le plan. Ceci permet également d'améliorer l'estimation de la position 3D puisque l'erreur RMS obtenue est plus faible lorsque la carte est exploitée (Cf figure V.14a).

Avec seulement deux mesures de pseudodistance disponibles, on observe que l'estimation de la position dans le plan repose essentiellement sur l'odométrie, comme le montre la dérive observée sur la trajectoire (Cf figure V.13). Ainsi, les erreurs se propagent à travers le modèle odométrique sans être compensées par les mesures de pseudodistance. La présence d'une dérive sur l'estimation de l'horloge et de l'altitude (Cf figure V.14b) permet de conclure que l'estimation de ces paramètres se fait suivant l'estimation 2D et les deux mesures disponibles. L'altitude et le décalage du récepteur sont corrélés avec sa position à travers le modèle de pseudodistances. Si on suppose la position connue mais entachée d'une dérive temporelle, alors cette dérive temporelle se répercute dans l'estimation de l'horloge et de l'altitude : c'est le phénomène que nous observons ici.

A l'inverse, l'utilisation de la mesure cartographique permet d'améliorer l'estimation de la position 2D en réduisant la dérive odométrique. De fait, introduire une mesure d'orientation extraite de la carte est avantageux dans ces conditions.

5.4 Comportement lors d'un masquage complet

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux performances de la méthode en l'absence totale de signal GPS. Dans une telle situation, seule la navigation à l'estime permet de fournir une estimation continue de la position du véhicule. Nous souhaitons donc évaluer l'apport de la cartographie lors d'un processus de navigation à l'estime.

On considère également les performances lors d'une navigation à l'estime dégradée, puisque nous évaluons également les performances de l'approche proposée lorsque le gyromètre n'est pas disponible.

5.4.1 Navigation à l'estime

Lors de la navigation à l'estime, par exemple en cas de défaillance du récepteur GPS ou de masquage complet des satellites GPS, l'estimation de l'état du véhicule repose uniquement sur l'odométrie. On souhaite donc évaluer l'apport de la mesure cartographique dans une situation de navigation à l'estime. Pour ce faire, on compare les performances de la navigation à l'estime pure et celles de la navigation à l'estime exploitant la carte.

L'initialisation de l'état lors du passage de la navigation hybride –GPS et odométrie– à la navigation à l'estime est importante : en l'absence d'informations extéroceptives, les erreurs odométriques sont intégrées par le modèle et les erreurs d'initialisation ne seront pas corrigées. Pour ces essais, le GPS est utilisé pour l'initialisation du système puis un masquage total est simulé après le premier déplacement du véhicule. Il en résulte une erreur en orientation initiale d'environ 2°. La figure V.15 présente la trajectoire estimée lors de la navigation à l'estime avec et sans utilisation de l'information cartographique, et la figure V.17 donne les erreurs d'estimation correspondantes.

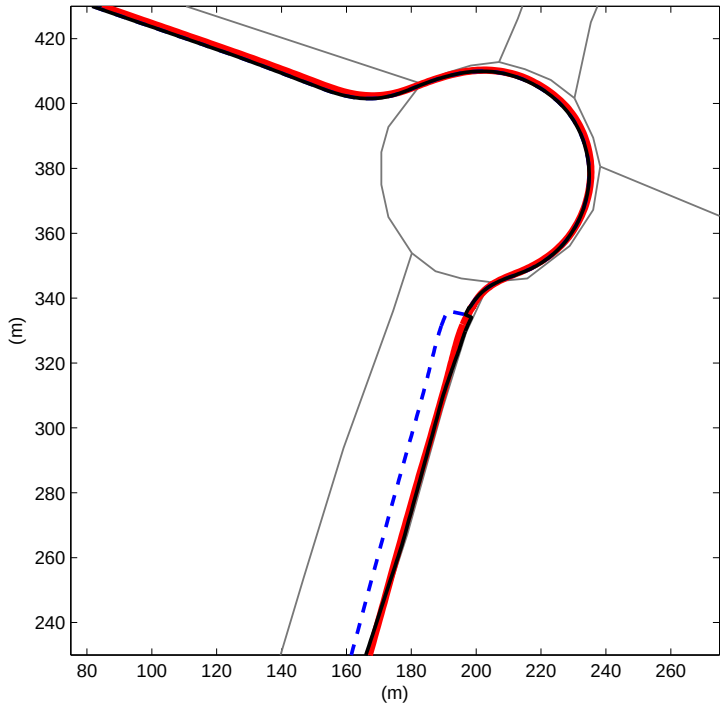
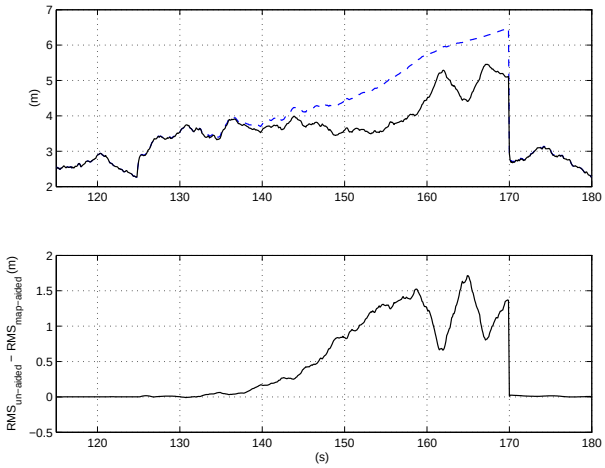
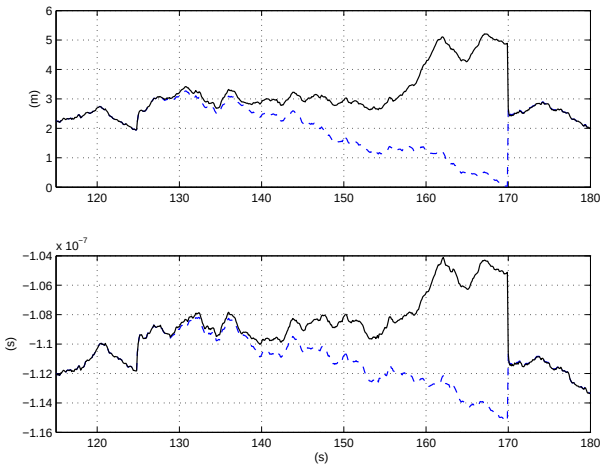


FIGURE V.13 – Trajectoire dans le repère de travail W_0 à la sortie du canyon urbain virtuel avec (*continue*) et sans (*discontinue*) utilisation de la carte navigable. La vérité terrain est fournie par la courbe en gras.



(a) Erreurs RMS.



(b) Altitude (*haut*) et dérive d'horloge (*bas*).

FIGURE V.14 – Erreurs d'estimation lors du franchissement du canyon urbain virtuel. Les courbes continues correspondent aux valeurs estimées avec utilisation de l'observable cartographique.

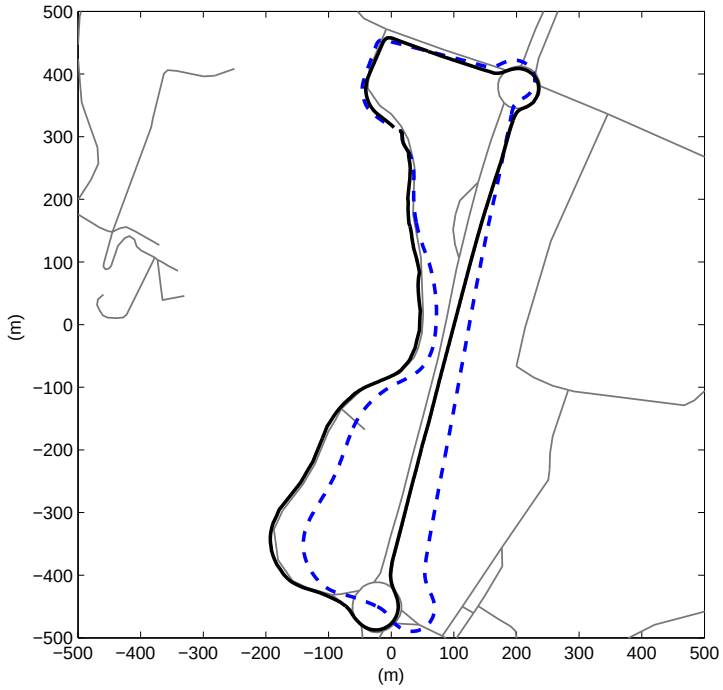


FIGURE V.15 – Trajectoire estimée par navigation à l'estime avec (*courbe continue*) et sans utilisation de la carte (*courbe discontinue*).

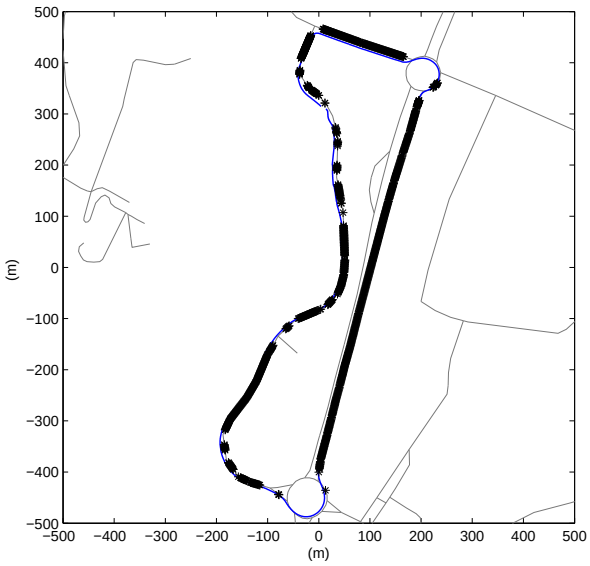


FIGURE V.16 – Utilisation de la mesure cartographique lors de l'essai correspondant à la figure V.15. Les instants où la carte est utilisée sont marqués en gras.

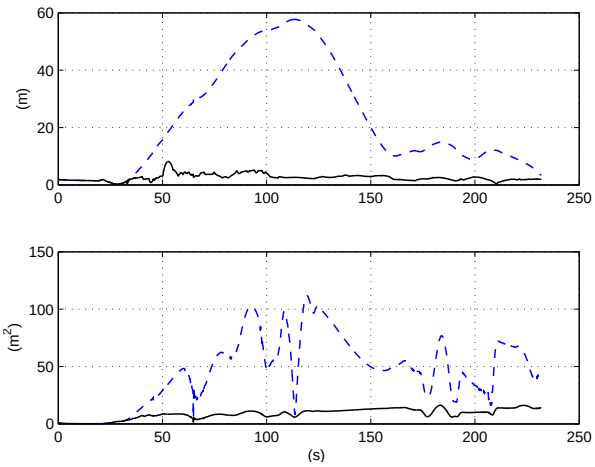


FIGURE V.17 – Erreur (*haut*) et variance (*bas*) de l'état estimé à l'odométrie pure avec (*courbe continue*) et sans utilisation de la carte (*courbe discontinue*).

L'erreur commise lors de l'initialisation de l'orientation est clairement visible sur la trajectoire estimée, comme le montre la figure V.15. L'utilisation d'un gyromètre de lacet à fibre optique permet d'obtenir une estimation odométrique de bonne facture, puisque l'erreur en position à la fin du parcours est équivalente à l'erreur pour la navigation à l'estime exploitant la carte. La forme du parcours permet également d'expliquer le comportement de la variance estimée pour la navigation à l'estime comme l'explique les auteurs de [Kelly, 2000, Mourllion et al., 2006].

A l'inverse, cette erreur initiale est corrigée par l'utilisation de la mesure cartographique, permettant une estimation de la position du véhicule de meilleure qualité. Le gain apparaît clairement sur la courbe d'erreur présentée par la figure V.17, puisque l'erreur RMS est inférieur à 10 m pour la navigation à l'estime exploitant l'information cartographique. Il en va de même pour la variance de la solution de localisation puisque cette dernière est inférieure à 25 m. L'information cartographique a été exploitée sur 49% des pas de temps, initialisation comprise. On montre ainsi que l'information cartographique permet de compenser les erreurs d'initialisation lors du passage de la navigation hybride à la navigation à l'estime. De plus, la variance de l'état estimée croit plus lentement permettant une navigation à l'estime efficace sur une plus longue période.

5.4.2 Navigation à l'estime par odométrie différentielle

Comme nous l'avons explicité précédemment, l'utilisation d'un gyromètre à fibre optique permet une navigation à l'estime de bonne qualité. On suppose maintenant que l'on ne dispose pas d'un tel capteur. On estime alors la vitesse de rotation du véhicule en se basant uniquement sur les différences de vitesse des roues arrières, ce qui fournit une estimation fortement bruitée. De plus, l'étape d'initialisation est rallongée afin d'éliminer l'erreur angulaire initiale.

La figure V.18 montre la trajectoire estimée dans ces conditions et la figure V.20 montre l'erreur d'estimation comparée à l'erreur commise par rapport à la navigation à l'estime exploitant la mesure du gyromètre. On observe clairement la dégradation rapide de la solution estimée par odométrie différentielle et l'intérêt de l'information cartographique dans une telle situation alors que l'utilisation de la carte permet une estimation correcte de la position. La figure V.20 montre que l'erreur d'estimation est comprise entre 5 et 15m lorsque que la carte est exploitée conjointement à l'odométrie différentielle. C'est un résultat intéressant lorsque l'on considère que seules les vitesses de roues sont exploitées et que la carte est utilisée 54% du temps, initialisation comprise.

L'utilisation de l'information cartographique montre ici tout son intérêt. En effet, cette dernière permet de compenser partiellement la dérive engendrée par l'absence de gyromètre de lacet. Cette compensation permet d'atteindre des performances intéressantes en comparaison d'un système coûteux exploitant un gyromètre à fibre optique.

5.5 Consistances des estimations

Le filtre de Kalman se base sur l'hypothèse de bruit gaussien, aussi bien pour les mesures que pour les entrées du filtre. Sous cette hypothèse et grâce à la linéarisation du filtre, les erreurs d'estimation sont supposées suivre également une loi gaussienne : il est donc possible d'estimer la consistance des estimations en comparant les erreurs d'estimation normalisées (NEES) avec un seuil calculé via une loi du χ^2. Cependant, on ne dispose ici que d'une vérité terrain pour la position 3D du véhicule. On test donc la consistance relativement à ces composantes du vecteur d'état.

On pose $\hat{P}$ l'estimation de la position et $\hat{Q}_P$ la matrice de covariance associée. On note également P la position obtenue par la vérité terrain et Q_P la covariance associée à cette donnée. Les erreurs d'estimation normalisées s'expriment comme :

$$NEES = \left(\hat{P} - P\right)^t \cdot \left(\hat{Q}_P + Q_P\right)^{-1} \cdot \left(\hat{P} - P\right) \tag{V.38}$$

Cette valeur est ensuite comparée à un seuil calculé à partir d'une loi du χ^2 à trois degrés de liberté et une probabilité de 95%. On s'intéresse à la consistance des observations pour les cas expérimentaux

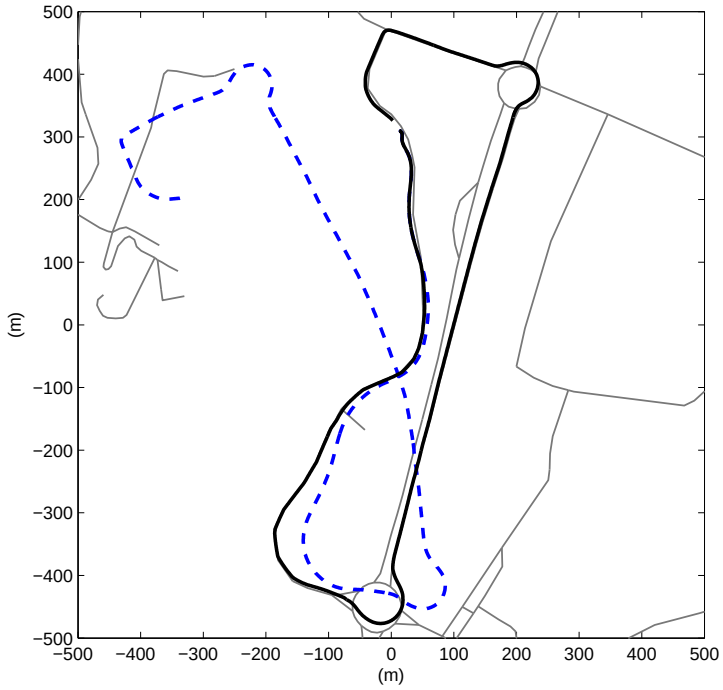


FIGURE V.18 – Trajectoire estimée par odométrie différentielle avec (*courbe continue*) et sans utilisation de la cartographie (*courbe discontinue*).

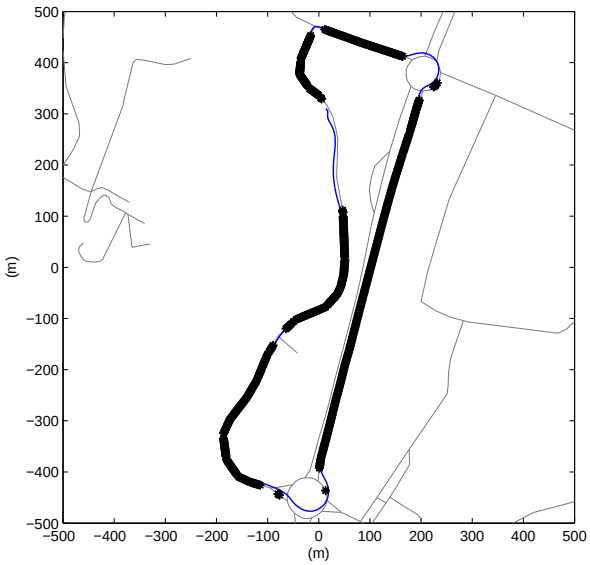


FIGURE V.19 – Utilisation de la mesure cartographique lors de l'essai : les instants où la carte est utilisée sont marqués en gras.

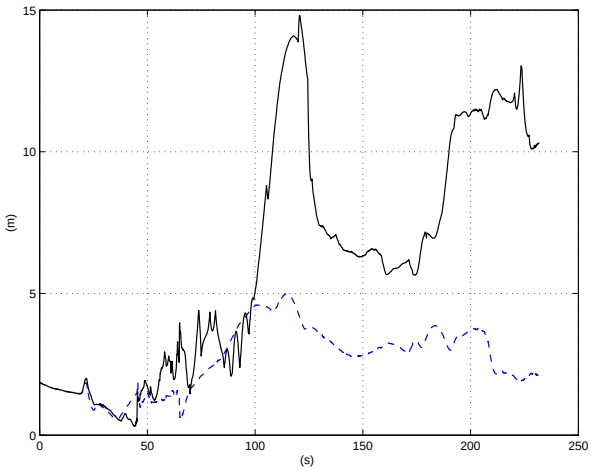


FIGURE V.20 – Erreur d'estimation pour l'odométrie différentielle avec carte (*courbe continue*) et navigation à l'estime exploitant un gyromètre à fibre optique (*courbe discontinue*).

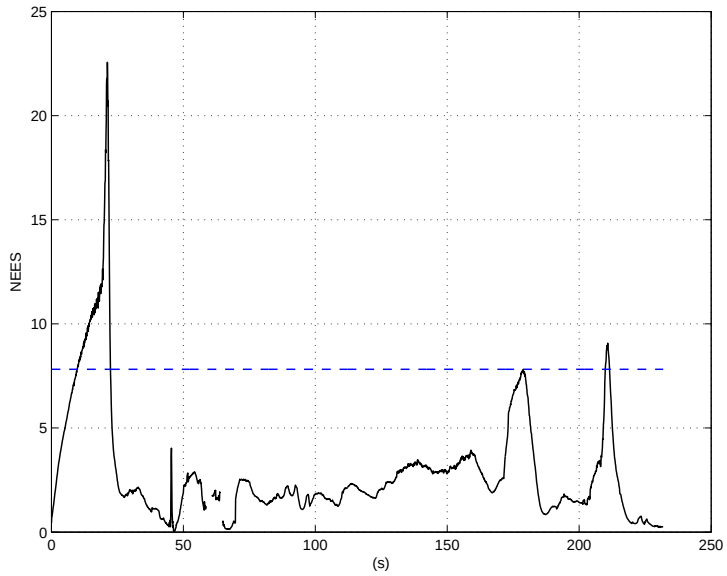


FIGURE V.21 – Test de consistance sur la position estimée dans des conditions de visibilité dégagée.

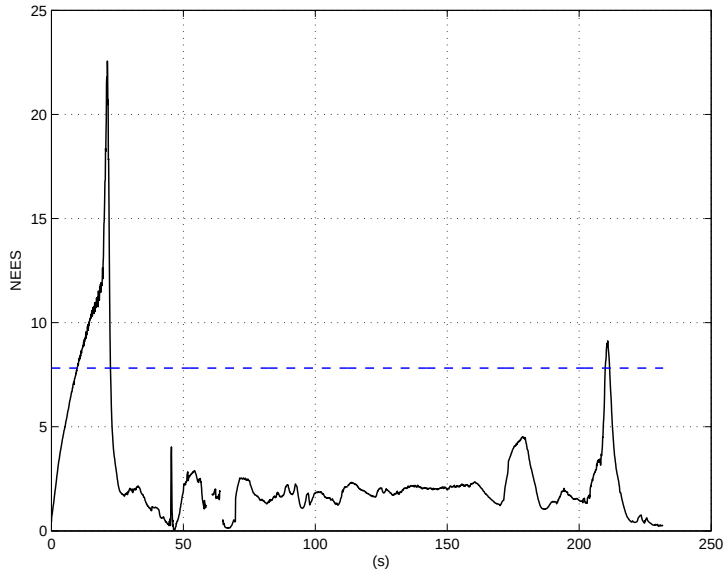


FIGURE V.22 – Test de consistance sur la position estimée pour un véhicule traversant un canyon urbain avec deux satellites visibles.

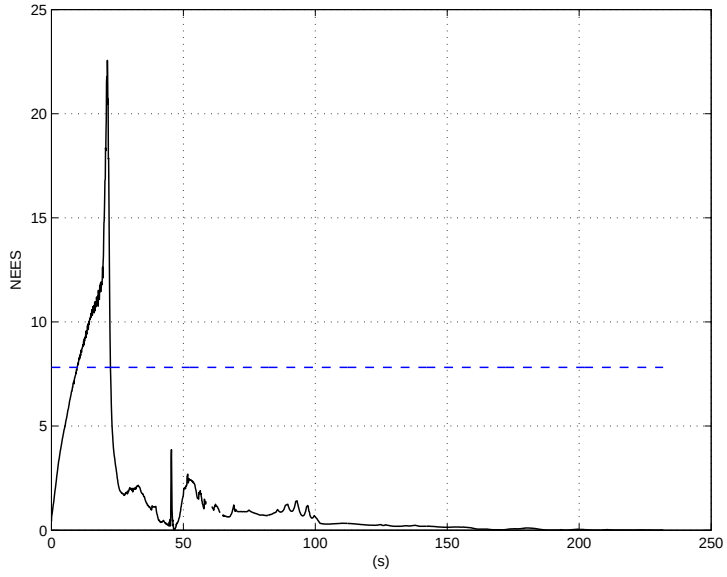


FIGURE V.23 – Test de consistance sur la position estimée lors d'un masquage complet.

présentés précédemment, lorsque l'information cartographique est exploitée. La figure V.21 présente la valeur du NEES dans le cas du véhicule évoluant en condition de visibilité dégagée (Cf. Sec.V.5.2). On présente ce même test dans le cas du véhicule traversant le canyon urbain virtuel (figure V.22) et lors d'un masquage complet (figure V.23). Pour les trois courbes, on constate une perte de consistance dans les 50 premières secondes de l'essai correspondant à l'initialisation du filtre qui a lieu sur les 25 premières secondes.

Si on compare les performances du filtre en pleine visibilité et lors du franchissement du canyon urbain, on constate logiquement que, hors du canyon urbain ($125s \leq t \leq 170s$), les performances sont similaires en raison des conditions de signal identiques. On observe notamment à $t = 210s$, un pic conduisant à une perte de consistance du filtre. Ce pic est dû au franchissement d'une intersection à angle droit. En revanche, la consistance du filtre s'améliore lors du franchissement du canyon urbain (figure V.22) puisque la variance de l'estimation augmente, réduisant du même coup la norme des erreurs d'estimation.

Concernant l'essai en l'absence complète de mesures de pseudodistance, on constate que le NEES présente une faible valeur, ce qui se justifie par la variance de l'estimation ainsi que des erreurs d'estimation comme nous l'avons montré au paragraphe V.5.4. De fait, un tel test n'est pas significatif dans pareille situation.

L'utilisation du test de consistance basé sur les erreurs d'estimation normalisées permet de valider le fonctionnement du filtre lors d'un fonctionnement en pleine visibilité. Cependant, nous avons également constaté les limites d'un tel test en l'absence de mesures extéroceptives. En effet, l'augmentation de la variance sur la position due à la propagation des bruits sur les capteurs proprioceptifs rend ce test peu significatif.

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode de localisation globale mono-hypothèse permettant la fusion par couplage serré des observables GPS et de l'information cartographique dans un processus d'estimation bayésienne séquentielle. Le processus de fusion repose sur l'utilisation d'un filtre de Kalman étendu sans entrée tenant compte des contraintes non-holonomes d'un véhicule terrestre et sur l'utilisation de capteurs proprioceptifs supposés fiables. L'état estimé après recalage odométrique est ensuite utilisé pour réaliser la sélection de route à travers un processus de sélection de type *plus proche voisin* basé sur un critère d'orientation et de distance. Finalement, les mesures de pseudodistance et la mesure de cap cartographique sont fusionnées dans un cadre robuste puisque la cohérence de ces observables est vérifiée avant d'effectuer le recalage de l'état. Comme nous l'avons montré à travers un ensemble de résultats expérimentaux, la méthode proposée présente des performances intéressantes, aussi bien lorsque le véhicule évolue dans de bonnes conditions de visibilité, que lorsque les conditions de visibilité sont dégradées où la carte permet de compenser la dérive liée à l'odométrie, améliorant ainsi la robustesse du filtre.

A travers cette approche, nous avons ainsi proposé une méthode simple et performante permettant de tirer bénéfice de l'information a priori que peut apporter une carte routière numérique. Un des intérêts majeurs de la méthode réside dans la facilité de mise en œuvre à grande échelle. En effet, la méthode a été développée en se basant uniquement sur des capteurs largement répandus dans les véhicules modernes et en robotique mobile. De plus, l'utilisation d'un filtre de Kalman permet d'envisager le fonctionnement avec de faibles ressources en termes de capacité de calcul et la sérialisation des étapes de recalage simplifie la mise en place de l'approche dans un cadre asynchrone. Cet intérêt est également renforcé par l'utilisation de cartes routières numériques grand public, sans hypothèse sur leurs évolutions possibles, à travers un observable additionnel aisément accessible et une méthode de sélection simple.

Cependant, une approche mono-hypothèse présente une limitation importante due aux zones d'ambiguïté définie autour des intersections. Dans un réseau de forte densité, le taux d'utilisation de la carte se trouve réduit. Le constat est le même si la carte présente des décalages importants, avec le risque de choisir un segment erroné dû à l'absence de suivi de l'hypothèse de sélection de route. En revanche,

cette approche est moins sensible à la densité de l'échantillonnage spatial. Au delà des défauts liés à la carte elle-même, les approches de fusion bayésienne sous hypothèse gaussienne montrent également leurs limites. En effet, en cas d'échantillonnage spatial important, l'hypothèse de bruit centré pour la mesure cartographique peut être peu respectée dans les zones à forte courbure.

Afin de contourner ces limitations, notamment concernant l'absence de suivi des hypothèses de sélection de route, nous proposons une approche de sélection de route et de localisation simultanée basée sur la vraisemblance des mesures GPS dans un contexte bayésien plus général, où les erreurs seront modélisées par des densités de probabilités plus élaborées.

Chapitre VI

Positionnement contraint par suivi d'hypothèses sur une carte navigable

1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une approche de positionnement exploitant la carte comme une source d'information extéroceptive additionnelle, l'utilisation de cette information supposant l'utilisation préalable d'une méthode de sélection de route. Étant dans un cadre mono-hypothèse, les ambiguïtés du réseau ont été éliminées en définissant des zones où la carte est automatiquement rejetée. De plus, s'agissant d'une approche par couplage lâche, cette stratégie de sélection de route est sensible aux défauts du processus de positionnement [Scott and Drane, 1995, Greenfeld, 2002, Quddus et al., 2006].

Afin de contourner ce problème, des méthodes de sélection de route par couplage serré ont été proposées [Syed, 2004, Fouque and Bonnifait, 2008]. Citons également les travaux de [Taylor et al., 2001] qui propose une approche mêlant couplage lâche et couplage serré : la sélection de route est effectuée par couplage lâche, mais la solution de positionnement est calculée par couplage serré. En effet, la géométrie de la route est exploitée pour calculer des corrections à appliquer aux mesures de pseudodistance lors de l'échantillonnage suivant. L'utilisation du couplage serré avec des données permet ainsi d'estimer pratiquement la position du véhicule sur le réseau, cette information étant plus utile que la position globale pour de nombreuses applications.

En raison de la multi-modalité du réseau, les approches par suivi sont majoritairement multi-hypothèses [White et al., 2000, Quddus et al., 2007] : la topologie du réseau permet de faire évoluer les hypothèses en accord avec les routes accessibles au véhicule. Les auteurs de [Maged Jabbour et al., 2008] proposent de réaliser le suivi d'hypothèses via un processus de création d'hypothèses lorsque le véhicule approche d'une intersection. Après avoir franchi l'intersection, l'hypothèse est suivie tant qu'elle est vraisemblable. Elle est ensuite éliminée lorsque sa vraisemblance est trop faible ou bien fusionnée avec d'autres selon une approche de type Multi-Hypothesis Tracking (MHT). Les auteurs [Smaili et al., 2008] ont étendu cette approche en exploitant une description du réseau sous la forme d'un réseau bayésien. Dans [Cui and Ge, 2003], on utilise une approche différente : la position du véhicule est estimée par un filtre de Kalman étendu –EKF– contraint par la géométrie du réseau. Lorsque le véhicule atteint une intersection, une approche de type IMM [1] est utilisée. L'approche bascule ensuite sur un EKF unique lorsque le véhicule sort de la zone définissant l'intersection, ou quand une route est isolée.

Dans ce chapitre, on souhaite estimer, à travers un processus dynamique, la position du véhicule contrainte sur le réseau. Dans [Bonnifait et al., 2009], nous avons étudié une approche par couplage lâche et par filtrage particulaire contraint pour résoudre ce problème. Cette approche exploite conjointement la géométrie du réseau, la vraisemblance des particules étant estimée grâce à la géométrie du réseau et la topologie à travers l'évolution des particules aux intersections. Nous étendons cette approche de façon à réaliser l'inférence bayésienne par rapport aux mesures de pseudodistance et de Doppler de façon à se détacher d'un processus de positionnement global préalable.

1. Interacting Multiple Models

La première section de ce chapitre propose une formalisation du problème du positionnement contraint dans un cadre bayésien général, sous la forme d'un problème d'estimation hybride, à la fois *symbolique* –discret– et *métrique* –continu–. Pour réaliser l'estimation, on propose l'utilisation d'un filtre particulaire marginalisé, ce qui permet d'exploiter la connaissance des modèles continus à travers un EKF associé à chaque particule. Cette représentation et ce solveur sont ensuite appliqués au problème du positionnement contraint sur une carte 3D. On obtient ainsi une méthode permettant d'estimer la position globale du véhicule sans passer par un processus de positionnement global nécessitant une mise en correspondance. Les résultats expérimentaux présentés en fin de chapitre montre l'efficacité de la méthode en terme d'identification des zones d'ambiguïté. Les performances du suivi d'hypothèses de positionnement avec une faible visibilité satellitaire sont illustrées et on montre que la méthode permet aussi de fixer un calcul contraint avec moins de 4 satellites.

2 Modélisation du positionnement contraint

On propose en premier lieu une représentation générique du problème du *map-matching*, c'est-à-dire la sélection de route et le positionnement contraint sur une carte navigable *–2D* ou *3D–*, dans un contexte bayésien. On introduit également la notion d'hypothèse de positionnement qui découle de cette représentation.

Dans ce paragraphe, on suppose l'existence d'une description analytique et géo-référencée des routes permettant de reconstruire la position du véhicule. Nous ne formons aucune hypothèse sur la forme de cette description géométrique, de façon à permettre l'utilisation de routes décrites par des polylignes ou par des clothoïdes telles que proposées par les auteurs de [Betaille et al., 2008].

2.1 Représentation d'état associée

Pour exprimer la position d'un véhicule sur un réseau routier, la représentation minimale du problème requiert deux paramètres : l'identifiant, noté $\mathscr{I}$, de la route parcourue par le véhicule et sa position sur cette route. Les routes disposant d'une description analytique, on considère que cette position est décrite par l'abscisse curviligne l du véhicule sur la route $\mathscr{I}$. Il s'agit de la représentation que nous avons adoptée dans [Bonnifait et al., 2009].

Le positionnement contraint correspond donc à un problème d'estimation d'états hybrides, puisque l est une variable continue et $\mathscr{I}$ une variable discrète. On considère le vecteur d'état s :

$$s_k = \begin{cases} \text{discret :} & r_k \in \mathbb{N}^m \\ \text{continu :} & x_k \in \mathbb{R}^n \end{cases} \tag{VI.1}$$

Où r_k est le vecteur des composantes discrètes contenant les paramètres liés à la sélection de route et x_k les états continus décrivant la position véhicule. L'abscisse curviligne l_k du véhicule et l'identifiant $\mathscr{I}$ de la route parcourue sont des composantes de ces vecteurs. Cette description est très générique car elle permet d'envisager différents problèmes de *map-matching* ou d'estimer des paramètres d'état supplémentaires pour le véhicule. Par exemple, en intégrant l'identifiant de la voie dans les composantes discrètes, il est possible d'aborder le problème du *lane-level positioning* [Betaille et al., 2008] ou de fournir une estimation de la vitesse du véhicule en l'intégrant dans les composantes continues. L'estimation des paramètres discrets correspond ainsi à la "sélection de route".

Les auteurs de [de Freitas et al., 2003] proposent de représenter ce type de problème sous la forme d'un modèle d'état probabiliste :

$$\begin{cases} r_{k+1} & \sim P\left(r_{k+1} = r \mid r_k, x_k, y_k\right) \\ x_{k+1} & = f\left(r_k, x_k, \alpha_k\right) \\ y_k & = g\left(r_k, x_k, \beta_k\right) \end{cases} \tag{VI.2}$$

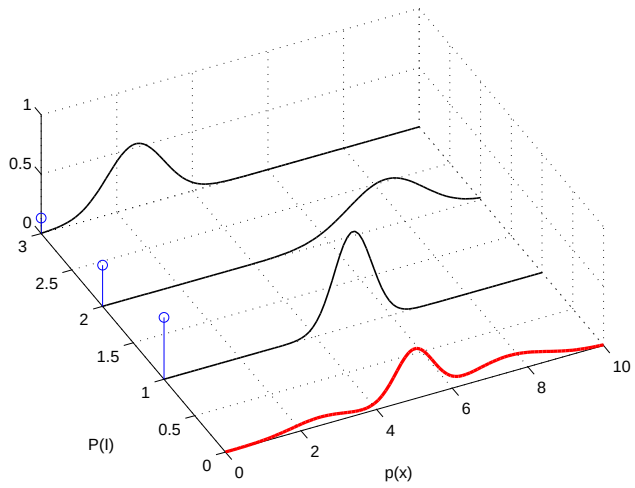


FIGURE VI.1 – Densité de probabilité hybride.

où y_k est le vecteur des mesures à l'instant k, et α_k –resp. β_k– est le vecteur des erreurs de modèle –resp. de mesure– engendré par la contrainte cartographique. On a également $f(.)$ le modèle d'évolution des états continus et $g(.)$ le modèle d'observation : ces deux modèles sont conditionnés par la composante discrète en raison de la contrainte cartographique.

La transition des états discrets est conditionnée par un noyau de transition $P(.)$, qui peut être décrit de différentes manières. Dans la suite de ces travaux, on suppose la transition des états discrets conditionnée par une chaîne de Markov d'ordre 1 caractérisée par la topologie du réseau et par les composantes continues du système, notamment l'abscisse curviligne. Le problème du positionnement contraint sur le réseau routier est ainsi décrit sous la forme générique d'un *système à sauts de Markov*.

Sous cette forme, la carte navigable est exploitée comme un modèle associé à l'évolution du véhicule et on fait donc l'hypothèse que le modèle est juste, c'est-à-dire que toutes les routes sont effectivement modélisées et que les connexions entre ces routes ne contiennent pas d'erreur.

2.2 Description bayésienne du positionnement sur carte

Dans un contexte bayésien, l'état du système (VI.2) est caractérisé par la densité de probabilité a posteriori $p(s_k \mid y_{1:k})$ relativement à l'ensemble des observations [2] $y_{1:k}$. La solution du problème du positionnement global peut-être obtenue grâce à la connaissance de la densité de probabilité [3] représentant les états continus du véhicule x_k relativement à l'ensemble des observations $y_{1:k}$: $p(x_k \mid y_{1:k})$. L'intégrale de *Chapman-Kolmogorov* sur $p(x_k, r_k \mid y_{1:k})$ permet d'établir le lien entre le positionnement global et le positionnement contraint sur la carte navigable [Ristic et al., 2004, Thrun et al., 2005] :

$$p(x_k \mid y_{1:k}) = \int p(x_k, r_k \mid y_{1:k}) \cdot dr_k \tag{VI.3}$$

Cette relation va permettre d'établir les hypothèses de positionnement. $p(x_k, r_k \mid y_{1:k})$ peut se décomposer de façon à isoler le problème de la sélection de route $p(r_k \mid y_{1:k})$ du problème du positionnement contraint $p(x_k \mid r_k, y_{1:k})$:

2. Soit x une variable quelconque : on pose x_k la réalisation de la variable à l'instant k courant et $x_{0:k}$ l'ensemble des réalisations de la variable x entre l'instant $k = 0$ et l'instant courant k. Soit :

$$x_{0:k} = \{x_0, x_1, \ldots, x_k\}$$

3. En retenant par exemple le MAP.

$$p(x_k, r_k \mid y_{1:k}) = p(x_k \mid r_k, y_{1:k}) \cdot p(r_k \mid y_{1:k}) \tag{VI.4}$$

Écrit sous cette forme, le positionnement symbolique est isolé du positionnement métrique : on retrouve ainsi l'approche classique consistant à considérer la sélection de route résolue pour établir le positionnement contraint. Contrairement aux chapitres précédents, nous allons lever cette hypothèse.

En combinant les équations (VI.3) et (VI.4), on écrit la densité de probabilité du positionnement sous la forme :

$$p(x_k \mid y_{1:k}) = \int p(x_k \mid r_k, y_{1:k}) \cdot p(r_k \mid y_{1:k}) \cdot dr_k \tag{VI.5}$$

Or, comme r_k est le vecteur des composantes discrètes, $p(r_k \mid y_{1:k})$ est une densité de probabilité discrète :

$$p(r_k \mid y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N} P(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}) \delta_{r_k}(r_k^i) \tag{VI.6}$$

où $\delta_{r_k}(r_k^i)$ décrit une impulsion de Dirac sur r_k, et N est la dimension du cache de routes considéré autour d'une estimation du positionnement.

Nous pouvons donc écrire la densité de probabilité du positionnement sous la forme :

$$p(x_k \mid y_{1:k}) = \int p(x_k \mid r_k, y_{1:k}) \cdot \sum_{i=1}^{N} P(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}) \cdot \delta_{r_k}(r_k^i) \cdot dr_k \tag{VI.7}$$

D'où :

$$\begin{aligned} p(x_k \mid y_{1:k}) &= \int p(x_k \mid r_k, y_{1:k}) \cdot \sum_{i=1}^{N} P(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}) \cdot \delta_{r_k}(r_k^i) \cdot dr_k & \text{(VI.8)} \\ &= \sum_{i=1}^{N} P(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}) \cdot \int p(x_k \mid r_k, y_{1:k}) \cdot \delta_{r_k}(r_k^i) \cdot dr_k & \text{(VI.9)} \\ &= \sum_{i=1}^{N} P(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}) \cdot p(x_k \mid r_k = r_k^i, y_{1:k}) \cdot \int \delta_{r_k}(r_k^i) \cdot dr_k & \text{(VI.10)} \end{aligned}$$

Par définition, l'intégrale d'une impulsion de Dirac est unitaire. On obtient donc l'expression de la densité de probabilité du positionnement :

$$p(x_k \mid y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N} p(x_k \mid r_k = r_k^i, y_{1:k}) \cdot P(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}) \tag{VI.11}$$

La densité de probabilité obtenue est illustrée par la figure VI.1 dans laquelle une composante continue est en abscisse et une composante discrète en ordonnée. La densité de l'équation VI.11 est matérialisée au premier plan : c'est elle qui permet de d'estimer le positionnement.

2.3 Hypothèses de positionnement

L'expression VI.11 obtenue au paragraphe VI.2.2 permet d'établir l'expression des hypothèses de positionnement contraintes qui seront estimées par la suite. On définit l'ensemble $\mathscr{M}$ des hypothèses au pas d'échantillonnage courant. Dans la suite de ces travaux, on considère qu'une unique hypothèse

de positionnement est associée à une solution particulière de sélection de route [4]. Ainsi, si chaque route du cache est porteuse d'une hypothèse, le positionnement global peut être décrit par la combinaison des hypothèses. Si on pose $p^r(x_k)$ la densité de probabilité décrivant les états continus associés à une hypothèse et Ω_k^r le score de cette hypothèse, alors :

$$p(x_k \mid y_{1:k}) = \sum_{r=1}^{\dim \mathscr{M}} p^r(x_k) \cdot \Omega_k^r \tag{VI.12}$$

Les équations (VI.11) et (VI.12) permettent d'établir l'expression d'une hypothèse M_k^r associée à une solution particulière r :

$$M_k^r = \begin{cases} p^r(x_k) & = p(x_k \mid r_k = r, y_{1:k}) \\ \Omega_k^r & = P(r_k = r \mid y_{1:k}) \end{cases} \tag{VI.13}$$

avec Ω_k^r le score de l'hypothèse dans l'ensemble $\mathscr{M}$ des hypothèses, ce qui implique :

$$\sum_{i=1}^{\dim \mathscr{M}} \Omega_k^i = 1 \tag{VI.14}$$

Évidemment, Ω_k^r ne constitue pas une métrique sur la qualité absolue de la solution fournie.

On présente maintenant le processus d'estimation séquentielle des hypothèses dans un cadre bayésien.

2.4 Estimation séquentielle bayésienne

Pour évaluer les hypothèses –eq.VI.13–, il faut déterminer la densité $p(s_k \mid y_{1:k})$. Cette estimation se déroule en deux étapes : une étape de prédiction qui permet d'établir la densité de probabilité *a priori* décrivant l'état à l'instant k sachant l'ensemble des observations jusqu'à $k-1$ et l'étape de mise à jour qui estime la densité de probabilité *a posteriori* décrivant l'état à partir des observations courantes. On suppose la densité de probabilité de l'état initial du système connue, que l'on note $p(s_o)$.

2.4.1 Estimation de l'état courant du système

L'estimation de l'état courant s'obtient en décomposant la densité de probabilité décrivant le système –eq.(VI.4)– grâce à la première forme de Bayes. On effectue la décomposition relativement aux observations à l'instant courant :

$$p(s_k \mid y_{1:k}) = p(y_k \mid s_k) \cdot \frac{p(s_k \mid y_{1:k-1})}{p(y_k \mid y_{1:k-1})} \tag{VI.15}$$

où $p(y_k \mid s_k)$ décrit la vraisemblance des observations par rapport à l'état prédit s_k. On a également $p(y_k \mid y_{1:k-1})$ qui correspond à un terme de normalisation et qui s'écrit comme :

$$p(y_k \mid y_{1:k-1}) = \int p(y_k \mid s_k) \cdot p(s_k \mid y_{1:k-1}) \cdot ds_k \tag{VI.16}$$

Comme le montre l'équation (VI.15), l'estimation de l'état repose sur la connaissance de l'état prédit par rapport à l'instant précédent $p(s_k \mid y_{1:k-1})$.

On établit à présent l'expression de cette densité de probabilité.

4. c'est-à-dire, dans le cas standard, une route $\mathscr{I}$ donnée ou, dans le cas du *lane-level matching*, une route $\mathscr{I}$ et un identifiant de voie. Ceci était une des spécifications du projet POMA.

2.4.2 Prédiction de l'état courant du système

On ne considère ici que le densité de probabilité marginale correspondant à l'état courant s_k. La prédiction s'obtient en résolvant l'intégrale de *Chapman–Kolmogorov* qui permet de décrire la prédiction de l'état à partir d'un modèle de prédiction et de l'état estimé à l'instant précédent. Soit, en faisant une hypothèse standard de processus de Markov à l'ordre un :

$$p(s_k \mid y_{1:k-1}) = \int p(s_k \mid s_{k-1}) \cdot p(s_{k-1} \mid y_{1:k-1})\, ds_{k-1} \tag{VI.17}$$

En injectant la décomposition de l'eq. (VI.4) :

$$p(s_k \mid y_{1:k-1}) = \int p(x_k \mid r_k, s_{k-1}) \cdot p(r_k \mid s_{k-1}) \cdot p(s_{k-1} \mid y_{1:k-1})\, ds_{k-1} \tag{VI.18}$$

Où $p(s_{k-1} \mid y_{1:k-1})$ décrit l'état du système estimé à l'instant $k-1$, $p(x_k \mid r_k, s_{k-1})$ correspond à la prédiction des états continus sachant la route connue et $p(r_k \mid s_{k-1})$ correspond à la prédiction des états discrets sachant l'état du système à l'instant $k-1$.

Les équations (VI.15) et (VI.18) posent le problème de la sélection de route et du positionnement dans un cadre bayésien général. On observe également que sous cette forme, la résolution de la sélection de route et du positionnement relatif à la route sont liés. En effet, la vraisemblance des estimations à l'instant *k* dépend à la fois des composantes discrètes et continues. Comme, cette représentation n'admet pas de solution analytique générale à notre connaissance, on propose une approche numérique pour résoudre ce problème.

3 Résolution par filtrage particulaire

Nous avons posé le problème de l'estimation des hypothèses dans un cadre bayésien en nous appuyant sur une représentation d'état probabiliste de type *système à sauts de Markov* –eq. (VI.2)–. On présente maintenant le solveur utilisé pour réaliser l'estimation. Nous avons choisi de nous placer dans le cadre des méthodes dites de *Monte Carlo* [Ristic et al., 2004]. Ces méthodes s'appuient sur un ensemble d'échantillons pondérés pour évaluer l'intégrale de l'étape de prédiction –eq.(VI.15) –. Ces méthodes s'avèrent bien adaptées à l'estimation des systèmes à sauts de Markov, et plus généralement à l'estimation des systèmes à états hybrides puisque les densités de probabilité sont discrétisées [Doucet et al., 2001, Andrieu et al., 2003, Thrun et al., 2005]. Cependant, les méthodes particulaires induisent une charge de calcul importante, bien que des applications embarquées existent en robotique [Thrun et al., 2001].

Pour limiter la charge de calcul, des approches combinant une approche particulaire et un filtre linéarisé ont été proposées dans la littérature [Arulampalam et al., 2001, Andrieu et al., 2003]. Nous avons choisi de considérer un filtre particulaire marginalisé [5] tel que proposé par [de Freitas et al., 2003] et [Schön et al., 2005]. Cette approche associe un filtre de Kalman étendu à chacune des particules pour estimer les composantes continues, supposées gaussiennes, du vecteur d'état. Cette combinaison permet de réduire le nombre de particules nécessaires à l'estimation de l'état. Cette approche est bien adaptée ici, bien que l'utilisation d'un filtre étendu pour estimer les états continus rende le filtre sous-optimal.

Afin d'établir les équations permettant l'estimation de l'état s_k du système, on rappelle la décomposition de la densité de probabilité décrivant le vecteur d'état –eq.(VI.4)– :

$$p(r_k, x_k \mid y_{1:k}) = p(x_k \mid r_k, y_{1:k}) \cdot p(r_k \mid y_{1:k}) \tag{VI.19}$$

5. également appelé *Rao-blackwellised particle filter* en anglais.

3.1 Estimation des états

Si la sélection de route est connue, le positionnement peut être résolu en estimant la densité de probabilité $p(x_k \mid r_k, y_{1:k})$ pour une solution r particulière. Sous hypothèse gaussienne, cette densité est estimée via un filtre de Kalman étendu. Certaines hypothèses sont nécessaires : on suppose que les bruits de modèle et de mesure sont centrés, blancs et gaussiens. Soit :

$$\begin{cases} \alpha_k & \sim \mathcal{N}(0, Q_\alpha) \\ \beta_k & \sim \mathcal{N}(0, Q_\beta) \end{cases} \tag{VI.20}$$

Dans le cadre du filtrage de Kalman étendu, la densité de probabilité décrivant le positionnement sur une route est approximée par une gaussienne de moyenne $\mu_{k|k}$ et de covariance $\Sigma_{k|k}$ et qui est conditionnée par la sélection de route :

$$p(x_k \mid r_k = r, y_{1:k}) \simeq \mathcal{N}\left(\mu_{k|k}, \Sigma_{k|k} \mid r_k = r\right) \tag{VI.21}$$

De même, la densité de probabilité décrivant l'état prédit est approximée par une gaussienne de moyenne $\mu_{k|k-1}$ et de covariance $\Sigma_{k|k-1}$ conditionnée par les états discrets :

$$p(x_{k+1} \mid r_k = r, y_{1:k}) \simeq \mathcal{N}\left(\mu_{k+1|k}, \Sigma_{k+1|k} \mid r_k = r\right) \tag{VI.22}$$

Les équations permettant de réaliser l'estimation par filtrage de Kalman sont fournies dans l'annexe C.

La sélection de route est, quant à elle, décrite par une densité de probabilité discrète. Son estimation est obtenue par l'approche particulaire. On suppose l'existence d'un jeu de N échantillons pondérés, ou particules, décrivant cette densité :

$$\chi_k = \left\{r_k^i, \omega_k^i\right\}_{i=1:N} \tag{VI.23}$$

avec ω_k^i le poids d'une particule. De fait, la densité de probabilité discrète $p(r_k \mid y_{1:k})$ est approximée par la somme des particules pondérées :

$$p(r_k \mid y_{1:k}) \simeq \sum_{i=1}^{N} \omega_k^i \cdot \delta_{r_k}\left(r_k^i\right) \tag{VI.24}$$

Où on rappelle que δ_{r_k} décrit une impulsion de Dirac sur r_k.

3.2 Estimation des hypothèses

A partir de cette densité, nous pouvons déterminer les caractéristiques des hypothèses de positionnement estimées par un filtre particulaire marginalisé. On s'appuie pour cela sur l'expression de la position globale fournie par l'équation (VI.11) que l'on rappelle :

$$p(x_k \mid y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N} p\left(x_k \mid r_k = r_k^i, y_{1:k}\right) \cdot P\left(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}\right) \tag{VI.25}$$

Or, la densité de probabilité $P\left(r_k = r_k^i \mid y_{1:k}\right)$ est estimée par le sous-ensemble de particules χ_k^r parcourant la solution r. On a donc :

$$P(r_k = r \mid y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \cdot \delta_{r_k}\left(r_k^i = r\right) \tag{VI.26}$$

Avec $N_k^r = \dim \chi_k^r$.

De fait, la densité de probabilité décrivant les états continus $p(x_k \mid r_k = r, y_{1:k})$ pour une solution particulière r est décrite par :

$$p(x_k \mid r_k = r, y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \cdot p\left(x_k^i \mid r_k^i = r, y_{1:k}\right) \cdot \delta_{r_k}\left(r_k^i = r\right) \tag{VI.27}$$

En injectant l'équation (VI.21) dans cette expression, les états continus sont estimés sous la forme d'un mélange de gaussiennes :

$$p(x_k \mid r_k = r, y_{1:k}) \quad = \quad \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \cdot \mathcal{N}\left(\mu_{k|k}^i, \Sigma_{k|k}^i \mid r_k^i = r\right) \tag{VI.28}$$

Nous avons ainsi établi l'hypothèse de positionnement pour une route donnée –cf. eq.(VI.13)–. Les hypothèses s'expriment comme le mélange des gaussiennes des particules composant χ_k^r :

$$M_k^r = \begin{cases} \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \cdot \mathcal{N}\left(\mu_{k|k}^i, \Sigma_{k|k}^i \mid r_k^i = r\right) \\ \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \end{cases} \tag{VI.29}$$

S'agissant d'un mélange de gaussiennes, les états continus peuvent être décrits par les deux premiers moments statistiques. La moyenne s'obtient comme :

$$\mu_k^r = \frac{1}{\Omega_k^r} \cdot \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \cdot \mu_{k|k}^i \tag{VI.30}$$

et la covariance des états continus :

$$\Sigma_k^r = \frac{1}{\Omega_k^r} \cdot \sum_{i=1}^{N_k^r} \omega_k^i \cdot \left(\Sigma_{k|k}^i + \left(\mu_{k|k}^i - \mu_k^r\right)^2\right) \tag{VI.31}$$

3.3 Estimation séquentielle du poids des particules

Nous avons établi au paragraphe précédent l'existence d'un jeu de N échantillons pondérés permettant de décrire $p(r_k \mid y_{1:k})$:

$$\chi_k = \left\{r_k^i, \omega_k^i\right\}_{i=1:N} \tag{VI.32}$$

On peut estimer de façon séquentielle ces poids. Afin d'établir l'équation de récurrence, on considère la densité de probabilité conjointe $p(r_{0:k} \mid y_{1:k})$ qui se décompose sous la forme :

$$p(r_{0:k} \mid y_{1:k}) = p(r_{0:k-1} \mid y_{1:k-1}) \frac{p(y_k \mid r_{0:k}, y_{1:k-1}) \cdot p(r_k \mid r_{0:k-1}, y_{1:k})}{p(y_k \mid y_{1:k})} \tag{VI.33}$$

On suppose que les échantillons r_k^i sont tirés selon une densité de probabilité $q(r_{0:k} \mid y_{1:k})$, appelée loi instrumentale [6]. On la décompose sous la forme :

$$q(r_{0:k} \mid y_{1:k}) = q(r_k \mid r_{0:k-1}, y_{1:k}) \cdot q(r_{0:k-1} \mid y_{1:k-1}) \tag{VI.34}$$

6. également appelée *proposal* en anglais.

Le poids d'une particule à l'instant k est alors égal, au facteur de normalisation près, au rapport entre la densité de probabilité a posteriori $p(r_{0:k} \mid y_{1:k})$ et la loi instrumentale. Elle s'obtient à partir de l'intégrale de Monte Carlo sur $p(r_{0:k} \mid y_{1:k})$ [Ristic et al., 2004] :

$$\omega_k^i \propto \frac{p\left(r_{0:k}^i \mid y_{1:k}\right)}{q\left(r_{0:k}^i \mid y_{1:k}\right)} \tag{VI.35}$$

En injectant la décomposition de la loi de probabilité donnée par l'équation (VI.33) et l'expression de la loi instrumentale décomposée selon l'équation (VI.34) dans l'expression des poids donnée par l'équation (VI.35), on obtient alors l'expression de la récurrence des poids :

$$\omega_k^i \propto \omega_{k-1}^i \cdot \frac{p\left(y_k \mid r_{0:k}^i, y_{1:k-1}\right) \cdot p\left(r_k^i \mid r_{0:k-1}^i, y_{1:k}\right)}{q\left(r_k^i \mid r_{0:k-1}^i, y_{1:k}\right)} \tag{VI.36}$$

En choisissant la loi instrumentale telle que :

$$q\left(r_k^i \mid r_{0:k-1}^i, y_{1:k}\right) = p\left(r_k^i \mid r_{0:k-1}^i, y_{1:k}\right) \tag{VI.37}$$

La récurrence des poids s'exprime uniquement en fonction de la vraisemblance des observables à l'instant courant. C'est la base des algorithmes particulaires de type *bootstrap* [Ristic et al., 2004, Doucet and Johansen, 2008]. D'où :

$$\omega_k^i \propto \omega_{k-1}^i \cdot p\left(y_k \mid r_{0:k}^i, y_{1:k-1}\right) \tag{VI.38}$$

3.4 Vraisemblance des observations

Pour exprimer le poids d'une particule à l'instant k, il est nécessaire de déterminer la vraisemblance des observations par rapport à l'état courant. Le modèle d'état probabiliste –eq. (VI.2)– montre que la trajectoire des états discrets $r_{0:k}$ est liée aux états continus à travers le modèle d'observation. Les états continus étant supposés gaussiens, la vraisemblance des observations s'exprime comme [Schön et al., 2005] :

$$p\left(y_k \mid r_{0:k}^i, y_{1:k-1}\right) \simeq \mathcal{N}\left(y_{k|k-1}^i, Q_{y,k}^i \mid r_k^i\right) \tag{VI.39}$$

Où $y_{k|k-1}^i$ représente les mesures prédites à l'instant k et $Q_{y,k}^i$ la covariance des mesures prédites :

$$\begin{cases} y_{k|k-1}^i & = g\left(r_k^i, \mu_{k|k-1}^i\right) \\ Q_{y,k}^i & = G_k^i \cdot \Sigma_{k|k-1}^i \cdot G_k^i \end{cases} \tag{VI.40}$$

avec G_k^i la matrice jacobienne du modèle d'observation associé à la i-ème particule à l'instant k, et qui s'écrit :

$$G_k^i = \left.\frac{\partial g(r,x)}{\partial x_k}\right|_{r_k^i, \mu_{k|k-1}^i} \tag{VI.41}$$

Ainsi, la vraisemblance des observations s'obtient, au facteur de normalisation près, comme :

$$p\left(y_k | r_{0:k}^i, y_{1:k-1}\right) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(y_k - y_{k|k-1}^i\right)^t \cdot \left(Q_{y,k}^i + Q_\beta\right)^{-1} \cdot \left(y_k - y_{k|k-1}^i\right)\right\} \tag{VI.42}$$

Nous avons ainsi établi les équations du filtre particulaire marginalisé permettant de résoudre simultanément le problème du positionnement et de la sélection de route.

4 Application au suivi par couplage serré sur carte 3D

On applique à présent cette méthode au suivi d'hypothèses sur une carte navigable 3D à partir des observations brutes GPS. On utilise pour cela une carte navigable décrivant les routes sous la forme de polylignes 3D par sens de circulation et on exprime la vraisemblance des mesures de pseudodistance et de Doppler. On souhaite ainsi estimer les hypothèses en un processus unique sans processus de positionnement global préalable.

On précise, dans un premier temps, la représentation d'état du système et les modèles d'observation. Puis, on présente l'implémentation de l'algorithme et l'initialisation du jeu de particules.

4.1 Vecteur d'état

On représente l'état du système sous la forme d'un vecteur d'état hybride composé d'un unique état discret –l'identifiant de la polyligne $\mathscr{I}$– et d'un état continu –l'abscisse curviligne du véhicule sur cette polyligne–. Cependant, cette description n'est pas suffisante pour utiliser les mesures brutes GPS : elles dépendent des paramètres d'horloge du récepteur, ainsi que du module de la vitesse dans les cas des Dopplers. Il est donc nécessaire d'augmenter le vecteur d'état continu. Le vecteur d'état s'exprime ainsi comme :

$$s_k = \begin{cases} \text{discret :} & r_k = \mathscr{I}_k \in \mathbb{N} \\ \text{continu :} & x_k = \begin{bmatrix} l_k & v_k & d_k & \dot{d}_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \end{cases} \tag{VI.43}$$

où d et $\dot{d}$ sont les allongements dus aux paramètres d'horloge du récepteur et v représente la vitesse de déplacement de la particule le long de la polyligne.

4.2 Étape de prédiction

On présente maintenant les modèles utilisés pour réaliser la prédiction des états discrets, puis des états continus.

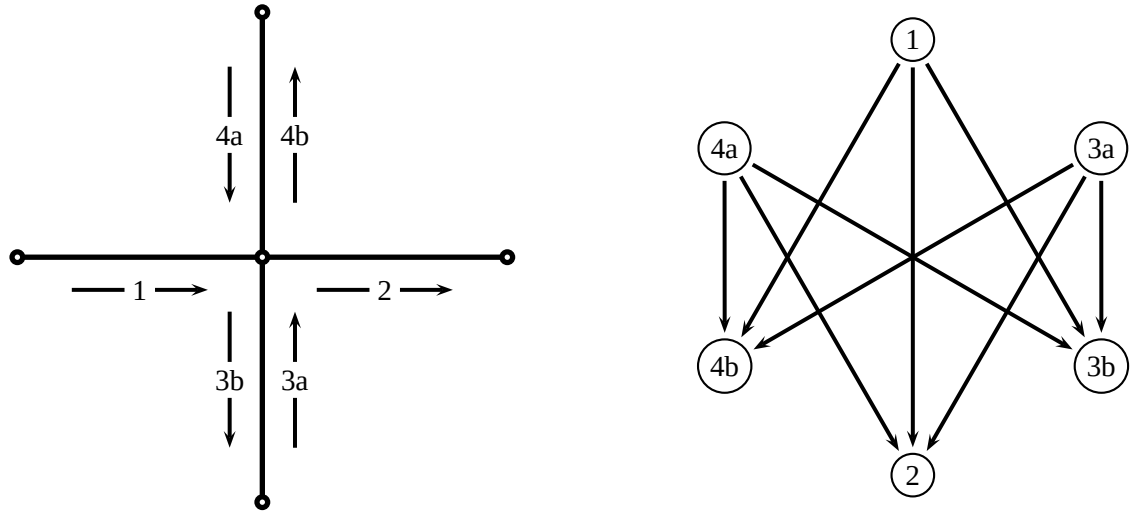
4.2.1 Identifiant de polyligne

Grâce à une base navigable le réseau routier est décrit de façon géométrique et de façon topologique comme le montre la figure VI.2. On exploite ici cette deuxième forme de description pour caractériser l'évolution de l'identifiant de la polyligne. L'identifiant de la polyligne est un paramètre discret du système dont le comportement est régi par une chaîne de Markov. On décrit donc son évolution sous la forme d'une densité de probabilité conditionnelle $P(\mathscr{I}_{k+1} = \mathscr{I} \mid \mathscr{I}_k, x_k)$. L'utilisation des tables de connexité associées à chaque intersection permet de caractériser cette chaîne. On distingue alors deux cas : le premier, le plus simple, correspond au cas où la particule ne sort pas de la polyligne courante, c'est-à-dire que son abscisse curviligne l_k est inférieure à la longueur $L_{\mathscr{I}}$ de la polyligne courante. Le second correspond au cas où la particule atteint l'extrémité de la polyligne : les tables de connexité sont alors exploitées.

Soit $\mathscr{C}_{\mathscr{I}}$ l'ensemble des polylignes connectées à la polyligne $\mathscr{I}$. La transition de l'identifiant de polyligne peut donc s'exprimer comme :

$$\begin{cases} P(\mathscr{I}_{k+1} = \mathscr{I} \mid \mathscr{I}_k = \mathscr{I}, l_k < L_{\mathscr{I}}) = 1 \\ P(\mathscr{I}_{k+1} = \mathscr{J} \mid \mathscr{I}_k = \mathscr{I}, l_k \geq L_{\mathscr{I}}) = \dfrac{1}{\dim \mathscr{C}_{\mathscr{I}}} \qquad \text{avec } \mathscr{J} \in \mathscr{C}_{\mathscr{I}} \end{cases} \tag{VI.44}$$

En l'absence d'information complémentaire, on suppose cette densité uniforme. Il est possible de modifier cette densité en exploitant, par exemple, l'information en provenance des clignotants ou par apprentissage sur les habitudes du conducteur. Toutefois, nous n'aborderons pas l'utilisation de telles informations dans le cadre de ces travaux.



(a) Description géométrique. (b) Description topologique.

FIGURE VI.2 – Exemple de réseau routier : relation entre réseau géométrique et topologique.

Exemple On considère une intersection entre une route à sens unique (route horizontale) et une route à double sens (route verticale) –figure VI.2a–. On rappelle qu'une route à double sens est décrite par deux polylignes à sens unique et superposées. La figure VI.2b donne la topologie correspondante à cette intersection, ce qui permet d'écrire l'ensemble $\mathscr{C}_1$ des polylignes connexes à la route 1 :

$$\mathscr{C}_1 = \left\{ \begin{array}{cccc} 2 & 3b & 4b \end{array} \right\} \tag{VI.45}$$

En faisant de même pour toutes les polylignes liées à l'intersection, nous pouvons écrire l'ensemble des probabilités conditionnelles décrivant la transition de l'identifiant. On obtient la matrice de transition P suivante :

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ pour } X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3a \\ 3b \\ 4a \\ 4b \end{bmatrix} \tag{VI.46}$$

Où X représente l'ensemble des polylignes du cache que nous avons considéré à titre d'exemple.

4.2.2 États continus du système

Grâce à la contrainte sur les hypothèses de positionnement, le modèle d'évolution est simplifié puisqu'il s'exprime sous la forme d'un système linéaire. Cependant, lorsqu'un changement de polyligne intervient, l'abscisse curviligne doit être ré-initialisée.

On obtient donc le modèle d'évolution conditionné par le changement de polyligne :

$$x_{k+1} = \begin{cases} A \cdot x_k + B \cdot L^{\mathscr{I}_k} & \text{si } l_k \geq L_{\mathscr{I}_k} \text{ ie. } \mathscr{I}_{k+1} \neq \mathscr{I}_k \\ A \cdot x_k & \text{sinon} \end{cases} \tag{VI.47}$$

avec le modèle d'évolution A constant et le vecteur d'entrée B :

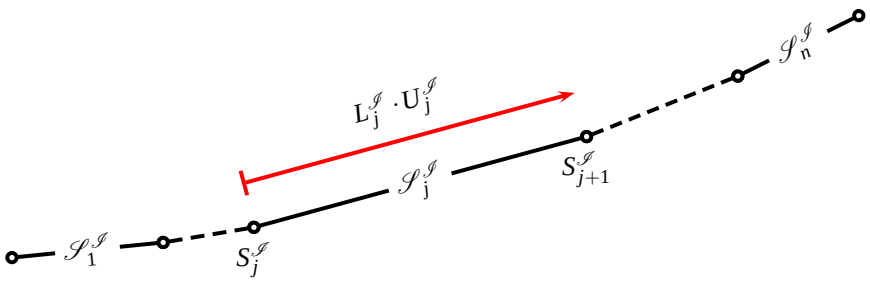


FIGURE VI.3 – Description d'une portion de route

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T_e & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{VI.48}$$

Où T_e représente la période d'échantillonnage du système.

L'équation (VI.47) illustre le terme $p(x_k \mid r_k, s_{k-1})$ que nous avons isolé au paragraphe VI.2.4. Le modèle d'évolution est conditionné par le changement de polyligne, d'où l'existence des termes r_k et r_{k-1}. En revanche, le modèle d'évolution agit comme un simple intégrateur de la vitesse et de l'allongement dû à la dérive d'horloge en régime établi sur une polyligne.

4.3 Modèles d'observation contraints

L'idée est ici de faire l'inférence bayésienne non pas avec l'état estimé du véhicule, mais directement avec les mesures fournies par un récepteur GPS. On se base ici sur les mesures de pseudodistance et de Doppler –Sec. II.4–. L'utilisation de la géométrie du réseau routier permet d'établir les modèles d'observation contraints liés à une hypothèse. On présente maintenant l'approche géométrique qui permet d'établir ces modèles.

4.3.1 Position et vitesse associées à une hypothèse

On souhaite reconstruire la position et la vitesse d'une particule évoluant la polyligne $\mathscr{I}$ à partir de sa géométrie. On rappelle qu'une polyligne est composée de $N^{\mathscr{I}}$ segments et de longueur totale $L^{\mathscr{I}}$. Chaque segment est décrit par un point d'origine $S_i^{\mathscr{I}}$, une longueur $L_i^{\mathscr{I}}$ et une direction dans l'espace $U_i^{\mathscr{I}}$ (Cf Chap. III).

La première étape consiste à extraire le segment correspondant à l'abscisse curviligne l du véhicule. On utilise pour cela la somme cumulée des longueurs puis on extrait l'indice j du segment tel que :

$$\sum_{i=1}^{j} L_i^{\mathscr{I}} < l < \sum_{i=1}^{j+1} L_i^{\mathscr{I}} \tag{VI.49}$$

Une fois le segment j correspondant à l'abscisse curviligne du véhicule connu, nous pouvons exprimer la position $X_k^{\mathscr{I}}$ de la particule dans le repère de travail, qui s'exprime sous la forme :

$$X_k^{\mathscr{I}} = S_j^{\mathscr{I}} + \left(l_k - \sum_{i=1}^{j-1} L_i^{\mathscr{I}} \right) \cdot U_j^{\mathscr{I}} \tag{VI.50}$$

De plus, si on suppose le module de la vitesse connu, et sous hypothèse que le déplacement soit colinéaire au segment de route, il est possible d'exprimer le vecteur vitesse $V_k^{\mathscr{I}}$ correspondant à la particule.

Le vecteur vitesse est alors fonction de l'abscisse curviligne l et du module v de la vitesse et s'exprime sous la forme :

$$V_k^{\mathscr{I}} = v_k \cdot U_j^{\mathscr{I}} \tag{VI.51}$$

Nous pouvons maintenant exprimer les modèles d'observation contraints associés permettant d'évaluer la vraisemblance des particules et par conséquent le score des hypothèses de positionnement.

4.3.2 Modèles d'observation contraints associés à une hypothèse

Mesure de pseudo-distance En injectant l'expression de la position contrainte dans le modèle de pseudodistance –eq.(II.52)–, l'expression de la mesure de pseudodistance associée à une hypothèse de positionnement M et à un satellite quelconque s'écrit sous la forme :

$$\rho_k^{\mathscr{I}} = \left\| X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s \right\| + d_k \tag{VI.52}$$

Où X_k^s est la position connue du satellite et d_k le terme d'allongement correspondant au décalage d'horloge du récepteur. Dans le cas d'un modèle d'observable contraint, ce terme tient également compte d'un allongement dû au décalage entre la vraie position du récepteur et la position de la particule.

Mesure de Doppler De la même façon, l'expression de la mesure de Doppler contrainte par la géométrie de la route s'obtient en injectant l'expression de la position contrainte –eq. (VI.50)– et de la vitesse contrainte –eq. (VI.51)– dans le modèle d'observation associé à la mesure de Doppler pour le satellite –eq. (II.63)–. Le modèle d'observation contraint associé à la mesure de Doppler s'écrit alors comme le produit scalaire entre le vecteur vitesse relatif et la ligne de vue :

$$\dot{\rho}_k^{\mathscr{I}} = \left(V_k^{\mathscr{I}} - V_k^s \right) \bullet \frac{X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s}{\left\| X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s \right\|} + \dot{d}_k \tag{VI.53}$$

Où V_k^s est la vitesse connue du satellite et $\dot{d}$ est l'allongement correspondant à la dérive de l'horloge du récepteur. S'agissant ici d'un modèle d'observation contraint et comme dans le cas des pseudodistances, ce terme de décalage inclut également un allongement additionnel dû aux biais cartographiques.

La mesure de Doppler présente l'avantage de dépendre à la fois de la position, mais également de la vitesse et de son orientation. L'utilisation des Dopplers seuls pourrait suffire à estimer la vraisemblance des hypothèses. Cependant, nous avons montré au paragraphe II.6.2.4 que les Dopplers sont peu sensibles à une variation de position, ce que nous avons vérifié expérimentalement. Afin d'améliorer l'estimation des hypothèses, les mesures de pseudodistance sont également incluses de façon à introduire une redondance supplémentaire.

Le modèle d'observation décrit la relation entre l'empilement de l'ensemble des mesures brutes GPS et de l'état :

$$y_{GPS,k} = \begin{bmatrix} \rho_k^{\mathscr{I}} \\ \dot{\rho}_k^{\mathscr{I}} \end{bmatrix} = g\left(\mathscr{I}_k, x_k\right) \tag{VI.54}$$

4.3.3 Vitesse CAN

On utilise également la mesure de vitesse en provenance du bus CAN, notée y_{CAN}. On la suppose indépendante des mesures GPS et est définie par un modèle linéaire :

$$y_{CAN,k} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot x_k \tag{VI.55}$$

Comme dans le cas des mesures de pseudodistance qui apportent une redondance sur l'information en position, la mesure de vitesse apporte une redondance sur l'estimation du module de la vitesse, ce qui permet d'améliorer la discrimination des hypothèses. Le degré de redondance, ou le degré de liberté, du système dépend donc principalement du nombre de mesures GPS disponibles. Le degré de liberté est alors défini comme :

$$DDL = \dim y_k - \dim s_k \tag{VI.56}$$

Soit dans le cas présent :

$$DDL = (2n+1) - 5 \tag{VI.57}$$

Avec n le nombre de satellites considérés au pas d'échantillonnage courant.

4.4 Algorithme de suivi d'hypothèse

L'utilisation d'un filtre particulaire suppose également l'utilisation d'une méthode de ré-échantillonnage afin d'empêcher la dégénérescence du filtre. L'une des méthodes couramment utilisée lors d'une implémentation temps-réel est l'approche proposée par les auteurs de [Kitagawa, 1996]. Cependant, compte tenu de la configuration de notre problème, nous avons choisi d'utiliser une approche adaptative. On présente donc dans un premier temps cette méthode. Nous conclurons en présentant l'algorithme associé à notre méthode.

4.4.1 Filtre particulaire adaptatif : *KLD-Sampling*

Nous nous sommes appuyés sur les travaux de D. Fox [Fox, 2001] pour réaliser le ré-échantillonnage du jeu de particules. On introduit le principe de la méthode, ainsi que les modifications apportées pour l'adapter à notre problème. Le lecteur intéressé par le fondement théorique de cette approche est invité à se rapporter à l'article correspondant [Fox, 2001].

Le principe du filtrage particulaire adaptatif est de faire varier la dimension du jeu de particules en fonction de la complexité du problème. L'idée de base de la méthode de *KLD-Sampling* est de chercher à borner l'erreur ε commise par la discrétisation en se basant sur la *distance de Kullback-Liebler* entre la densité estimée et la vraie densité. Cette approche permet de calculer le nombre N_{Th} de particules nécessaires pour garantir à $1-\delta$ que l'erreur est inférieure à ε . Ce qui donne :

$$N_{Th} = \frac{n-1}{2\varepsilon}\left\{1 - \frac{2}{9(n-1)} + \sqrt{\frac{2}{9(n-1)}}z_{1-\delta}\right\}^3 \quad \forall n > 1 \tag{VI.58}$$

où $z_{1-\delta}$ est le quantile supérieur de la distribution normale centrée $\mathcal{N}(0,1)$ et n représente la dimension du problème. Dans l'approche originale, les auteurs supposent une discrétisation d'un espace d'état continu : n représente alors le nombre d'échantillons couverts par le jeu de particules. Dans notre cas, le filtre particulaire est utilisé pour estimer une densité discrète : n représente donc le nombre de polylignes supportant au moins une particule, ce qui correspond à la dimension de l'ensemble des hypothèses de positionnement $\mathcal{M}_k$.

L'intérêt d'une telle approche est d'augmenter la dimension du jeu de particules uniquement lorsque c'est nécessaire. Ainsi, dans les zones où le réseau est complexe, l'augmentation de la dimension du jeu de particules permet d'assurer une couverture maximale du réseau.

Algorithme VI.1 Algorithme de suivi multi-hypothèse.

Pré-requis :

- Jeu de particules à $k-1$: χ_{k-1}
- Mesures : $y_{GPS,k}$,$y_{CAN,k}$

Prédiction :

Pour $i = 1,\ldots,\dim(\chi_{k-1})$

1. Prédiction des états continus : $\left\langle \mu^i_{k|k-1}, \Sigma^i_{k|k-1} \right\rangle$
2. Si la particule atteint l'extrémité de la route :
   (a) Tirage aléatoire de l'identifiant de route suivant : $\mathscr{I}^i_k \sim P\left(\mathscr{I}^i_k \mid \mathscr{I}^i_{k-1}, \mu^i_{k|k-1}\right)$
   (b) Correction de l'abscisse curviligne prédite.

Mise à jour :

Pour $i = 1,\ldots,\dim(\chi_{k-1})$

1. Mise à jour du poids :
   $\omega^i_k \propto \omega^i_{k-1} \cdot \mathscr{N}\left(y^i_{CAN,k|k-1}, Q^i_{CAN,k} \mid \mathscr{I}^i_k\right) \cdot \mathscr{N}\left(y^i_{GPS,k|k-1}, Q^i_{GPS,k} \mid \mathscr{I}^i_k\right)$
2. Mise à jour des états continus : $\left\langle \mu^i_{k|k}, \Sigma^i_{k|k} \right\rangle$

Calcul des hypothèses :

1. Extraction de l'ensemble des hypothèses de localisation $\mathscr{M}_k$
2. Calcul de $\Omega^{\mathscr{I}}_k$
3. Calcul des moments de $p\left(x_k \mid \mathscr{I}^i_k = \mathscr{I}, y_{1:k}\right)$

Ré-échantillonnage :

1. Calcul de N_{Th} à partir de $\mathscr{M}_k$
2. Ré-échantillonnage du jeu de particules : tirage aléatoire du jeu de particules suivant $P\left(\mathscr{I}^i_{k+1} = \mathscr{I} \mid \mathscr{I}^i_k, \mu^i_{k|k}\right)$ avec réduction ou augmentation du jeu de particules.

4.4.2 Algorithme

On présente maintenant l'implémentation de la méthode. Le point dur que nous devons contourner réside dans le fait que pour chaque particule, la densité de probabilité décrivant la transition de l'identifiant de route dépend de l'abscisse curviligne de la particule. De plus, nous devons déterminer à chaque pas de temps le nombre de particules nécessaires en accord avec l'équation (VI.58).

Prédiction des particules La première étape consiste à réaliser la prédiction $\chi_{k|k-1}$ du jeu de particules au pas k courant. La transition de l'identifiant de route étant dépendante de l'abscisse curviligne, on procède d'abord à la prédiction des états continus pour chaque particule avec, si nécessaire, un tirage aléatoire de l'identifiant de route en accord avec les modèles définis au paragraphe VI.4.2.

Mise à jour du poids des particules L'étape suivante consiste à mettre à jour le poids des particules relativement aux observations courantes. Pour cela, on utilise le modèle d'observation décrit au paragraphe VI.3.3 :

$$\omega_k^i \propto \omega_{k-1}^i \cdot \mathcal{N}\left(y_{CAN,k|k-1}^i, Q_{CAN,k}^i | \mathcal{I}_k^i\right) \cdot \mathcal{N}\left(y_{GPS,k|k-1}^i, Q_{GPS,k}^i | \mathcal{I}_k^i\right) \tag{VI.59}$$

Avec l'expression de la vraisemblance des mesures donnée par l'équation (VI.42). Cette étape inclut également la normalisation du poids des particules.

Mise à jour des états continus On effectue ensuite la mise à jour des états continus des particules en se basant sur l'étape de recalage du filtre de Kalman. Comme pour l'évaluation des poids, on obtient ainsi le jeu de particules à l'instant k, ce qui permet d'évaluer l'ensemble $\mathcal{M}_k$ des hypothèses de positionnement à l'instant courant.

Ré-échantillonnage du jeu de particules Pour procéder au ré-échantillonnage du jeu de particules, il est nécessaire de déterminer le nombre de particules N_{Th} nécessaire pour réaliser l'estimation de manière optimale. Les auteurs de [Fox, 2001] procède à cette estimation en ligne. Ici, on exprime N_{Th} à partir de la dimension du jeu de particules à $k+1$ à partir de l'ensemble des hypothèses de positionnement $\mathcal{M}_k$. D'où n :

$$n = \dim \mathcal{M}_k + 1 \tag{VI.60}$$

On procède ensuite au ré-échantillonnage du jeu de particules suivant la loi instrumentale décrite par l'équation (VI.37). La procédure de ré-échantillonnage est décrite dans l'algorithme VI.1.

4.5 Initialisation du jeu de particules

Le dernier point auquel nous nous intéressons est l'initialisation du jeux de particules. Une majorité de méthodes de positionnement global basées sur un système GPS supposent l'attente d'une première position GPS valide pour initialiser l'estimation. Nous avons également fait cette hypothèse au chapitre V.

L'utilisation du filtre particulaire adaptatif permet de lever cette hypothèse. Il est possible d'initialiser un nombre important de particules sans pour autant compromettre les performances du filtre en régime permanent. On suppose simplement que le cache de route à l'initialisation contient la vraie position du véhicule et que le comportement de l'horloge est caractérisé : les bornes d_{min} et d_{max} de la dérive d'horloge sont connues.

On établit le jeu de particules initial χ_0 suivant l'algorithme suivant : pour chaque route du cache, on répartit uniformément un ensemble de p positions de départ. Grâce à la connaissance des bornes du biais

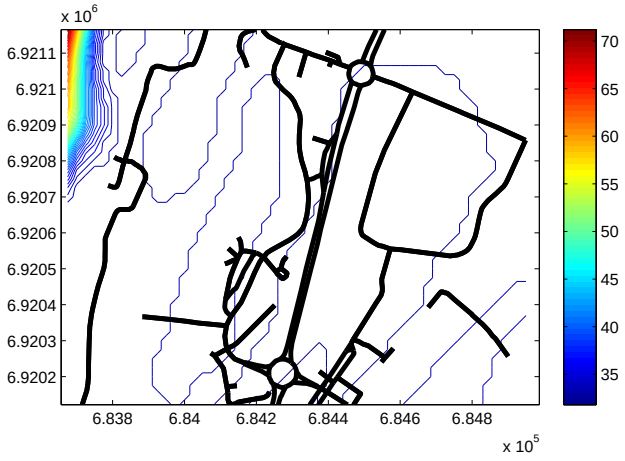


FIGURE VI.4 – Base de données navigable 3D obtenue par combinaison d'un modèle numérique de terrain et d'une carte 2D. Les données sont exprimées en *Lambert93*, les unités sont donc en mètres.

d'horloge, on répartit uniformément m particules pour chaque position de départ. De fait, la dimension de χ_0 croît rapidement, surtout si on choisit une discrétisation spatiale et/ou temporelle fine.

En théorie, cette approche permet de résoudre le problème de l'initialisation en l'absence de position GPS initiale, notamment si le nombre de satellites est inférieur à 4. En pratique, le nombre de particules générées pour un cache de grande dimension la rend complexe à mettre en application et l'utilisation d'un cache de dimension plus réduite suppose une connaissance, même approximative, de la position du véhicule.

5 Résultats expérimentaux

Nous nous intéressons maintenant aux performances de la méthode de positionnement multi-hypothèse. En nous appuyant sur un ensemble de données expérimentales récoltées lors d'une campagne d'essai, nous souhaitons évaluer les performances en termes de sélection de route et de positionnement.

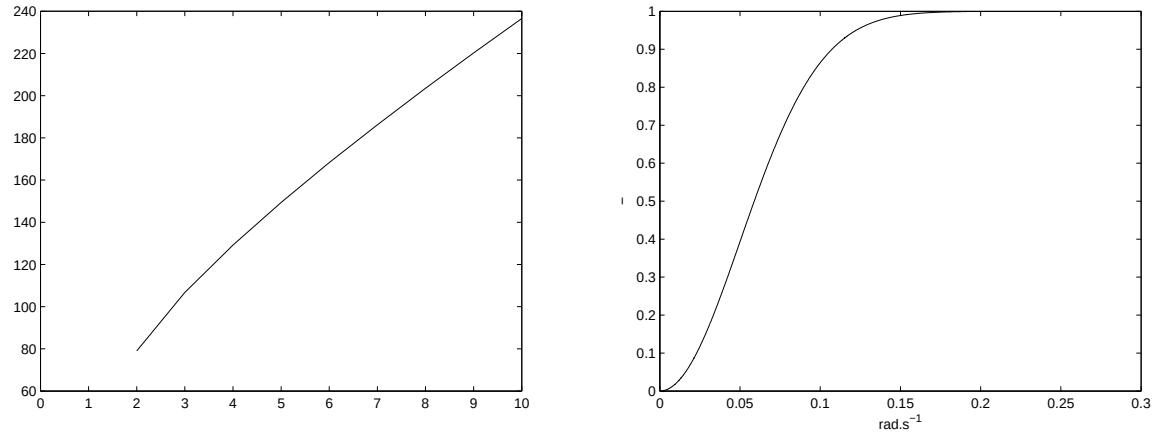
5.1 Implémentation et configuration

On présente maintenant les paramètres utilisés pour réaliser le suivi des hypothèses. L'implémentation de la méthode présentée précédemment a été réalisée sous *Matlab* en nous appuyant sur le même jeu de données réelles que celui précédemment utilisé –Sec.V.5–.

5.1.1 Carte navigable 3D

Au moment où nous avons réalisé ces expérimentations, aucune base de données navigable 3D n'était à notre disposition. Néanmoins, nous avons eu accès, dans le cadre du projet ANR *CityVIP*, au modèle numérique de terrain (MNT) commercialisé par l'IGN : la BD TOPO. Elle est constituée d'une grille de point de $25m \times 25m$ d'écartement et de précision altimétrie égale à $1m$, le tout exprimé en *Lambert93*, le système de coordonnées officiellement en vigueur sur le territoire métropolitain. En combinant la carte routière numérique avec le MNT, l'altitude de chacun des points de forme composant le réseau a été déterminé, comme illustré par la figure VI.4.

Pour réaliser nos expérimentations, nous avons choisi le même repère que précédemment –cf paragraphe III.4– : un référentiel *East–North–Up* centré au point d'extraction du cache de route. Il est cepen-



(a) Nombre de particules en fonction du nombre de routes couvertes.

(b) Facteur d'échelle de la variance de l'entrée appliquée aux particules en fonction de la vitesse de lacet du véhicule.

FIGURE VI.5 – Paramètres de configuration du filtre particulaire.

dant possible de travailler directement en coordonnées cartésiennes ou géodésiques WGS84 si la carte le permet.

5.1.2 Configuration du filtre particulaire adaptatif

On considère les paramètres de réglage de la composante adaptative du filtre particulaire. On pose :

$$\begin{cases} \varepsilon & = 0.05 \\ \delta & = 99.5\% \end{cases} \tag{VI.61}$$

La figure VI.5a montre le nombre particules en fonction du nombre de routes couvertes par le jeu de particules calculé en accord avec l'équation (VI.58) et ce jeu de paramètres, soit 79 particules lorsqu'une unique route est parcourue.

5.1.3 Configuration du filtre particulaire

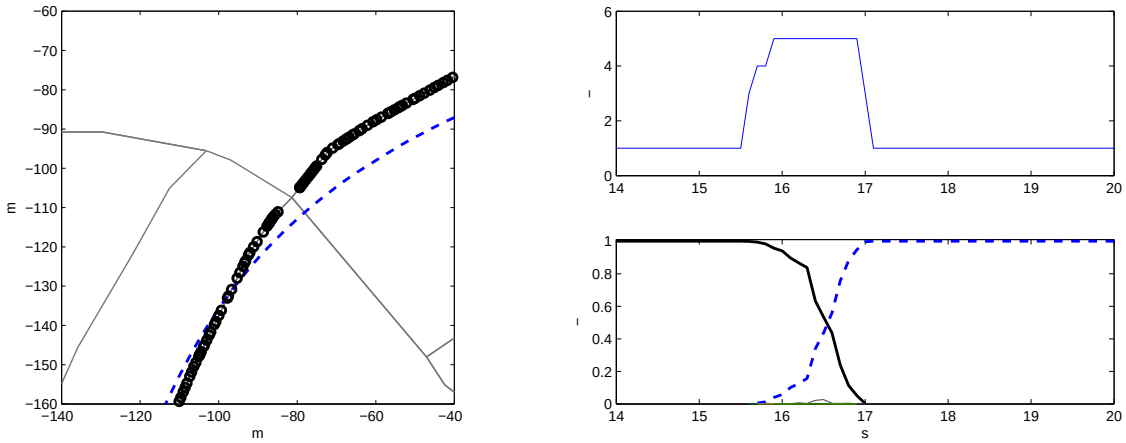
Il est apparu lors de la mise en application de l'algorithme VI.1 qu'il était nécessaire d'assurer la dispersion des particules, notamment à proximité d'une intersection. En effet, en raison des décalages cartographiques et du sous-échantillonnage géométrique, une hypothèse peut être amenée à parcourir une distance plus importante que la distance réelle. La prédiction des états continus est ainsi modifiée par un bruit u_k sur la vitesse. Pour chaque particule, l'entrée u_k est un tirage aléatoire réalisé suivant une gaussienne centrée dont la variance est conditionnée par la mesure de vitesse de lacet :

$$u_k \propto \mathcal{N}(0, Q_u) \tag{VI.62}$$

Avec Q_u la variance calculée à partir de la mesure de vitesse de lacet $\dot{\psi}$:

$$Q_u = \sigma_u \cdot \left[1 - \mathcal{N}\left(\dot{\psi}, \sigma_{\dot{\psi}}\right)\right] \tag{VI.63}$$

Où σ_u est un paramètre de réglage et correspond à la variance maximale de l'entrée. Il est possible d'interpréter cette expression de la manière suivante : lorsque le véhicule évolue en ligne droite, la correspondance entre le modèle à orientation constante des particules et la réalité est forte. Il n'est pas nécessaire d'influer sur l'évolution des particules –Cf. figure (VI.5b)–. En revanche, lorsque la vitesse angulaire est importante, la correspondance entre la réalité et le modèle diminue, ce qui implique de réaliser une plus grande exploration de l'espace d'état par les particules pour assurer un bon fonctionnement.



(a) Trajectoire enregistrée par le PolaRx –*tiret*– et position estimée pour l'hypothèse de poids le plus fort –*rond*–.

(b) Nombre d'hypothèses –*haut*– et poids des hypothèses –*bas*– : les courbes en gras correspondent aux routes parcourues par le véhicule.

FIGURE VI.6 – Exemple de franchissement d'une intersection.

5.2 Franchissement d'une intersection

On présente dans un premier temps le comportement de la méthode lors du franchissement d'une intersection. Il s'agit ici d'une intersection de deux routes à double sens, soit 8 polylignes. En effet, pour une polyligne donnée amenant à l'intersection, la dimension de l'ensemble des routes connexes est ici de 4. Nous pouvons donc avoir un ensemble de 5 hypothèses : la polyligne courante plus les 4 polylignes connexes. Le franchissement de l'intersection permet également d'illustrer l'intérêt de la mesure de Doppler dans une telle approche en comparant le comportement de l'algorithme avec et sans mesure de Doppler.

5.2.1 Avec mesures de Doppler

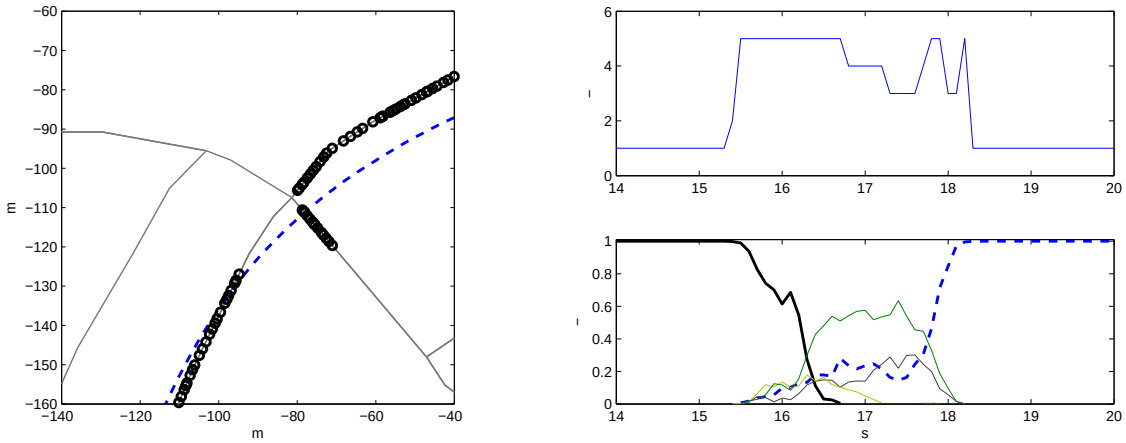
On détaille à présent le comportement de la méthode lors du franchissement d'une intersection simple en utilisant à la fois les mesures de pseudodistance et de Doppler. La figure VI.6a montre la trajectoire de l'hypothèse de poids le plus fort en comparaison avec la position estimée par le récepteur. Le décalage entre la carte routière et la trajectoire estimée par le récepteur est ici clairement visible.

La figure VI.6a présente l'évolution du nombre d'hypothèses ainsi que l'évolution du score des différentes hypothèses lors du franchissement de l'intersection. On observe ainsi que toutes les routes composant l'intersection sont explorées puisque la dimension maximale de l'ensemble des hypothèses de positionnement est égale à 5, soit le nombre de routes connexes à une polyligne pour ce type d'intersection. En outre, le poids des différentes hypothèses montrent que la convergence est rapide –environ 1 seconde–.

5.2.2 Sans mesure de Dopplers

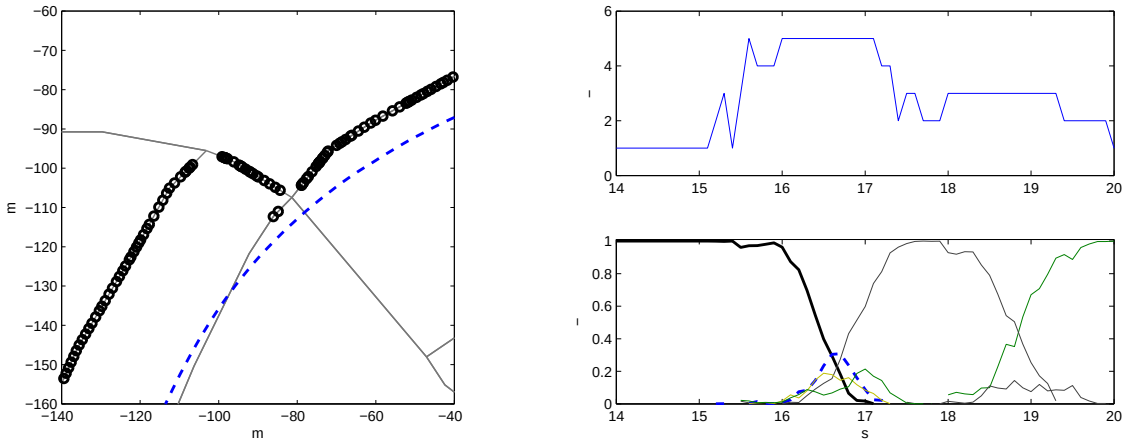
A titre de comparaison, on s'intéresse au comportement de la méthode sans les Dopplers. En raison du tirage aléatoire inhérent à la méthode particulaire, les résultats ne sont pas répétables comme le montre les figures VI.7 et VI.8 qui présentent le comportement de l'ensemble des hypothèses dans un cas conduisant à l'échec de la sélection de route, et dans un cas conduisant à un succès.

Il est intéressant de noter ici qu'une même situation peut conduire à la fois à une divergence du filtre ou à une estimation correcte. De plus, même dans le cas où l'intersection est franchie avec succès, on observe qu'une route erronée est considérée comme la plus vraisemblable lors du franchissement de l'intersection. On note également un accroissement du temps d'élimination des hypothèses : en l'absence



(a) Trajectoire enregistrée par le PolaRx –*tiret*– et position estimée pour l'hypothèse de poids le plus fort –*rond*–. (b) Nombre d'hypothèses –*haut*– et poids des hypothèses –*bas*–

FIGURE VI.7 – Franchissement de l'intersection en l'absence de mesure de Doppler : cas conduisant à la réussite de la méthode.



(a) Trajectoire enregistrée par le PolaRx –*tiret*– et position estimée pour l'hypothèse de poids le plus fort –*rond*–. (b) Nombre d'hypothèses –*haut*– et poids des hypothèses –*bas*–

FIGURE VI.8 – Franchissement de l'intersection en l'absence de mesure de Doppler : cas conduisant à un échec de la méthode.

de Doppler, le temps de convergence est supérieur à 2 secondes. Ces résultats montrent donc l'importance de la mesure de Doppler dans cette approche. Grâce à l'information sur l'orientation du véhicule apportée par ces mesures, il est possible de discriminer les hypothèses de positionnement de manière plus efficace. Ces résultats montrent tout l'intérêt de la connaissance de l'orientation apporté par la mesure de Doppler.

5.3 Procédure d'initialisation globale

On s'intéresse à présent à la procédure d'initialisation globale que nous avons proposée au paragraphe VI.4.5. Nous souhaitons vérifier que cette méthode permet d'initialiser correctement la sélection de polyligne et le positionnement.

Pour chaque essai, on considère donc l'évolution du jeu de particules, l'évolution de l'ensemble des hypothèses de sélection de polyligne et l'évolution de l'erreur en position pour le barycentre du jeu de particules. Pour les essais concernant le véhicule statique, le mouvement commence à partir de $t = 4s$. Concernant le score des hypothèses de positionnement, les polylignes composant la route sont mise en gras. La courbe continue correspond à la polyligne ayant la bonne orientation.

5.3.1 Initialisation en pleine visibilité

On considère, dans un premier temps, l'initialisation en pleine visibilité afin de valider la procédure. En effet, il s'agit de vérifier que la méthode converge vers une solution de sélection de route et de positionnement, cohérente avec la position réelle du véhicule. On dispose ici de 7 satellites visibles, soit 15 observations : deux par satellites et la mesure de vitesse CAN, soit un degré de redondance égale à 10. La figure VI.9 montre le comportement de la méthode lorsque le véhicule est statique et la figure VI.10 lorsque le véhicule est en mouvement.

Premier constat, la convergence du jeu de particules est rapide dans les deux cas : elle a lieu en environ 10 pas d'échantillonnage [7]. En effet, de nombreux degrés de liberté permettent une discrimination rapide des hypothèses. On note cependant que la convergence semble plus rapide dans le cas statique : à l'arrêt, la variance du bruit de l'entrée appliquée aux particules est nulle, d'où une plus faible dispersion des particules.

L'erreur sur la position estimée du barycentre converge dans les deux cas vers une valeur proche de 10 m ce qui est cohérent avec les décalages cartographiques observés [8]. On observe également une convergence rapide de la sélection de route vers une solution unique dans le cas en mouvement, et une solution bi-modale à l'arrêt ($t \leq 4s$), ce qui est le comportement attendu, la route de départ étant à double sens. Néanmoins, lors d'une période statique trop importante, cette solution peut diverger, puisque l'estimation de la sélection de route dépend principalement de l'orientation, qui n'est pas observable à l'arrêt.

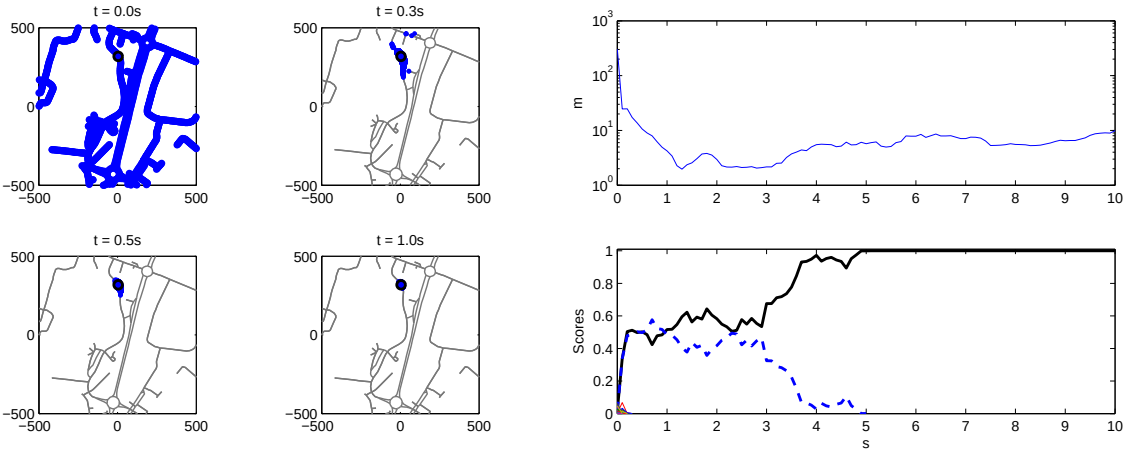
Ces résultats montrent donc la validité de l'approche choisie pour l'initialisation, puisque nous sommes en mesure d'initialiser convenablement la position et la sélection de route lorsque le véhicule est en mouvement, ou à l'arrêt sur une courte période, lorsque la visibilité est satisfaisante.

On étudie à présent sur le comportement de la procédure d'initialisation lorsque la visibilité est insuffisante pour fixer un point GPS, soit lorsque moins de 4 satellites sont disponibles.

5.3.2 Initialisation en conditions dégradées : cas à trois satellites

On applique à présent le même masquage sectoriel que celui utilisé au chapitre précédent –cf figure V.11– de façon à obtenir 3 satellites lors de la phase d'initialisation. La figure VI.11 montre le comportement de la méthode dans le cas statique et la figure VI.12 le comportement dans le cas dynamique.

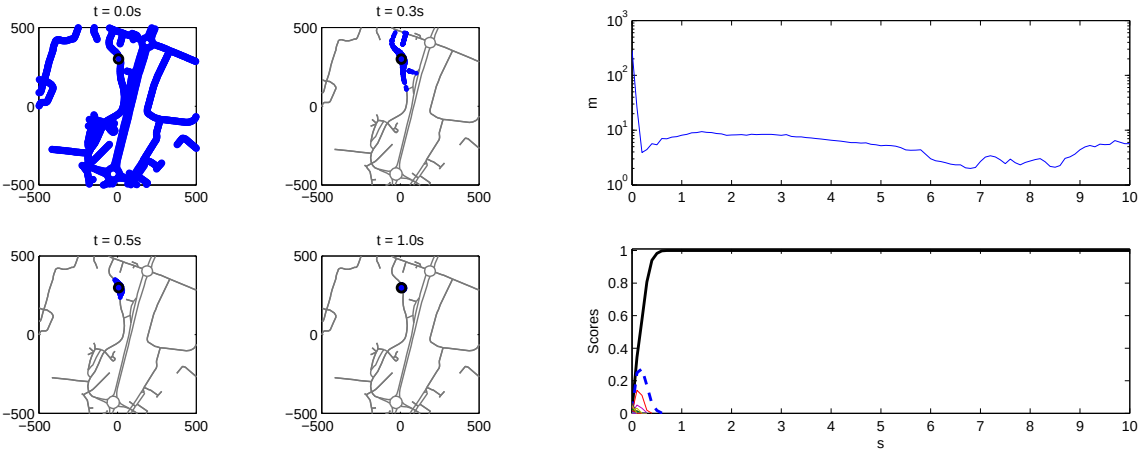
7. Soit 1 seconde puisque $f_e = 10\,Hz$
8. On utilise ici une contrainte 3D, il faut donc tenir compte des décalages dans les trois directions : *East–North–Up*.



(a) Évolution du jeu de particules à différents pas d'échantillonnage.

(b) Erreur d'estimation sur la position –*haut*– et évolution du score des hypothèses –*bas*– : L'échelle pour l'erreur d'estimation est logarithmique. Le score des polylignes composant la route sont mis en gras. La courbe continue correspond au bon sens de parcours.

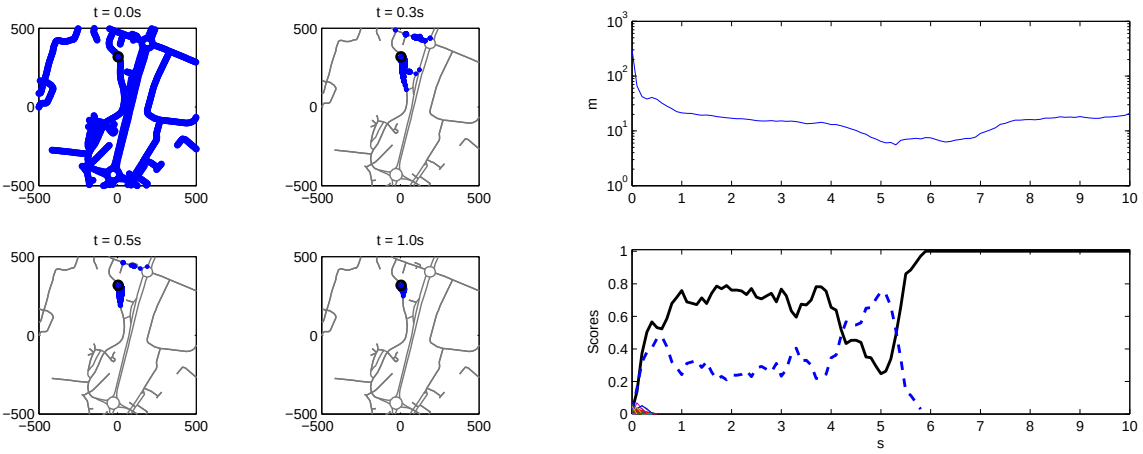
FIGURE VI.9 – Initialisation de la méthode en pleine visibilité dans le cas d'un véhicule statique.



(a) Évolution du jeu de particules à différents pas d'échantillonnage.

(b) Erreur d'estimation sur la position –*haut*– et évolution du score des hypothèses –*bas*–

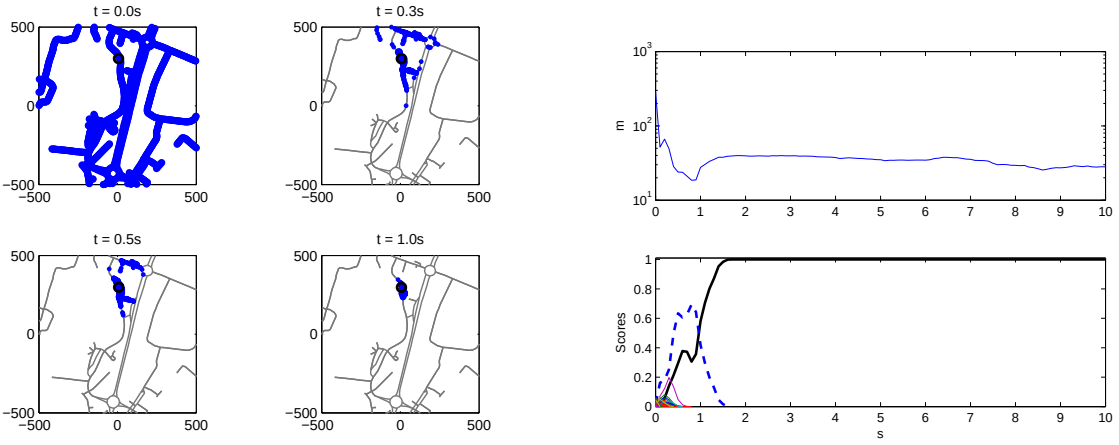
FIGURE VI.10 – Initialisation de la méthode en pleine visibilité dans le cas d'un véhicule en mouvement.



(a) Évolution du jeu de particules à différents pas d'échantillonnage.

(b) Erreur d'estimation sur la position –*haut*–, et évolution du score des hypothèses –bas–

FIGURE VI.11 – Initialisation de la méthode avec 3 satellites disponibles dans le cas d'un véhicule statique.



(a) Évolution du jeu de particules à différents pas d'échantillonnage.

(b) Erreur d'estimation sur la position –*haut*–, et évolution du score des hypothèses –bas–

FIGURE VI.12 – Initialisation de la méthode avec 3 satellites disponibles dans le cas d'un véhicule en mouvement.

Comme dans le cas en pleine visibilité, la convergence du jeu de particules est rapide. Elle est cependant visiblement plus rapide dans le cas statique pour les mêmes raisons que précédemment. De plus, en statique, la mesure de Doppler apporte principalement de l'information sur la position : une particule éloignée verra sa vraisemblance diminuer d'autant plus rapidement que la combinaison Doppler–pseudodistance sera cohérente. On observe également que l'erreur en position pour le barycentre du jeu de particules est similaire au cas en pleine visibilité, pour le véhicule à l'arrêt et le véhicule en mouvement. Ainsi, avec seulement 3 satellites fournissant une pseudodistance et une mesure de Doppler chacun, il est possible de fournir une estimation de la position globale du véhicule.

En revanche, on observe ici que la convergence des hypothèses est ralentie en raison de la diminution du degré de liberté, il est ici égale à 2. De plus, à l'arrêt, les hypothèses n'ont pas des poids égaux : l'orientation du véhicule n'est pas observable en l'absence de mouvement. Ceci implique que l'estimation des hypothèses est basée principalement sur la position. Dans une telle situation, le risque de divergence des hypothèses est important. Ceci illustre à nouveau l'intérêt des mesures de Dopplers pour la sélection de route grâce à l'information sur le mouvement.

5.3.3 Initialisation en condition dégradée : cas à deux satellites

On souhaite à présent voir s'il est possible d'initialiser la méthode en exploitant uniquement deux satellites. La figure VI.13 montre le comportement de la méthode lorsque le véhicule est statique et la figure VI.14 les résultats dans le cas où le véhicule est en mouvement.

On observe immédiatement que la convergence n'est pas aussi efficace lorsque le véhicule est à l'arrêt, et bien qu'elle soit efficace en mouvement, elle conduit à une solution erronée. Même constat concernant l'évolution des hypothèses et de l'erreur en position. La raison est simple : avec deux satellites et la mesure de vitesse, 5 observables sont disponibles d'où un degré de liberté nul. De nombreuses combinaisons peuvent conduire à une vraisemblance élevée puisqu'il est possible de trouver une combinaison d'états telle que l'innovation des EKF soit nulle. Ainsi, il est possible d'obtenir une hypothèse erronée offrant une meilleure vraisemblance qu'une hypothèse plus proche de la "réalité".

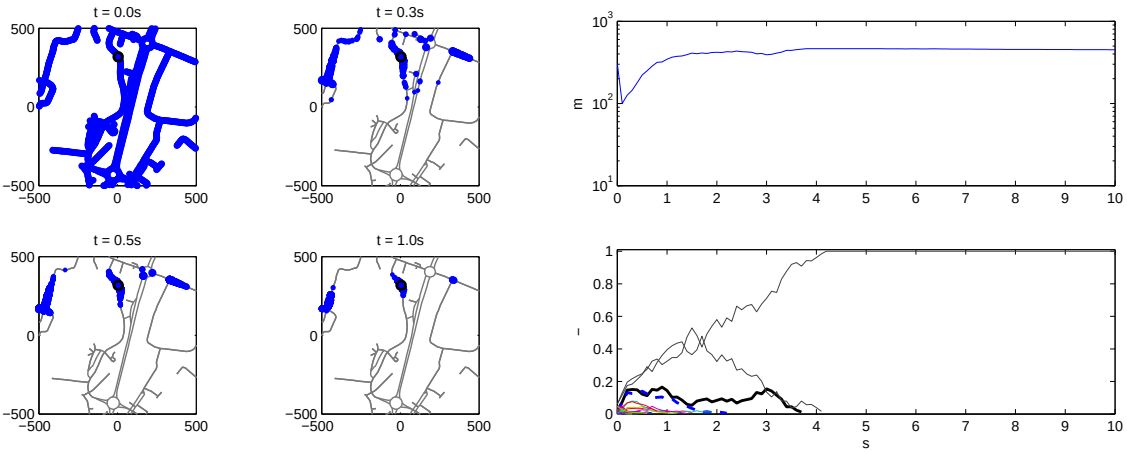
5.4 Fonctionnement en régime établi

La validation métrologique de la méthode proposée est un sujet épineux pour plusieurs raisons : en premier lieu, en raison de l'intégration forte de la carte, les performances dépendent grandement de la complexité du réseau et de la qualité de la représentation du réseau. Ceci implique également qu'il est difficile d'obtenir une vérité terrain pour valider la sélection de route. Il en est de même pour le positionnement, puisque l'on s'intéresse ici à la position du véhicule contrainte à la route. Enfin, la présence d'un processus aléatoire rend les résultats non répétables.

5.4.1 Processus de validation

Sélection de polyligne Afin de caractériser le comportement de la méthode de sélection de route, il est nécessaire d'avoir une vérité terrain pour ces données. Nous avons procédé à une sélection de route manuelle en nous appuyant sur les images acquises par une caméra, l'estimation de la position fournie par le *PolaRx* et le réseau routier recalé. Nous avons ainsi obtenu une liste d'identifiants de polylignes très vraisemblablement parcourus par le véhicule. Il est évident néanmoins que la précision d'une telle vérité est faible lorsque le réseau est complexe. Le parcours de l'essai s'avère adapté à ce type de validation puisque le réseau est peu complexe du fait de sa faible densité. Il possède des zones d'ambiguïtés clairement identifiées.

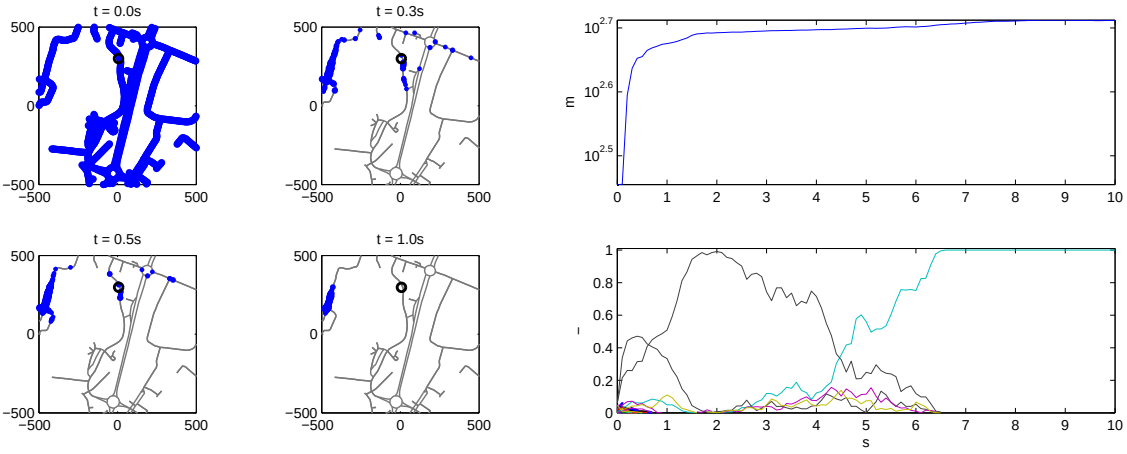
Enfin, pour tenir compte de la non-répétabilité du processus, la méthode a été appliquée plusieurs fois sur le même jeu de données afin d'obtenir une évaluation statistique du comportement de la sélection de route.



(a) Évolution du jeu de particules à différents pas d'échantillonnage.

(b) Erreur d'estimation sur la position –*haut*–, et évolution du score des hypothèses –bas–

FIGURE VI.13 – Initialisation de la méthode avec 2 satellites disponibles dans le cas d'un véhicule statique.



(a) Évolution du jeu de particules à différents pas d'échantillonnage.

(b) Erreur d'estimation sur la position –*haut*–, et évolution du score des hypothèses –bas–

FIGURE VI.14 – Initialisation de la méthode avec 2 satellites disponibles dans le cas d'un véhicule en mouvement.

FIGURE VI.15 – Trajectoire contrainte –*noire*– et trajectoire réelle –*tiret bleus*–.

	$\dim \mathscr{M}_k = 1$		$\dim \mathscr{M}_k \geq 2$		Total		
	OK	NOK	Ambiguïté	NOK	OK	Ambiguïté	NOK
Moyenne	97%	3%	98%	2%	89%	8%	3%
Cas le plus favorable	99%	1%	100%	0%	90%	9%	1%
Cas le moins favorable	93%	7%	96%	4%	87%	7%	6%

TABLE VI.1 – Sélection de polyligne en pleine visibilité.

Positionnement contraint La validation du positionnement contraint sur la polyligne du véhicule est complexe. En effet, s'il est difficile d'obtenir une vérité terrain pour la sélection de route, ceci est encore plus compliqué concernant la localisation du véhicule sur la polyligne à cause de la discrétisation spatiale et de l'expression analytique de la géométrie. Nous nous appuyons donc sur l'estimation de l'état comme étant le barycentre du jeu de particules comparé à la solution PVT [9] du PolaRx en pleine visibilité et en visibilité réduite. Pour obtenir une visibilité réduite, les mêmes masquages sectoriels que précédemment sont appliqués – cf figure V.11–.

Comme nous nous intéressons aux performances de suivi des états continus et afin d'obtenir des résultats comparables, une période d'initialisation de 5 secondes est utilisée. Elle possède les caractéristiques suivantes : pleine visibilité et véhicule en mouvement. On rappelle également que la carte utilisée est entachée de biais comme le montre la figure VI.15. De plus, on considère les performances pour le meilleur cas obtenu lors de la validation de la sélection de route afin de découpler les problèmes et d'en faciliter l'interprétation.

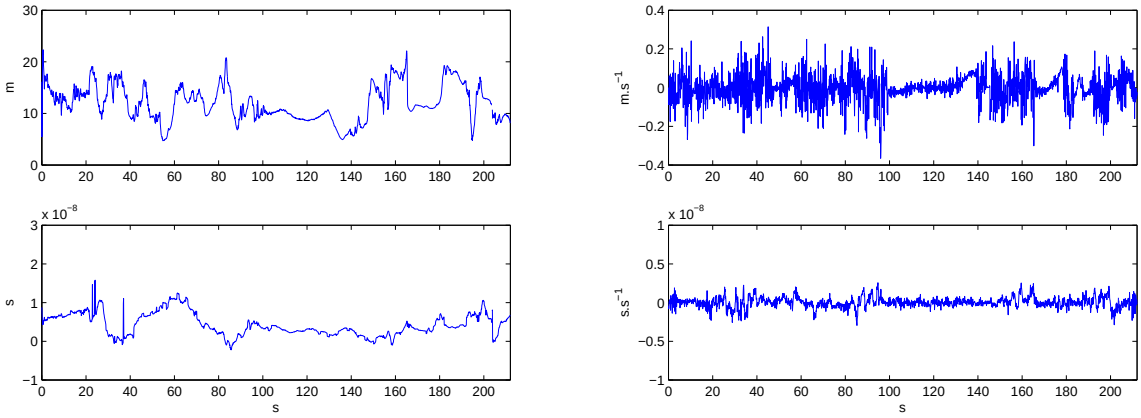
5.4.2 Performances en pleine visibilité

Sélection de route Le tableau VI.1 présente les résultats obtenus. Les résultats de la méthode dépendant largement de la qualité de la vérité terrain, les valeurs ont été arrondies à l'unité. On considère les situations suivantes :

- **NOK** : correspond à une sélection de route erronée, la route *vraie* n'appartient pas à $\mathscr{M}_k$.
- **OK** : correspond à une sélection de route correctement réalisée. La route *vraie* appartient à $\mathscr{M}_k$.
- **ambiguïté** : correspond au cas où la route appartient à $\mathscr{M}_k$ et la dimension de $\mathscr{M}_k$ est supérieure à 1.

La première ligne décrit le taux moyen pour les trois cas obtenus pour l'ensemble des réalisations de l'essai. On considère le cas le plus favorable, c'est-à-dire celui ayant le meilleur taux de sélection sur la

9. Position – Vitesse – Temps



(a) Position –*haut*– et décalage d'horloge –*bas*–.

(b) Vitesse –*haut*– et dérive d'horloge –*bas*–.

FIGURE VI.16 – Erreurs d'estimation du barycentre lors d'un essai en pleine visibilité.

totalité de l'essai, et inversement pour le cas le moins favorable. On donne les taux obtenus en isolant les instants où l'ensemble des hypothèses est de dimension 1 ou supérieur, ainsi que sur l'ensemble de l'essai.

On observe donc que la méthode fournit des résultats intéressants malgré d'importants décalages cartographiques –cf figure VI.15–. En effet, le taux de mauvaise sélection est faible, aussi bien dans les zones d'ambiguïté que dans les zones sans ambiguïté. On constate également que la méthode possède de bons résultats en terme d'identification des zones d'ambiguïté, le taux de mauvaises sélections est faible –2% environ–. On considère donc que la méthode permet une caractérisation efficace des zones d'ambiguïté malgré les biais.

Un premier objectif est atteint : fournir une sélection de route multi-hypothèse pertinente capable de caractériser les zones d'ambiguïté.

Positionnement Il ne s'agit cependant que de la première moitié du problème : nous nous intéressons maintenant aux performances du positionnement dans ces mêmes conditions. La figure VI.16a présente les erreurs d'estimation sur la position estimée à partir du jeu de particules, ainsi que l'erreur d'estimation sur l'allongement dû au décalage d'horloge. Parallèlement, la figure VI.16b montre les erreurs d'estimation pour le module de la vitesse du nuage de particules, ainsi que pour l'allongement résultant de la dérive d'horloge.

On constate que, pour la position et la vitesse, l'erreur d'estimation obtenue n'est pas centrée. Ceci est dû à la présence des décalages cartographiques. On obtient une erreur moyenne de 15 mètres environ sur la position, ce qui est cohérent avec les biais cartographiques observés. On constate également qu'une faible portion des biais cartographiques se reporte sur l'estimation de l'horloge, d'où une erreur non centrée.

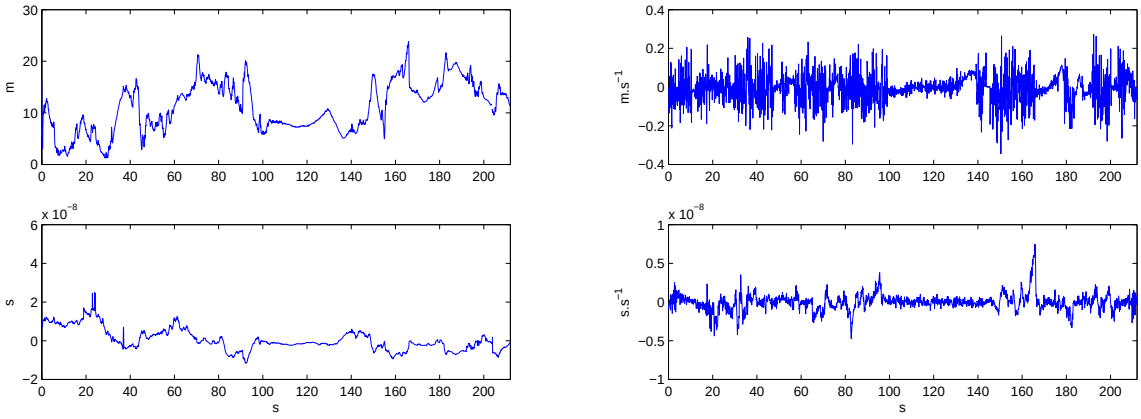
En revanche, les erreurs d'estimation sur les paramètres dérivés, vitesse et dérive, sont centrées signe que la contrainte cartographique influe peu sur ces paramètres. On rappelle qu'un tirage aléatoire dépendant de la vitesse angulaire est ajouté à chaque particule pour accroître la dispersion. L'impact de cet ajout est clairement visible sur l'estimation de la vitesse. Entre $t = 100s$ et $t = 140s$ le véhicule parcourt une ligne droite. La vitesse angulaire étant nulle, le bruit appliqué est négligeable face au déplacement des particules, d'où une erreur faible d'estimation. On note également la qualité de l'estimation de la dérive d'horloge qui est centrée et faiblement bruitée.

5.4.3 Performances en visibilité dégradée : cas à trois satellites

On considère à présent le cas où seulement 3 satellites sont disponibles, dont 1 à basse élévation.

	$\dim \mathscr{M}_k = 1$		$\dim \mathscr{M}_k \geq 2$		Total		
	OK	NOK	Ambiguïté	NOK	OK	Ambiguïté	NOK
Moyenne	95%	5%	97%	3%	84%	12%	4%
Cas le plus favorable	99%	1%	99%	1%	87%	12%	1%
Cas le moins favorable	88%	12%	94%	8%	77%	12%	11%

TABLE VI.2 – Sélection de polyligne avec 3 satellites disponibles.



(a) Position –*haut*– et décalage d'horloge –*bas*–.

(b) Vitesse –*haut*– et dérive d'horloge –*bas*–.

FIGURE VI.17 – Erreur d'estimation sur les états du barycentre lors d'un essai avec uniquement 3 satellites disponibles.

Sélection de route Le tableau VI.2 présente le comportement de la méthode dans le cas à 3 satellites. On constate tout d'abord que les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus en pleine visibilité. Cependant, le cas le moins favorable est nettement dégradé, et le taux d'ambiguïté augmente significativement sur la totalité de l'essai, là encore en raison de la diminution du degré de liberté.

Positionnement La figure VI.17a fournit les erreurs d'estimation pour la position du barycentre du nuage de particules, ainsi que pour le terme de décalage d'horloge. L'estimation du module de la vitesse et de la dérive d'horloge sont décrits par la figure VI.17b.

Avec seulement 3 satellites, l'estimation de la position est légèrement dégradée, comme pour l'estimation du décalage d'horloge, principalement en fin de parcours. Concernant l'estimation du module de la vitesse et du décalage d'horloge, les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus dans le cas d'une pleine visibilité, avec cependant une légère dégradation de l'estimation d'horloge. En effet, la vitesse fournie par le bus CAN étant également exploitée pour mettre à jour les états, la dégradation due à la perte de degré de liberté et à la mauvaise configuration géométrique entraîne cette baisse de performance.

Nous pouvons conclure que 3 satellites sont suffisants pour réaliser le suivi des hypothèses, et ce malgré les biais cartographiques.

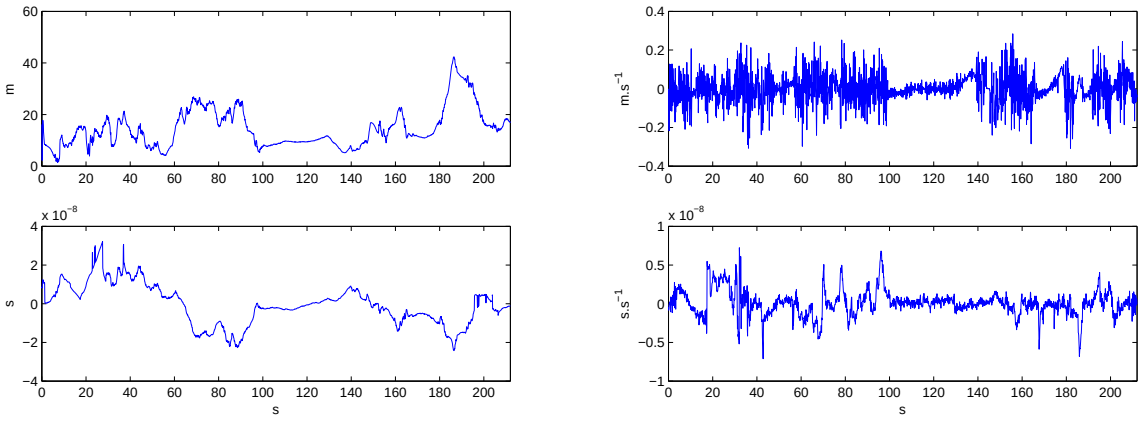
5.4.4 Comportement en visibilité dégradée : cas à deux satellites

Finalement, nous considérons le cas à deux satellites disponibles : 1 à basse élévation et 1 à haute élévation.

Sélection de route La tableau VI.3 illustre les performances de la sélection de route avec seulement deux satellites disponibles. On constate une nette dégradation des résultats, notamment concernant le cas le moins favorable puisque ce dernier offre un taux de mauvaise sélection proche de 50%. L'absence de

	$\dim \mathscr{M}_k = 1$		$\dim \mathscr{M}_k \geq 2$		Total		
	OK	NOK	Ambiguïté	NOK	OK	Ambiguïté	NOK
Moyenne	83%	17%	86%	14%	71%	13%	16%
Cas le plus favorable	97%	3%	95%	5%	84%	12%	4%
Cas le moins favorable	53%	47%	43%	57%	44%	7%	49%

TABLE VI.3 – Sélection de route avec 2 satellites.



(a) Position –*haut*– et décalage d'horloge –*bas*–.

(b) Vitesse –*haut*– et dérive d'horloge –*bas*–.

FIGURE VI.18 – Erreur d'estimation sur les états du barycentre lors d'un essai avec uniquement deux satellites disponibles.

degré de liberté est clairement visible ici : sans degré de liberté, la sélection de route est erratique. Ceci est illustré par le meilleur cas qui offre pour sa part des performances proche du cas à pleine visibilité.

Positionnement Comme dans les cas précédents, la figure VI.18a présente les erreurs d'estimation sur la position et le décalage d'horloge et la figure VI.18b les erreurs d'estimation sur le module de la vitesse et sur la dérive d'horloge.

Dans le meilleur cas, les performances du positionnement sont satisfaisantes puisque similaires à celle obtenues précédemment. L'explication est relativement simple : l'estimation de l'identifiant se fait principalement lors du franchissement d'une intersection. Lorsqu'une particule évolue sur une polyligne, son état peut être réduit à x_k. On a donc un degré de liberté supplémentaire en régime établi grâce à la contrainte cartographique.

Dans telles conditions, la sélection de route n'est pas robuste. Le choix de la méthode de ré-échantillonnage en est la cause : comme il est effectué à chaque pas de temps, il peut conduire à des divergences. De fait, le suivi des hypothèses n'est pas possible avec seulement deux satellites sans modification ou sources d'information complémentaire. Une adaptation de la méthode pourrait conduire à de meilleurs résultats : par exemple, utiliser les clignotants ou l'angle au volant pour fournir une direction préférentielle aux hypothèses en modifiant les valeurs de la matrice de transition.

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une modélisation générique du positionnement contraint multi-hypothèse dans un contexte bayésien, c'est-à-dire le double problème de la sélection de route et du positionnement sur la route sélectionnée. Nous avons supposé l'existence d'une base de données navigable décrivant le réseau routier d'un point de vue géométrique et topologique. Nous avons ainsi obtenu une représentation hybride dont les composantes discrètes permettent de décrire le problème de la sélection

de route et les composantes continues le problème du positionnement contraint sur l'objet route. Cette représentation d'état stochastique permet d'exprimer les hypothèses de positionnement que l'on souhaite estimer pour résoudre le positionnement multi-hypothèse.

A partir des équations de récurrence bayésienne, nous avons proposé une méthode d'estimation basée sur les méthodes de *Monte–Carlo*. Le problème de suivi des hypothèses est ainsi résolu via un filtre particulaire marginalisé, ce qui permet d'estimer les composantes continues en exploitant un filtre de Kalman. Posée sous cette forme, nous réalisons l'estimation de la sélection de route et du positionnement au travers d'un unique processus. Le solveur ainsi proposé est suffisamment générique pour autoriser l'utilisation de capteurs divers. Nous avons appliqué ce solveur au problème du suivi d'hypothèse de positionnement par couplage serré en nous appuyant sur une carte navigable 3D, un récepteur GPS et l'odométrie du véhicule.

En combinant mesures de Doppler, de pseudodistance et de vitesse du véhicule pour estimer la vraisemblance des hypothèses et des états, nous avons abouti à plusieurs constats : l'approche proposée offre de bons résultats pour résoudre le problème du suivi d'hypothèses, même en cas de visibilité réduite à trois satellites et identifie correctement les zones d'ambiguïté du réseau. Nous avons également montré l'influence de la mesure de Doppler. Elle augmente le degré de liberté de l'information disponible pour l'estimation de la position. Elle permet aussi une discrimination optimale des hypothèses grâce à l'orientation. Cependant, cela suppose l'existence d'un mouvement du véhicule. La procédure d'initialisation proposée offre un résultat particulièrement intéressant. Bien que coûteuse en temps de calcul, elle permet de résoudre le problème du positionnement avec seulement trois satellites disponibles, et donc grâce à la contrainte cartographique, de fournir une estimation pertinente, aux décalages cartographiques près, de la position globale du véhicule. Cette procédure permet également une initialisation de la sélection de route à conditions que le véhicule soit en mouvement.

Par ailleurs, nous avons également pu observer au cours de nos essais que les solveurs de type *Monte–Carlo* peuvent ne pas converger lorsque le nombre degré de liberté est nul. Enfin, la carte utilisée ne permet pas de réaliser un positionnement plus fin du véhicule puisque chaque sens de circulation est décrit par une unique polyligne, sans connaissance du nombre de voies disponibles ou de la largeur de l'espace roulable.

Chapitre VII

Conclusion générale et perspectives

La connaissance de la position d'un véhicule est une donnée cruciale pour de nombreuses applications dans le domaine des transports. L'utilisation du positionnement par satellites permet de répondre en grande partie à ce besoin mais reste limitée, notamment en milieu urbain. Par ailleurs, la généralisation actuelle des cartes routières numériques pose la question de leur utilisation dans un système de positionnement par satellites pour les véhicules terrestres. Au cours de ces travaux, nous avons proposé et étudié différentes approches permettant d'hybrider l'information géographique avec les mesures brutes fournies par un récepteur GPS et nous avons cherché à en évaluer les bénéfices pour un système de positionnement.

Nous avons abordé la question sous deux angles : le positionnement global et le positionnement relatif au réseau. Ces deux aspects visent des objectifs différents : Par exemple, pour une application embarquée autonomes de type ADAS interne au véhicule, la position contrainte permet d'extraire une information contextuelle associée à la carte, par exemple pour adapter la consigne du régulateur de vitesse en fonction de la vitesse maximum autorisée sur le tronçon courant. En revanche, si on considère l'exemple de la fusion distribuée entre plusieurs véhicules, l'utilisation du positionnement contraint n'as de sens que si les véhicules exploitent des cartes identiques. L'utilisation du positionnement global permet donc de simplifier le processus de fusion. Il apparaît alors que le positionnement global et le positionnement relatif au réseau, ou contraint, présentent un intérêt dans le domaine des transports intelligents.

Les chapitres II et III ont permis de lever les verrous technologiques associés à l'utilisation d'un système de positionnement par satellites et d'une carte routière navigable. Nous avons ainsi introduit la représentation informatique du réseau routier et les modèles associés aux mesures de Doppler et de pseudodistance fournies par un récepteur GPS augmenté du système EGNOS permettant de corriger les effets de propagation atmosphériques et d'utiliser des modèles de bruit gaussiens connus pour les mesures de pseudodistance.

Au chapitre IV, nous avons considéré l'utilisation de l'information cartographique dans le cadre d'un calcul de point GPS, c'est-à-dire uniquement basé sur les mesures simultanées d'un récepteur GPS. Deux approches ont été proposées : la première exploite la carte comme un capteur logiciel de façon à fournir un observable additionnel tandis que la seconde utilise la géométrie comme un support de position contractant le vecteur d'état du système. Ces deux approches ont une conséquence commune : elles réduisent le nombre d'observables nécessaires pour résoudre le calcul aux moindres carrés. En revanche, comme elles supposent de connaître le segment support du véhicule pour réaliser le calcul, nous avons proposé une méthode de sélection originale : on réalise ainsi la sélection de segment en suivant une méthode de type plus proche voisin relativement aux observables plutôt que relativement à la position estimée par le système. En revanche, elle nécessite un degré de liberté pour discerner les segments candidats. Cela annule donc le bénéfice de la contrainte si une carte 2D est utilisée puisque une carte 2D permet d'ajouter un seul degré de liberté. De plus, l'association ne peut être réalisées en l'absence de mesures GPS. Nous avons également montré qu'une telle approche est somme toute sensible aux biais cartographiques. Cependant, les performances obtenues avec des cartes alignées (donc sans décalage) sont intéressantes.

Les véhicules disposant de capteurs proprioceptifs, ces derniers ont été exploités au chapitre V en les fusionnant avec les mesures de pseudodistance grâce à un EKF. Dans cette approche, la carte est considérée comme un capteur logiciel. Afin d'établir une observation respectant les hypothèses de bruit gaussien centré, la géométrie a été exploitée pour élaborer une mesure de cap. Un modèle de bruit dépendant de la vitesse du véhicule lui a été associé afin de pondérer l'effet de la contrainte à basse vitesse pour traduire le fait que des manœuvres peuvent se produire. La stratégie proposée repose sur une philosophie prudente consistant à oublier les mesures GPS si une perte de consistance est détectée. Ce mécanisme est également appliqué aux mesures cartographiques avec la même logique de robustesse. Là encore, une étape d'association de données est préalable. Nous avons choisi une approche reposant sur l'état estimé du filtre afin de pouvoir exploiter l'information même si les mesures GPS ne sont pas disponibles. Le problème qui en découle est que l'utilisation de la carte est conditionnée par le bon fonctionnement du filtre : si ce dernier diverge, le risque d'introduire des données incohérentes augmente. En cas de masquage GPS, l'estimation repose donc entièrement sur les données proprioceptives et le modèle de véhicule. Les résultats expérimentaux ont montré que l'utilisation de la carte pour fournir un cap permet de réduire la dérive odométrique et de corriger les erreurs d'initialisation. Nous n'avons jamais observé de divergence avec les données que nous avons utilisées ce qui nous laisse penser que cette stratégie de fusion prudente est intéressante car elle continue à fournir une estimation cohérente en cas de visibilité réduite et ce malgré l'utilisation d'une odométrie aux performances très modestes.

Une des difficultés rencontrées est la gestion des intersections qui constituent des zones d'ambiguïté qui risquent de faire diverger toute approche mono-hypothèse. Une solution efficace consiste à oublier la carte à proximité d'une intersection, ce qui peut éventuellement conduire à ne jamais utiliser la carte dans le cas d'un réseau dense par rapport à la précision du positionnement. Afin de réduire au minimum nécessaire la taille des zones d'ambiguïté, nous avons proposé une approche de sélection de route par filtrage particulaire marginalisé qui permet d'estimer de façon automatique ces zones en question. Chaque particule est contrainte par la géométrie du réseau, ce qui permet d'éliminer l'étape de sélection de route. On exploite également la topologie du réseau pour l'évolution des particules : lorsque l'extrémité de la route est atteinte, la particule est associée par tirage aléatoire à l'une des routes connectées à la route courante. Les hypothèses de positionnement contraint sont ensuite déduites de la dissémination du jeu de particules. Nous avons exploité cette représentation pour réaliser le suivi des hypothèses de localisation en couplage serré. L'inférence bayésienne est ainsi réalisée à partir des mesures de Doppler et de pseudodistance, ce qui introduit à la fois une notion de distance et d'orientation dans l'estimation des hypothèses. Les résultats ont montré l'importance du mouvement dans l'évaluation des hypothèses : il permet de réduire l'influence des biais cartographiques en exploitant l'orientation du véhicule d'où une meilleure estimation de la densité de probabilité décrivant la sélection de route. Une caractéristique intéressante de cette approche tient en ses qualités d'initialisation : avec seulement 3 satellites, nous sommes en mesure de fixer un point GPS. Ceci doit théoriquement réduire le temps nécessaire pour fixer le premier point. Des expérimentations supplémentaires sont nécessaires pour vérifier cette affirmation.

Au travers des quatre approches proposées, nous avons pu illustrer l'intérêt du couplage serré par rapport au couplage lâche. En couplage lâche, le système de positionnement est dépendant de la solution de positionnement fournie par le récepteur GPS. Si les conditions extérieures empêchent le calcul du point, alors le système de positionnement ne peut plus exploiter les informations qu'apportent les quelques satellites en vue. Ceci n'est pas le cas en couplage serré. L'introduction de données complémentaires directement au niveau du calcul de solution améliore le positionnement par satellites même lorsque la disponibilité des signaux est insuffisante pour résoudre le calcul. Un autre avantage réside dans le fait que le système de positionnement est indépendant de la dynamique interne du récepteur, la plupart des récepteurs modernes exploitant des filtres plutôt qu'une résolution aux moindres carrés. Finalement, le couplage serré peut facilement être adapté aux récepteurs multi-constellation (par exemple une constellation de satellites Galileo et GPS). Il peut aussi est réalisé avec d'autres capteurs extéroceptifs effectuant des mesures locales, comme des caméras ou des télémètres laser.

Comme nous l'avons illustré au chapitre IV et V, une carte peut jouer le rôle de source d'information extéroceptive si elle est exploitée comme un capteur logiciel. On considère alors ici clairement le problème du positionnement global. Compte tenu du formalisme bayésien qui a été utilisé, le problème a été de générer un observable centré pour lequel l'hypothèse gaussienne est raisonnable. En raison des

biais cartographiques et de la modélisation filaire qui constitue une représentation très simplifiée d'une chaussée, la réalisation d'un tel observable n'est pas chose aisée. Parallèlement, les chapitres IV et VI ont illustré une autre utilisation possible de la carte que celle d'observable de cap. En contraignant l'état du récepteur à la géométrie du réseau, on considère le problème du positionnement sous ses angles symbolique et métrique. Le résultat est alors très dépendant de la qualité de la carte. En effet, le réseau est ici considéré comme un *modèle du monde* qui contraint l'évolution du système. Or, les solveurs que nous avons utilisés ne sont pas robustes aux défauts de modèle. Ces défauts sont par exemple dans le cas qui nous intéresse des défauts de connexité ou bien le fait de rouler sur une route non modélisée dans la carte ou encore le fait d'avoir une description de la géométrie qui ne corresponde plus à la réalité.

Néanmoins, si ces problèmes sont évités, les méthodes proposées ont montré des résultats très satisfaisants malgré l'utilisation de cartes standard dont l'usage initial n'est pas celui du positionnement en tant que tel. Le gain se situe alors principalement en termes de disponibilité du positionnement lorsque la disponibilité du signal GPS est faible, puisque la carte apporte une information extéroceptive indépendante de l'environnement direct du récepteur. Cela suppose en revanche une association de données correcte et c'est là le point faible de l'utilisation des cartes standard. La sélection de route suppose l'existence d'un degré de liberté pour pouvoir être réalisée puisque la sélection de route est évaluée relativement aux résidus sur les observations. Or, une carte 2D génère un unique degré de liberté supplémentaire d'où la nécessité d'introduire une contrainte supplémentaire pour résoudre la sélection avec seulement 3 satellites. En revanche, la connaissance de l'altimétrie du réseau permet de réaliser efficacement la sélection de route en pareille situation.

La formalisation du problème du positionnement contraint dans un cadre bayésien constitue une contribution théorique de ces travaux. Elle permet de représenter de façon générique le problème de l'estimation des hypothèses indépendamment des sources d'information et du solveur : cette approche peut donc être appliquée dans de nombreux cas. Le cadre bayésien général permet également de considérer des modèles de bruits non-gaussiens afin de tenir compte de la modélisation filaire du réseau.

Dans un autre registre, aucune métrique n'a été étudiée pour garantir la solution de positionnement fournie. Une perspective de ces travaux réside donc dans l'étude de méthodes d'intégrité pour le positionnement par couplage serré avec la carte, notamment dans le cas contraint. Ce problème étant à la fois symbolique et métrique, il faut alors qualifier simultanément la sélection de route et la solution de positionnement associée à une route. Dans cette optique, l'utilisation d'approches garanties en lieu et place des approches bayésiennes peut s'avérer avantageux : bien que la mise en œuvre soit plus complexe, la solution fournie est intrinsèquement garantie par le solveur, ce qui peut s'avérer être un avantage.

Une autre perspective réside dans l'utilisation de cartes navigables conçues spécialement pour la localisation. Comme nous l'avons montré, le comportement des différentes approches est conditionné par la justesse de la carte ainsi que par la présence de l'altimétrie du réseau. Il semble donc intéressant de mener une réflexion sur la représentation du réseau routier et sur les informations qui y sont associées pour des applications orienté positionnement. La généralisation des cartes de type méso-échelle, c'est-à-dire décrivant chaque voie de circulation avec une géométrie affinée, devrait permettre d'améliorer sensiblement les performances du positionnement global exploitant l'information cartographique. Il en est de même pour l'utilisation d'une description de la géométrie par un ensemble de clothoïde. Cette description plus proche de la réalité devrait permettre de générer des observables plus proche de l'hypothèse gaussienne centrée. La description de l'espace roulable sous forme de facette est également possible et permettrait une meilleure représentation de la contrainte induite par le réseau routier notamment au niveau de l'altimétrie.

Chapitre VIII

Références bibliographiques

[Andrieu et al., 2003] Andrieu, C., Davy, M., and Doucet, A. (2003). Efficient particle filtering for jump markov systems - applications to time-varying autoregressions. *IEEE Trans. Signal Processing*, 51(7) :1762–1770.

[Arulampalam et al., 2001] Arulampalam, S., Maskell, S., Gordon, N., and Clapp, T. (2001). A tutorial on particle filters for on-line non-linear/non-gaussian bayesian tracking. In *IEEE Transactions on Signal Processing*, volume 50, pages 174–188.

[Ashby, 2003] Ashby, N. (2003). Relativity in the global positioning system. *Living Reviews in Relativity*, 6(1).

[Belabbas and Gass, 2005] Belabbas, B. and Gass, F. (2005). RAIM algorithms analysis for a combined GPS/GALILEO constellation. In *Proceedings of ION GNSS*, pages 1781–1788, Long Beach, USA.

[Betaille et al., 2008] Betaille, D., Toledo-Moreo, R., and Laneurit, J. (2008). Making an enhanced map for lane location based services. In *Intelligent Transportation Systems, 2008. ITSC 2008. 11th International IEEE Conference on*, pages 711–716.

[Bhatti and Ochieng, 2007] Bhatti, U. and Ochieng, W. (2007). Failure modes and models for integrated gps/ins systems. *Journal of Navigation*, 60(2) :327–348.

[Black and Eisner, 1984] Black, H. and Eisner, A. (1984). Correcting satellite doppler data for tropospheric effects. *Journal of Geophysical Research*, 89(D2) :2616–2626.

[Black, 1978] Black, H. D. (1978). An easily implemented algorithm for the tropospheric range correction. *Journal of Geophysical Research*, 83 :1825–1828.

[Blanch et al., 2005] Blanch, J., Walter, T., and Enge, P. (2005). Protection level calculation using measurement residuals : Theory and results. In *Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, ION GNSS 2005*, pages 2288–2296, Stanford University.

[Bonnifait et al., 2003] Bonnifait, P., Bouron, P., Meizel, D., and Crubillé, P. (2003). Dynamic localization of car-like vehicles using data fusion of redundant abs sensors. *Journal of Navigation*, 56(3) :429–441.

[Bonnifait et al., 2007] Bonnifait, P., Jabbour, M., and Dherbomez, G. (2007). Real-time implementation of a gis-based localization system for intelligent vehicles. *EURASIP Journal on Embedded Systems*, pages 12–24.

[Bonnifait et al., 2009] Bonnifait, P., Laneurit, J., and Fouque, C. (2009). Multi-hypothesis map-matching using particle filtering. In *Proceedings of the 16th World Congress for ITS Systems and Services*, pages 1–8, Stockholm.

[Boucher and Noyer, 2006] Boucher, C. and Noyer, J.-C. (2006). Hybrid filtering for map-aided vehicle navigation. In *Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications, Proceedings of 2006 IEEE International Conference on*, pages 46–50.

[Claussen and Lichmer, 1989] Claussen, H. and Lichmer, W. (1989). Gdf - a standard for digital road maps to be used in car navigation. In *Vehicle Navigation Information System Conference, WIS'89bo*, pages 324–330.

[Collier, 1990] Collier, W. (1990). In-vehicle route guidance systems using map-matched dead reckoning. In *IEEE Position Location and Navigation Symposium, IEEE PLANS'90*, pages 359–363.

[Cui and Ge, 2003] Cui, Y. and Ge, S. (2003). Autonomous vehicle positioning with gps in urban canyon environments. *IEEE Trans. on Rob. and Aut.*, 19 :15–25.

[de Freitas et al., 2003] de Freitas, N., Dearden, R., Hutter, F., Morales-menendez, R., Mutch, J., and Poole, D. (2003). Diagnosis by a waiter and a mars explorer. In *Proceedings of the IEEE, special issue on Sequential State Estimation*, volume 92, pages 455 – 468.

[Doucet et al., 2001] Doucet, A., Gordon, N. J., and Krishnamurthy, V. (2001). Particle filters for state estimation of jump markov linear systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(3) :613–624.

[Doucet and Johansen, 2008] Doucet, A. and Johansen, A. M. (2008). A tutorial on particle filtering and smoothing : Fifteen years later. Technical report.

[Drevelle and Bonnifait, 2009] Drevelle, V. and Bonnifait, P. (2009). High integrity gnss location zone characterization using interval analysis. In *ION GNSS 2009*.

[Duquenne et al., 2005] Duquenne, F., Botton, S., Peyret, F., Bétaille, D., and Willis, P. (2005). *GPS : Localisation et navigation par satellites*. Hermès - Lavoisier.

[Durand, 2003] Durand, S. (2003). *Amélioration de la précision de la localisation différentielle temps réel par mesure de phase des systémes GNSS*. PhD thesis, IGN / LCPC Nantes - Observatoire de Paris.

[El Najjar and Bonnifait, 2003] El Najjar, M. and Bonnifait, P. (2003). A roadmap matching method for precise vehicle localization using belief theory and kalman filtering. *11th IEEE International Conference on Advanced Robotics*.

[Feng and Ochieng, 2007] Feng, S. and Ochieng, W. (2007). Integrity of navigation system for road transport. In *Proceedings of the 14th World Congress on Intelligent Transport Systems*, Beijing.

[Foelsche and Kirchengast, 2002] Foelsche, U. and Kirchengast, G. (2002). A simple "geometric" mapping function for the hydrostatic delay at radio frequencies and assessment of its performance. *Geophys Res Lett*, 29(10) :111–1.

[Fouque and Bonnifait, 2007] Fouque, C. and Bonnifait, P. (2007). Vehicle localization in urban canyons using geo-referenced data and few GNSS satellites. In IFAC, editor, *6th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles*, Toulouse, France.

[Fouque and Bonnifait, 2008] Fouque, C. and Bonnifait, P. (2008). Road navigation system monitoring using a pseudorange snapshot test. In *The International Federation of Automatic Control 17th World Congress*, volume 17, pages 7130–7135, Seoul, Korea.

[Fouque and Bonnifait, 2009a] Fouque, C. and Bonnifait, P. (2009a). Localisation sur carte 3D. In *CoGIST*, St Quay Portrieux.

[Fouque and Bonnifait, 2009b] Fouque, C. and Bonnifait, P. (2009b). On the use of 2D navigable maps for enhancing ground vehicle localization. In *IEEE/RSJ Intelligent Robots and Systems IROS2009*.

[Fox, 2001] Fox, D. (2001). Kld-sampling : Adaptive particle filters. In *In Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 14, pages 713–720. MIT Press.

[Greenfeld, 2002] Greenfeld, J. S. (2002). Matching gps observation to locations on a digital map. *Proceedings of th 81st Annual Meeting of the Transportation Research Board*.

[Guo and Langley, 2003] Guo, J. and Langley, R. B. (2003). A new tropospheric propagation delay mapping function for elevation angles down to 2˚.

[Hein et al., 2003] Hein, G. W., Martin, J.-C., Issler, J.-L., Godet, J., Erhard, P., Lucas-Rodriguez, R., and Pratt, T. (2003). Galileo frequency and signal design. *GPS World*.

[Hewitson and Wang, 2007] Hewitson, S. and Wang, J. (2007). Gnss receiver autonomous integrity monitoring with a dynamic model. *Journal of Navigation*, 60(2) :247–263. Export Date : 5 February 2008 ;Source : Scopus.

[Hofmann-Wellenhof et al., 1994] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., and Collins, J. (1994). *GPS Theory and Practice*. Springer, Austria, fifth edition.

[Hopfield, 1969] Hopfield, H. S. (1969). Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data. *Journal of Geophysical Research*, 74 :4487–4499.

[ICD-GPS-200D, 2004] ICD-GPS-200D (2004). Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces rev. D - Interface Specification. Technical report, GPS Joint Program Office.

[Ipatov and Shebshayevich, 2010] Ipatov, V. P. and Shebshayevich, B. V. (2010). Glonass cdma : Some proposals on signal formats for future gnss air interface. *Inside GNSS*, pages 46–51.

[Julier and Uhlmann, 1997] Julier, S. and Uhlmann, J. (1997). A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. In *Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls, Orlando, FL*.

[Kang et al., 2008] Kang, L., Han-Sue, T., and Hedrick, J. (2008). An enhanced gps-based vehicle positioning system through sensor fusion of digital map data. In *9th International Symposium on Advanced Vehicle Control, AVEC08*, Kobe, Japon.

[Kaplan, 1996] Kaplan, E. D. (1996). *Understanding GPS : principles and applications*. Boston.

[Kelly, 2000] Kelly, A. (2000). Some useful results for closed-form propagation of error in vehicle odometry. Technical report, CMU-RI-TR-00-20.

[Kitagawa, 1996] Kitagawa, G. (1996). Monte carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 5(1) :1–25.

[Klobuchar, 1986] Klobuchar, J. (1986). Design and characteristics of the GPS ionospheric time-delay for the single-frequency users. In *Prooceedings of PLANS'86 – Position, Location and Navigation Symposium*, pages 280–286, Las Vegas, NV.

[Lahrech et al., 2005] Lahrech, A., Boucher, C., and Noyer, J.-C. (2005). Accurate vehicle positioning in urban areas. *IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)*, 5 :486–490.

[Laneurit et al., 2005] Laneurit, J., Chapuis, R., and F., C. (2005). Accurate vehicle positioning on a numerical map. *Int. J. of Control, Automation and System*, 3(1) :15–31.

[Langley, 1991] Langley, R. (1991). The mathematics of gps. *GPS World*, 2(7) :45–50.

[Langley, 1999] Langley, R. B. (1999). Dilution of precision. *GPS World*, pages 52–59.

[Le Marchand, 2009] Le Marchand, O. (2009). *Estimation robuste de la position d'un véhicule dans un environnement complexe et mesure de l'intégrité de l'information*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiegne.

[Le Marchand et al., 2008] Le Marchand, O., Bonnifait, P., Ibañez-Guzmán, J., Peyret, F., and Bétaille, D. (2008). Performance evaluation of fault detection algorithms as applied to automotive localization. In *Proc. of the European Navigation Conference GNSS*, Toulouse, France.

[Lee et al., 2007] Lee, K. W., Wijesoma, S., and Guzman, J. I. (2007). A constrained slam approach to robust and accurate localisation of autonomous ground vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, 55(7) :527–540.

[Lucet et al., 2009] Lucet, E., Sallé, D., Canou, J., Bétaille, D., Nahimana, D. F., and Ortiz, M. (2009). Real-time 2D localization of a car-like mobile robot using dead-reckoning and GPS, with satellite masking prediction. In INRETS, editor, *Accurate Localization for land transportation. Workshop Proceedings*, number 3, Paris.

[Maged Jabbour et al., 2008] Maged Jabbour, Philippe Bonnifait, and Véronique Cherfaoui (2008). Map-Matching Integrity using Multi-Sensor Fusion and Multi- Hypothesis Road Tracking. *Journal of Intelligent Transportation Systems Technology Planning and Operations*, 12(4) :189–201.

[Misra and Enge, 2001] Misra, P. and Enge, P. (2001). *Global Positioning System : Signals, Measurements, and Performance*. Ganga-Jamuna Press, Lincoln, Massachusetts.

[Mourllion et al., 2006] Mourllion, B., Gruyer, D., and Lambert, A. (2006). Variance behavior and signification in probabilistic framework applied to vehicle localization. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 294–299.

[Niell, 1996] Niell, A. (1996). Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research*, 101(B2) :3227 – 3246.

[NIMA, 2000] NIMA (2000). World geodetic system 1984 : Its definition and relationships with local geodetic systems. Technical report, National Imagery and Mapping Agency – Departement of Defense.

[Ober, 2001] Ober, P. (2001). Sbas integrity concept. Technical Report 0.882, European Organisation for the Safety of Air Navigation.

[PEGASUS, 2004] PEGASUS (2004). Technical notes on sbas. Technical report, EUROCONTROL.

[Peyret et al., 2008] Peyret, F., Bétaille, D., Laneurit, J., and Toledo-Moreo, R. (2008). Lane-level positioning for cooperative systems using egnos and enhanced digital maps. In *ENC-GNSS (European Navigation Conference - Global Navigation Satellite Systems)*, Toulouse, France. Toulouse SPACE SHOW.

[Quddus et al., 2007] Quddus, M., Ochieng, W., and Noland, R. (2007). Current map-matching algorithms for transport applications : State-of-the art and future research directions. *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, 15(5) :312–328.

[Quddus, 2006] Quddus, M. A. (2006). *High Integrity Map Matching Algorithms for Advanced Transport Telematics Applications*. PhD thesis, Imperial College London.

[Quddus et al., 2006] Quddus, M. A., Ochieng, W. Y., and Noland, R. B. (2006). Integrity of map-matching algorithms. *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, 14(4) :283–302.

[Ristic et al., 2004] Ristic, B., Arulampalam, S., and Gordon, N. (2004). *Beyond the Kalman Filter. Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House.

[RTCA/DO-229C, 2001] RTCA/DO-229C (2001). Minimum operational performance standards for global positioning system/wide area augmentation system airborne equipment. Technical report, RTCA.

[Sandhu, 1993] Sandhu, R. S. (1993). On five definition of data integrity. In *the IFIP WG11.3 Workshop on Database Security*, Lake Guntersville Alabama.

[Schön et al., 2005] Schön, T., Gustafsson, F., and Nordlund, P.-J. (2005). Marginalized Particle Filters for Mixed Linear Nonlinear State-Space Models. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 53 :2279–2289.

[Scott, 1996] Scott, C. (1996). *Improved Positioning of Motor Vehicles Through Secondary Information Sources*. Ph.d. thesis, University of Technology, Sydney.

[Scott and Drane, 1995] Scott, C. and Drane, C. (1995). An optimal map-aided position estimator for tracking motor vehicles. *Proceeding of Vehicle Navigation and Information Systems Conference. 6th International VNIS.*

[Septentrio, 2007] Septentrio (2007). *PolarRx2e User Manual*.

[Simsky and Boon, 2003] Simsky, A. and Boon, F. (2003). Positioning algorithm for the new PolarRx2 receiver. In *11th IAIN World Congress*, Berlin, Germany.

[Smaili et al., 2008] Smaili, C., El Najjar, M., and Charpillet, F. (2008). A road matching method for precise vehicle localization using hybrid bayesian network. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 12(4).

[Sturza, 1988] Sturza, M. A. (1988). Navigation system integrity monitoring using redundant measurements. *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*, 35(4) :483–501.

[Sturza and Brown, 1990] Sturza, M. A. and Brown, A. K. (1990). Comparison of fixed and variable threshold raim algorithms. pages 437–442, NAVSYS Corp, Monument, United States.

[Sun and Cannon, 1997] Sun, H. and Cannon, M. E. (1997). Reliability of an its navigation system. *Proceedings of the ITSC Conference*, pages 1040–1046.

[Syed, 2004] Syed, S. (2004). Gps-based map matching in the pseudorange measurement domain. In *Proceedings of GNSS 2004*, Long Beach, CA. The Institute of Navigation, Fairfax, VA. Best Student Paper Award.

[Syed and Cannon, 2005] Syed, S. and Cannon, M. (2005). Map-aided gps navigation. *GPS World*, 16(11) :39–44.

[Taylor and Blewitt, 1999] Taylor, G. and Blewitt, G. (1999). Virtual differential gps and road reduction filtering by map matching. *Proceedings of ION99*, pages 1675–1684.

[Taylor and Blewitt, 2006] Taylor, G. and Blewitt, G. (2006). *Intelligent Positioning : GIS-GPS Unification*. John Wiley and Sons Ltd., London, UK.

[Taylor et al., 2001] Taylor, G., Blewitt, G., Steup, D., Corbett, S., and Car, A. (2001). Road reduction filtering for gps-gis navigation. *Transactions in GIS*, 5(3) :193–207.

[Tessier et al., 2006] Tessier, C., Cariou, C., Debain, C., Chausse, F., Chapuis, R., and Rousset, C. (2006). A real-time, multi-sensor architecture for fusion of delayed observations : application to vehicle localization. In *Intelligent Transportation Systems Conference, ITSC*, pages 1316–1321.

[Teunissen, 1990] Teunissen, P. J. G. (1990). Quality control in integrated navigation systems. *IEEE Aerospace and Electronics System Magazine*, 5(7) :35–41.

[Thrun et al., 2005] Thrun, S., Burgard, W., and Fox, D. (2005). *Probabilistic Robotics*. The MIT Press.

[Thrun et al., 2001] Thrun, S., Fox, D., Burgard, W., and Dellaert, F. (2001). Robust monte carlo localization for mobile robots. *Artificial Intelligence*, 128(1-2) :99–141.

[Toledo-Moreo et al., 2010] Toledo-Moreo, R., Bétaille, D., and Peyret, F. (2010). Lane-level integrity provision for navigation and map matching with GNSS, dead reckoning and enhanced maps. *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 11(1) :100–112.

[Walter and Enge, 1995] Walter, T. and Enge, P. (1995). Weighted raim for precision approach. In *ION GPS 1995*, Palm Springs, CA, USA.

[Wevers et al., 2009] Wevers, K., Dreher, S., and Lu, M. (2009). Cooperative systems and local dynamic map concept. In Board, T. R., editor, *Transportation Research Board 88th Annual Meeting*, number 09-1331, Washington DC.

[White et al., 2000] White, C., Bernstein, D., and Kornhauser, A. (2000). Some map matching algorithms for personal navigation assistants. *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, 8(1-6) :91–108.

[Yang and Chen, 2001] Yang, M. and Chen, K.-H. (2001). Performance assessment of a non-iterative aglorithm for global positioning system (gps) absolute positioning. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*, 25 :102–106.

[Zhang et al., 2006] Zhang, J., Zhang, K., Grenfell, R., and Deakin, R. (2006). Gps satellite velocity and acceleration determination using the broadcast ephemeris. *Journal of Navigation*, 59(2) :293–305.

Annexe A

Dispositif expérimental

Tout au long de ces travaux, les approches proposées ont été évaluées en utilisant des données réelles. Ces données ont été acquises au cours d'une campagne expérimentales menées au printemps 2007. On présente ici le matériel utilisé et le jeu de données obtenu pendant cette campagne.

Le laboratoire Heudiasyc dispose de deux véhicules expérimentaux, *Strada* et *Carmen*, instrumentés pour la mise en œuvre d'applications liées au domaine de la perception dans les transports intelligents. Au cours de ces travaux, nous avons principalement utilisé *Strada*, *Carmen* n'étant alors pas totalement instrumentée. Cependant, les deux véhicules ont une architecture similaire et les capteurs de positionnement sont les mêmes.

L'acquisition des données a été réalisée via le système d'acquisition *DBITE* développé au sein du laboratoire dans le cadre du projet européen *Roadsense*. Les données de chaque capteur sont datées relativement à l'horloge interne de l'ordinateur d'acquisition [1]. Cette datation permet de rejouer les données dans des conditions temps-réel sur un autre ordinateur, ce qui permet le développement des applications hors du véhicule. On dispose également d'outil permettant l'export des données en vue d'une utilisation dans une application tierce.

1 Capteurs proprioceptifs

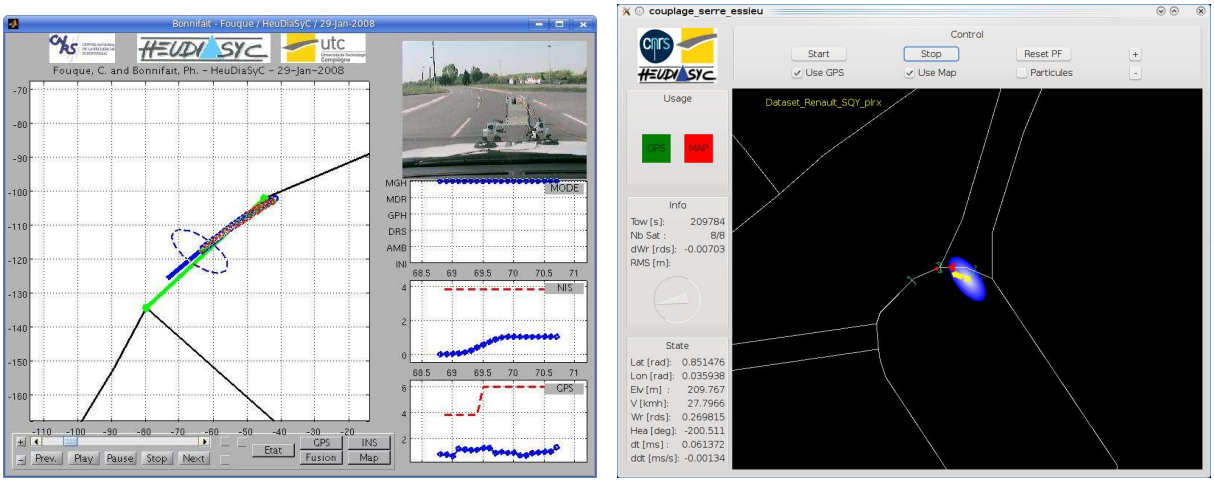
Carmen et *Strada* diffèrent principalement au niveau des capteurs proprioceptifs. En effet, sur *Carmen*, on accède directement à l'odométrie du véhicule à travers le bus CAN. Dans le cas de Strada, les capteurs suivants ont été utilisés :

- **4 capteurs ABS :** ils fournissent une estimation de la vitesse et du déplacement de chaque roue cadencée à 100 Hz.
- **Codeur d'angle au volant :** mesure angulaire cadencée à 100 Hz. Ces données n'ont pas été exploitées suite à un défaut de calibrage.
- **Gyromètre KVH Ecore2000 :** Gyromètre à fibre optique qui fournit une estimation de la vitesse de lacet et du déplacement angulaire. Il est également cadencé à 100 Hz. La dérive d'un tel capteur

1. La datation DBITE est donc une datation en temps UNIX.

FIGURE A.1 – Véhicules expérimentaux : *Carmen* –gauche– et *Strada* –droite–.

FIGURE A.2 – Système d'acquisition temps-réel de *Strada*.



(a) Application Matlab (b) Application C++

FIGURE A.3 – Applications développées au cours de ces travaux.

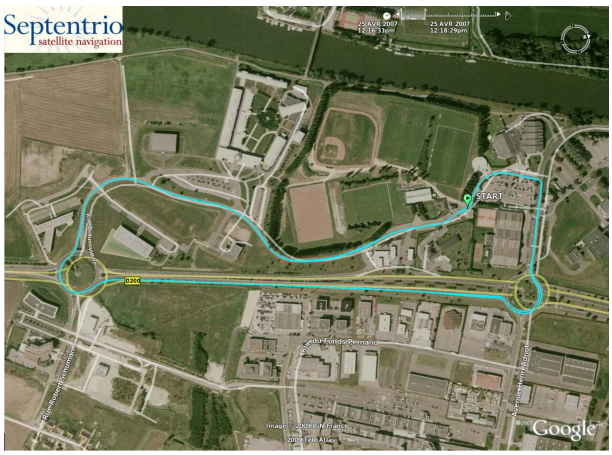


FIGURE A.4 – Trajectoire enregistrée par le PolaRx2e.

peut être négligée. Nous en avons pourtant tenu compte dans nos développements afin de conserver une approche générique permettant d'exploiter des gyromètres MEMS.

2 Capteurs extéroceptifs

On introduit à présent les capteurs extéroceptifs utilisés.

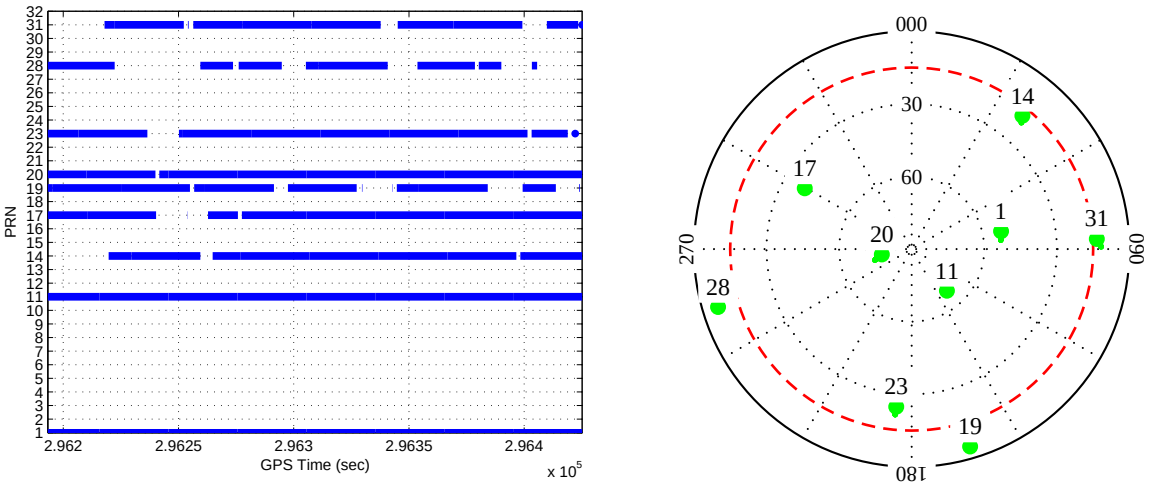
- **Sony DFW-VL500 :** Caméra CCD montée au niveau du rétroviseur intérieur. Enregistre la scène à l'avant du véhicule. Les images enregistrées sont compressées avec pertes – 320px $\times$ 240px, jpeg, 15 imgs/s –.
- **Trimble T5700 :** Station DGPS RTK montée dans le véhicule pour établir la trajectoire de référence. Enregistrement des données brutes sur L1/L2 dans la mémoire interne et datation des trames NMEA .
- **Septentrio PolaRx2e :** Récepteur GPS L1/L2 entièrement paramétrable permettant l'acquisition en temps-réel des données brutes GPS : mesures sur L1/L2, message de navigation binaire ou décodé. Il fournit également les données EGNOS/WAAS sous diverses formes : binaires, décodées, ou corrections calculées, et permet l'utilisation du réseau SiSNET pour compenser la perte de visibilité des satellites SBAS. Les données ont été enregistrées à 10Hz au format Rinex, l'interface DBITE n'étant pas finalisée et testée au moment de la réalisation du jeu de données.

3 Jeu de données

On introduit à présent le jeux de données exploité pour valider les méthodes proposées dans ce mémoire. Les enregistrements ont été réalisés le 27 avril 2007 à 12h (UTC) dans une zone urbaine peu dense, permettant d'obtenir une bonne visibilité. La trajectoire de référence a été obtenue en mode "DGPS PPK multi-bases" à 10Hz grâce au logiciel grâce au logiciel *Trimble Total Control* et aux données des stations de base du réseau Orpheon. En l'absence d'interface DBITE, nous avons choisi d'aborder le problème d'un point de vue synchrone, pour éliminer les problèmes liés à la fusion asynchrone sous *Matlab*.

La principale difficulté à été de resynchroniser les données du PolaRx2e relativement aux données DBITE, puisque en l'absence d'interface la datation DBITE n'est pas disponible pour ce capteur. Les datations suivantes sont disponibles :

- PolaRx2e : Datation GPS et Datation UTC.
- T5700 : Datation GPS via les observables, datation UTC via la trame NMEA GGA, et la datation DBITE.
- Proprioceptifs : Datation DBITE uniquement.



(a) Satellites en vue au cours de l'essai (b) Skyplot

FIGURE A.5 – Configuration satellitaire durant l'essai

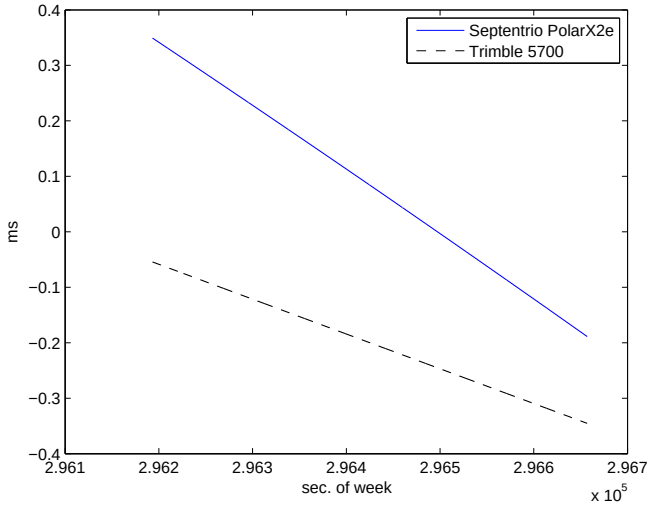


FIGURE A.6 – Décalage d'horloge pour le PolaRx2e et le Trimble 5700.

Le vecteur de temps de référence a été construit en temps GPS afin de faciliter le recalage des données et de la trajectoire de référence. Il a été interpolé à 10Hz, de façon à obtenir la plage de données la plus longue possible. On obtient ainsi un vecteur de temps régulier et définit à la dixième de seconde entière.

Dans ces conditions, le recalage des données en provenance du PolaRx2e et de la trajectoire de référence sont simplifiés. Afin de ne pas altérer les mesures, nous avons choisi une approche de type “plus proche voisin” pour déterminer les index temporels de la référence et du PolaRx2e. Au vue de l’ordre de grandeur des dérives d’horloges du PolaRx et du 5700 –Cf figure A.6– , elles ont été négligées.

Le recalage des données proprioceptives est plus complexe, puisque ces données ne sont pas datées en temps GPS mais avec l’horloge du PC embarqué horloge qui est soumise à une dérive importante. La trame GGA du T5700 fournit une double datation en temps UTC et temps DBITE, ce qui permet d’obtenir une équivalence entre le temps GPS et le temps DBITE. En interpolant aux instants de référence, on détermine le temps DBITE correspondant indépendamment de la dérive de l’horloge du PC d’acquisition.

Grâce au temps de référence exprimé en temps DBITE, nous pouvons recaler les données proprioceptives. Les fréquences d’acquisitions ayant un rapport 10, nous avons choisi d’interpoler les données aux instants de référence plutôt que de choisir une approche par plus proche voisin [2].

2. Exception faite bien entendu pour les images qui sont difficilement interpolables.

Annexe B

Position et vitesse d'un satellite GPS à partir du message de navigation

1 Introduction

On présente dans cette annexe le calcul de la position et de la vitesse d'un satellite à partir des éphémérides rapides transmises par les satellites GPS. Dans cet optique, on introduit quelques notions de base sur la description des orbites, ainsi que les paramètres radio-diffusés. Puis on présente le calcul de la position et du vecteur vitesse d'un satellite dans le repère terrestre WGS84.

Le terme *orbite* est communément employé pour définir la trajectoire d'un corps céleste. Les orbites sont définies par des trajectoires coniques résultant de l'intersection dans l'espace d'un plan et d'un cône et sont classées en 2 catégories :

Les orbites fermées : circulaires ou elliptiques –cf Figure B.1–. Le satellite reste en permanence sous l'influence du champ gravitationnel du corps céleste.

Les orbites ouvertes : paraboliques ou hyperboliques. Dans ce type de trajectoire, la vitesse du satellite est suffisamment élevée pour que ce dernier parvienne à se libérer du champ gravitationnel.

Afin d'assurer une visibilité minimale de 4 satellites à 15° d'élévation minimum en tout point du globe les satellites sont répartis sur 6 plans orbitaux. Les satellites GPS évoluent sur des orbites quasi-circulaires de type *MEO* ayant pour caractéristique :

- Plan orbital : inclinaison de $\approx 55^{\circ}$ par rapport au plan équatorial.
- Altitude : $\approx 20.200km$
- Période de révolution : $\approx 11^{h}57$, exactement une demi-journée sidérale.

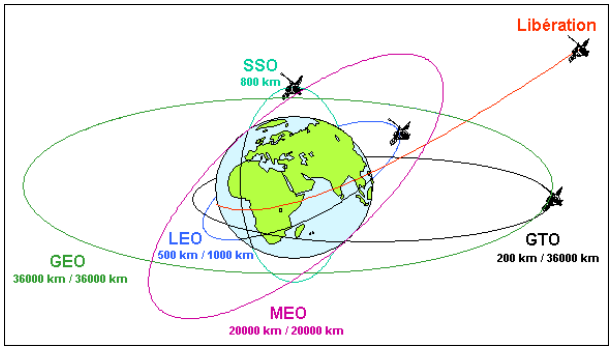


FIGURE B.1 – Quelques exemples d'orbites : les valeurs indiquées correspondent aux altitudes du périgée et de l'apogée (*Copyright : CNES, Direction des lanceurs, Christophe Bonnal*)

Paramètre	*Unité*	*Description*
T_{oe}	[w,s]	Temps GPS de référence pour l'éphéméride
A	$\sqrt{m}$	Racine carrée du demi-grand axe de l'ellipse
e	-	Excentricité de l'ellipse
M_0	rad	Anomalie moyenne à T_{oe}
Ω_0	rad	Longitude du noeud ascendant à T_{oe}
I_0	rad	Inclinaison du plan orbital à T_{oe}
ω	rad	Argument du périgée
$\dot{\Omega}$	rad/s	Variation de la longitude du noeud ascendant
$\dot{I}$	rad/s	Variation de l'inclinaison du plan orbital
Δn	rad/s	Correction du mouvement moyen
cis,*cic*	rad	Paramètres de correction de l'inclinaison
cus,*cuc*	rad	Paramètres de correction de l'argument de la latitude
crs,*crc*	rad	Paramètres de correction du rayon

TABLE B.1 – Paramètres radio-diffusés utilisés pour calculer la position d'un satellite GPS

2 Paramètres keplerien d'une orbite

Pour permettre aux utilisateurs de calculer sa position, chaque satellite émet une éphéméride composée d'un almanach, les paramètres kepleriens décrivant son orbite, et des paramètres de correction Les paramètres ont une durée de validité limitée à deux heures et sont calculés à l'instant médian de la fenêtre par le centre de contrôle. Le Tableau B.1 regroupe les paramètres utilisés dans le cadre d'une résolution de la position d'un satellite GPS. La première étape est d'exprimer les paramètres kepleriens à partir des données de navigation radio-diffusées décrites par le Tableau B.1. Chaque paramètre est décrit par une interpolation à l'instant d'émission du signal t_e.

2.1 Écart de temps

L'écart de temps Δt permet de réaliser l'interpolation et vérifier la validité de l'éphéméride reçue. Il décrit la différence de temps entre l'instant d'émission t_e et l'instant de calcul des paramètres T_{oe}. On a donc :

$$\Delta t = t_e - T_{oe} = 604800 \cdot (w_e - w_{oe}) + (s_e - s_{oe}) \tag{B.1}$$

avec w le numéro de la semaine GPS, et s le temps écoulé depuis le début de la semaine GPS, exprimé en seconde. Si $|\Delta t| > 3600s$ alors l'éphéméride utilisée n'est plus valable.

2.2 Expression des paramètres kepleriens

2.2.1 Caractérisation de la trajectoire elliptique

Les satellites GPS évoluent suivant des orbites kepleriennes, c'est à dire des orbites dont l'un des foyers est le centre de la Terre. Leur mouvement est décrit par une équation différentielle d'ordre 2 découlant des lois de Newton en négligeant la masse du satellite :

$$\ddot{X}_{orb} = \frac{G \cdot M_e}{r} \cdot X_{orb} = 0 \tag{B.2}$$

Où G est la constante de gravité universelle, M_e la masse de la Terre et $r = \|X_{orb}\|$.

Le mouvement angulaire moyen d'un satellite s'exprime grâce à la troisième loi de Kepler et d'un terme de correction radio-diffusé :

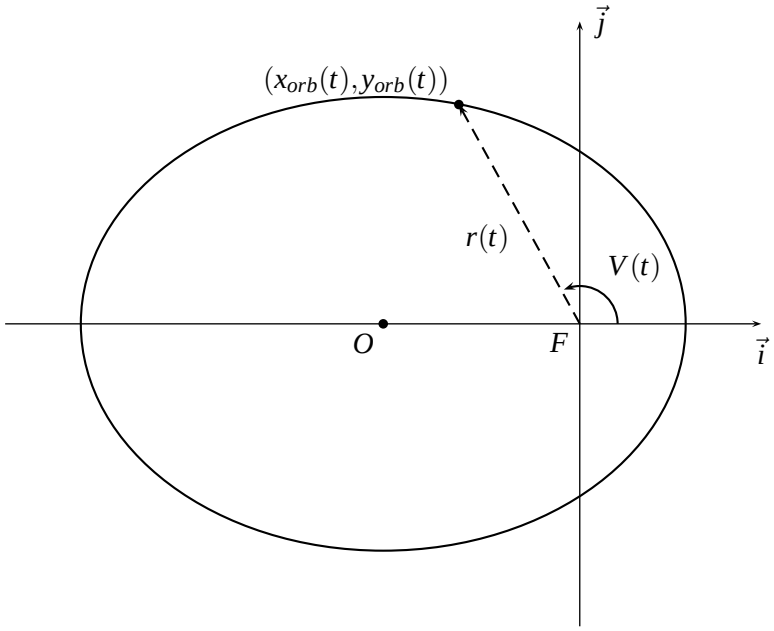


FIGURE B.2 – Position du satellite dans le plan orbital

$$n = \frac{\sqrt{\mu_{grav}}}{a^3} + \Delta n \tag{B.3}$$

où a est le demi-grand axe de l'ellipse. On l'obtient à partir des éphémérides radio-diffusées : $a = A^2$.

La position d'un satellite sur son orbite est décrite par l'anomalie moyenne, notée M, qui s'obtient à partir du mouvement moyen et des paramètres radio-diffusés :

$$M = M_0 + n \cdot \Delta t \tag{B.4}$$

A partir de l'anomalie moyenne, nous pouvons déterminer l'anomalie excentrique, notée E, qui définie l'angle entre la direction du périgée et la position du satellite projetée sur le cercle englobant , mesuré au centre de ce dernier. Elle s'obtient de façon itérative :

$$M = E - e \cdot \sin E \tag{B.5}$$

Avec e l'excentricité de l'ellipse.

On détermine également l'anomalie vraie (notée V) qui définie l'angle entre la position du satellite sur l'ellipse et la direction du périgée, exprimé au foyer de l'ellipse. Elle s'obtient à partir de l'anomalie excentrique suivant la relation :

$$\tan V = \frac{\sqrt{1-e^2} \cdot \sin E}{\cos E - e} \tag{B.6}$$

2.2.2 Caractérisation du plan orbital

L'orientation du plan orbital est définie par trois angles.

Argument du périgée Il définit l'angle entre la ligne des noeuds [1] et la direction du périgée [2] de la trajectoire du satellite. Il est noté ω et s'obtient directement à partir des éphémérides radio-diffusées. On définit également l'argument de la latitude ψ qui s'écrit comme :

1. Ligne reliant le noeud ascendant et le noeud descendant
2. Point de l'orbite le plus proche de la terre

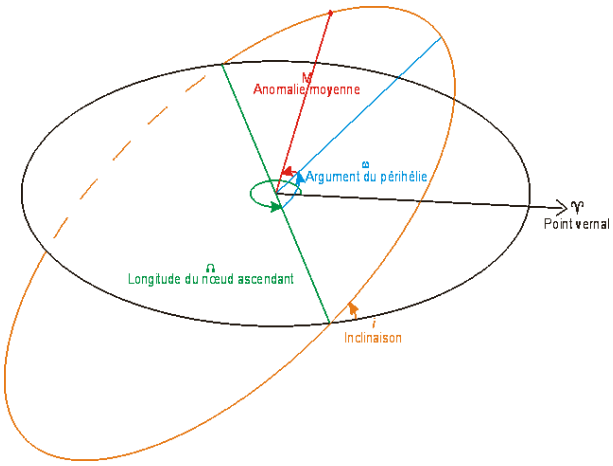


FIGURE B.3 – Caractérisation du plan orbital (*Copyright : Wikimedia*)

$$\psi = V + \omega + \Delta\psi \tag{B.7}$$

et qui sera utilisé pour calculer les corrections à appliquer aux paramètres orbitaux.

L'argument de la latitude permet de calculer la position orbitale dans le repère définit par la norme ICD-GPS-200c. Il diffère du repère naturel car l'axe i est défini par le nœoeud ascendant plutôt que par le périgée. Ceci correspond à une rotation de ω des coordonnées orbitales naturelles. Les éphémérides radio-diffusées nous fournissent les paramètres permettant de calculer la correction $\Delta\psi$ à appliquer à l'argument de la latitude :

$$\Delta\psi = cuc \cdot \cos 2\psi + cus \cdot \sin 2\psi \tag{B.8}$$

Inclinaison Elle est définie par l'angle entre plan orbital et le plan de référence (ici le plan équatorial). L'inclinaison I s'obtient comme :

$$I = I_0 + \dot{I} \cdot \Delta t + \Delta I \tag{B.9}$$

On détermine également le terme de correction ΔI de l'inclinaison du plan orbital :

$$dI = cic \cdot \cos 2\psi + cis \cdot \sin 2\psi \tag{B.10}$$

Longitude du nœoeud ascendant Elle définit l'angle entre l'axe i du plan de référence et la direction définie par le nœoeud ascendant [3]. La longitude du nœoeud ascendant est définit comme :

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} \cdot \Delta t \tag{B.11}$$

3 Position du satellite

3.1 Position dans le plan orbital

La position du satellite dans le plan orbital s'obtient en assimilant localement la trajectoire à une trajectoire circulaire de rayon r exprimée en coordonnées polaires. Soit :

3. Point où le satellite passe du sud au nord du plan équatorial

$$X_{orb} = r \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi \\ \sin\psi \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.12}$$

Avec le rayon r qui s'obtient à partir des paramètres orbitaux :

$$r = a \cdot (1 - e \cdot \cos E) + \Delta r \tag{B.13}$$

où Δr permet de corriger les perturbations et s'exprime à partir des données radio-diffusées :

$$\Delta r = crc \cdot \cos 2\psi + crs \cdot \sin 2\psi \tag{B.14}$$

3.2 Position dans le repère ECEF

La position du satellite dans le repère $ECEF(t_e)$ s'exprime alors par un changement de repère. La transformation est définie par la composition de trois rotation :

$$X_s^{ECEF(t_e)}(t_e) = R_k(-\Omega_c) \cdot R_i(-I) \cdot X_{orb} \tag{B.15}$$

Avec Ω_c la longitude du nœoeud ascendant dans le repère $ECEF(t_e)$. C'est à dire compensant la rotation du référentiel *ECEF*. Soit :

$$\begin{aligned} \Omega_c &= \Omega - \dot{\omega}_{earth} \cdot t_e & \text{(B.16)} \\ &= \Omega_0 + \left(\dot{\Omega} - \dot{\omega}_{earth}\right) \cdot \Delta t - \dot{\omega}_{earth} \cdot T_{oe} & \text{(B.17)} \end{aligned}$$

où $\dot{\omega}_{earth}$ désigne la vitesse de rotation de la terre et est supposée constante ($\dot{\omega}_{earth} = 7,2921151467 \cdot 10^{-5} rad.s^{-1}$).

Avec la composition de rotations qui est définie par la matrice :

$$R_k(-\Omega_c) \cdot R_i(-I) = \begin{bmatrix} \cos\Omega_c & -\sin\Omega_c \cos I & \sin\Omega_c \sin I \\ \sin\Omega_c & \cos\Omega_c \cos I & -\cos\Omega_c \cos I \\ 0 & \sin I & \cos I \end{bmatrix} \tag{B.18}$$

On la note R_{ik} dans la suite.

4 Vecteur vitesse du satellite

4.1 Vitesse dans le plan orbital

On exprime en premier lieu le vecteur vitesse du satellite dans le plan orbital. Il s'obtient en dérivant l'expression (B.12) :

$$\dot{X}_{orb} = \begin{bmatrix} \dot{r} \cdot \cos\psi - \dot{\psi} \cdot r \cdot \sin\psi \\ \dot{r} \cdot \sin\psi + \dot{\psi} \cdot r \cdot \cos\psi \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.19}$$

Pour exprimer le vecteur vitesse, nous devons donc déterminer la variation de rayon $\dot{r}$ et la variation de l'argument de la latitude $\dot{\psi}$.

Variation de l'argument de la latitude La variation de l'argument s'obtient en dérivant l'équation (B.7) ainsi que le terme de correction définit par l'équation (B.8). On suppose ω constant, d'où :

$$\dot{\psi} = \dot{V} + \dot{\Delta\psi} \tag{B.20}$$

Ce qui nous donne :

$$\dot{\psi} = \dot{V} \cdot [1 - 2\,(cuc \cdot \sin 2\psi - cus \cdot \cos 2\psi)] \tag{B.21}$$

Avec $\dot{V}$ qui s'exprime grâce à la seconde loi de Kepler [Zhang et al., 2006] :

$$\dot{V} = \frac{a \cdot n}{r^2} \cdot \sqrt{1 - e^2} \tag{B.22}$$

Variation du rayon La variation de rayon s'obtient par dérivation de l'équation (B.13). On obtient ainsi :

$$\dot{r} = a.e.\sin E.\dot{E} + \dot{\Delta r} \tag{B.23}$$

Avec $\dot{E}$ qui découle de la dérivation de l'équation (B.5) :

$$\dot{M} = (1 - e.\cos E)\,.\dot{E} \tag{B.24}$$

D'où :

$$\dot{E} = \frac{n}{1 - e.\cos E} \tag{B.25}$$

Il faut également dériver le terme de correction Δr :

$$\dot{\Delta r} = -2\,(crc \cdot \sin 2\psi - crs \cdot \cos 2\psi)\,\dot{V} \tag{B.26}$$

Ce qui donne l'expression de la variation de rayon :

$$\dot{r} = \frac{a \cdot n \cdot e}{1 - e.\cos E} \cdot \sin E - 2\,(crc \cdot \sin 2\psi - crs \cdot \cos 2\psi)\,\dot{V} \tag{B.27}$$

4.2 Vecteur vitesse dans le repère ECEF

Le vecteur vitesse $V_s^{ECEF(t_e)}(t_e)$ est nécessaire pour exploiter les mesures de Doppler. Il s'obtient en dérivant la position du satellite décrite par l'équation (B.15) :

$$V_s^{ECEF(t_e)}(t_e) = \dot{R}_{ik} \cdot X_{orb} + R_{ik} \cdot \dot{X}_{orb} \tag{B.28}$$

Pour exprimer le vecteur ECEF, il reste à dériver la matrice R_{ik} définit par l'équation (B.18) :

$$\dot{R}_{ik} = \begin{bmatrix} -\dot{\Omega}_c \cdot \sin\Omega_c & -\dot{\Omega}_c \cdot \cos I \cdot \cos\Omega_c + \dot{I} \cdot \sin I \cdot \sin\Omega_c & \dot{\Omega}_c \cdot \sin I \cdot \cos\Omega_c + \dot{I} \cdot \cos I \cdot \sin\Omega_c \\ \dot{\Omega}_c \cdot \cos\Omega_c & \dot{\Omega}_c \cdot \cos I \cdot \sin\Omega_c - \dot{I} \cdot \sin I \cdot \cos\Omega_c & \dot{\Omega}_c \cdot \sin I \cdot \sin\Omega_c - \dot{I} \cdot \cos I \cdot \cos\Omega_c \\ 0 & \dot{I} \cdot \cos I & -\dot{I} \cdot \sin I \end{bmatrix} \tag{B.29}$$

Avec $\dot{\Omega}_c$ qui est obtenu par dérivation de l'expression (B.17) :

$$\dot{\Omega}_c = \dot{\Omega} - \dot{\omega}_{earth} \tag{B.30}$$

Paramètre	*Unité*	*Description*
T_{oc}	[w,s]	Temps GPS de référence pour les paramètres d'horloge
$a_{f,0}$	s	Décalage d'horloge estimée à T_{oc}
$a_{f,1}$	$s.s^{-1}$	Dérive de l'horloge estimée à T_{oe}
$a_{f,2}$	$s.s^{-2}$	Accélération de la dérive d'horloge estimée à T_{oc}

TABLE B.2 – Paramètres radio-diffusés utilisés pour déterminer la dynamique de l'horloge d'un satellite.

D'après les auteurs de [Zhang et al., 2006], la variation de l'inclinaison du plan orbital $\dot{I}$ est négligeable devant la variation de la longitude du nœud ascendant. Il est donc possible de simplifier l'expression de la matrice $\dot{R}_{ik}$:

$$\dot{R}_{ik} = \begin{bmatrix} -\dot{\Omega}_c \cdot \sin\Omega_c & -\dot{\Omega}_c \cdot \cos I \cdot \cos\Omega_c & \dot{\Omega}_c \cdot \sin I \cdot \cos\Omega_c \\ \dot{\Omega}_c \cdot \cos\Omega_c & \dot{\Omega}_c \cdot \cos I \cdot \sin\Omega_c & \dot{\Omega}_c \cdot \sin I \cdot \sin\Omega_c \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{B.31}$$

Ce qui va permettre d'alléger le traitement en temps réel sans perdre en précision numérique.

5 Paramètres d'horloges du satellite

Pour réaliser le calcul de position et de vitesse, il faut tenir compte de la dynamique de l'horloge du récepteur et des satellites. Si la dynamique de l'horloge du récepteur est inconnue, ce n'est pas le cas de celle des satellites. On introduit ici le calcul de la dynamique de l'horloge à l'instant d'émission t_e.

Comme pour les paramètres orbitaux, les paramètres d'horloges sont interpolés et s'expriment sous la forme d'un polynôme d'ordre 2. Les paramètres sont calculés par rapport à une instant de référence T_{oc} fournit dans les éphémérides. On pose Δt_c la différence entre l'instant d'émission t_e et l'instant de référence T_{oc} :

$$\Delta t_c = t_e - T_{oc} = 604800 \cdot (w_e - w_{oc}) + (s_e - s_{oc}) \tag{B.32}$$

avec w le numéro de la semaine GPS, et s le temps écoulé depuis le début de la semaine GPS, exprimé en seconde.

Nous pouvons ainsi exprimé la dérive d'horloge du satellite à l'instant d'émission du signal. Il s'exprime sous la forme :

$$dt_s(t_e) = \sum_{n=0}^{2} a_{f,n} \cdot (\Delta t_c)^n \tag{B.33}$$

$$= a_{f,0} + a_{f,1} \cdot \Delta t_c + a_{f,2} \cdot (\Delta t_c)^2 \tag{B.34}$$

La dérive d'horloge du satellite, notée $\dot{dt}_s$, s'obtient simplement sous la forme :

$$\dot{dt}_s(t_e) = \sum_{n=1}^{2} n \cdot a_{f,n} \cdot (\Delta t_c)^{n-1} \tag{B.35}$$

$$= a_{f,1} + 2 \cdot a_{f,2} \cdot \Delta t_c \tag{B.36}$$

Annexe C

Calcul des jacobiennes du filtre de Kalman Étendu

Cette annexe rappelle les équations fondamentales du filtrage de Kalman étendu. On introduit également le détail des calculs des différentes matrices jacobiennes rencontrées au cours de ces travaux.

1 Filtrage de Kalman Étendu

Le Filtre de Kalman Étendu, ou EKF, est largement utilisé dans de nombreux domaines de part sa facilité de mise en œuvre. Au même titre que l'Unscented Kalman Filter [Julier and Uhlmann, 1997], il réalise une extension du Filtre de Kalman pour l'estimation des modèles non-linéaires. De la même façon, il repose sur l'idée que les données peuvent être exprimée par une densité de probabilité gaussienne. L'état est donc estimé par ses deux premiers moments statistiques : la moyenne et la covariance associée.

L'EKF est un observateur d'état bayésien qui se base sur les équations de récurrence bayésiennes suivantes :

$$\begin{cases} \text{Estimation :} & p\left(x_k \mid y_{1:k}, u_{1:k}\right) = p\left(y_k \mid x_k, y_{1:k-1} u_{1:k}\right) \dfrac{p\left(x_k \mid y_{1:k-1}, u_{1:k}\right)}{p\left(y_k \mid y_{1:k-1}, u_{1:k}\right)} \\ \text{Prédiction :} & p\left(x_k \mid y_{1:k-1}, u_{1:k}\right) = \int p\left(x_k \mid x_{k-1}, y_{1:k-1}, u_{1:k}\right) \cdot p\left(x_{k-1} \mid y_{1:k-1}, u_{1:k}\right) \cdot dx_{k-1} \end{cases} \tag{C.1}$$

1.1 Principe

On souhaite réaliser l'estimation d'un système de type :

$$\begin{cases} x_{k+1} & = f\left(x_k, u_k\right) + \alpha_k \\ y_k & = g\left(x_k, u_k\right) + \beta_k \end{cases} \tag{C.2}$$

où x_k décrit l'état du système, y_k les mesures et u_k les entrées. $f(\cdot)$ est une fonction non-linéaire sur $\mathbb{R}^n$ décrivant l'évolution des états entre deux pas d'échantillonnage. De même, $g(\cdot)$ est une fonction non-linéaire sur $\mathbb{R}^m$ liant les états aux observations.

On suppose pour cela les bruits de modèle gaussiens centrés (idem pour les bruits de mesure) :

$$\begin{cases} \alpha_k & \sim \mathcal{N}\left(0, Q_\alpha\right) \\ \beta_k & \sim \mathcal{N}\left(0, Q_\beta\right) \end{cases} \tag{C.3}$$

On suppose également l'état initial $x_0$connu et déterminé par une gaussienne :

$$x_0 \sim \mathcal{N}(\mu_0, \Sigma_0) \tag{C.4}$$

Pour obtenir l'estimation de l'état au pas k, l'état estimé au pas $k-1$ est propagé à travers le modèle d'état puis est recalé par rapport aux mesures. Afin de propager la covariance, le modèle est linéarisé autour d'un point de fonctionnement : il s'agit donc d'un filtre sous-optimal.

1.2 Prédiction de l'état

On suppose l'état à l'instant $k-1$ décrit par une densité de probabilité gaussienne de moyenne $\mu_{k-1|k-1}$ et de variance $\Sigma_{k-1|k-1}$ connue. Soit :

$$p(x_{k-1} \mid y_{1:k-1}, u_{1:k}) \simeq \mathcal{N}\left(\mu_{k-1|k-1}, \Sigma_{k-1|k-1}\right) \tag{C.5}$$

Pour obtenir l'état prédit $< \mu_{k|k-1}, \Sigma_{k|k-1} >$, on propage l'état estimé à $k-1$ à travers le modèle d'état :

$$\begin{cases} \mu_{k|k-1} & = f\left(\mu_{k-1|k-1}, u_k\right) \\ \Sigma_{k|k-1} & = F \cdot \Sigma_{k-1|k-1} \cdot F^t + Q_\alpha \end{cases} \tag{C.6}$$

avec f le modèle d'évolution du système et F la matrice jacobienne associée calculée au point de linéarisation :

$$F = \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_{x=\mu_{k|k}} \tag{C.7}$$

1.3 Estimation de l'état

On estime maintenant l'état à l'instant courant k :

$$p(x_k \mid y_{1:k}, u_{1:k}) \simeq \mathcal{N}\left(\mu_{k|k}, \Sigma_{k|k}\right) \tag{C.8}$$

L'estimation de l'état courant s'obtient en recalant l'état prédit $< \mu_{k|k-1}, \Sigma_{k|k-1} >$ par les mesures :

$$\begin{cases} \mu_{k|k} & = \mu_{k|k-1} + K\left(y_k - g\left(\mu_{k|k-1}, u_k\right)\right) \\ \Sigma_{k|k} & = (\mathrm{I} - K \cdot G) \cdot \Sigma_{k|k-1} \end{cases} \tag{C.9}$$

où g représente le modèle d'observation associé aux données, et G la matrice jacobienne associée calculée au point de linéarisation :

$$G = \left.\frac{\partial g(x)}{\partial x}\right|_{x=\mu_{k|k-1}} \tag{C.10}$$

On définit également le gain de Kalman K qui s'exprime sous la forme :

$$K = \Sigma_{k|k-1} \cdot G^t \cdot \left(G \cdot \Sigma_{k|k-1} \cdot G^t + Q_\beta\right)^{-1} \tag{C.11}$$

2 Matrice jacobienne pour les modèles d'observation standard

On détaille dans cette section les expressions des matrices jacobiennes obtenues dans le chapitre II. Ces détails concernent principalement les matrices jacobiennes pour les observables GPS : la mesure de pseudodistance et la mesure de Doppler. Afin d'alléger les notations, on ne considère qu'un seul satellite et l'identifiant est omis. On omet également l'indice d'échantillonnage. On explicite les matrices jacobiennes relatives aux modèles d'observation non-contraint établit au chapitre II et utilisés pour la résolution aux moindres carrés.

On rappelle que le vecteur d'état tient compte à la fois la position et la vitesse du récepteur :

$$X^u = \begin{bmatrix} x & y & z & d & \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \dot{d} \end{bmatrix}^t \tag{C.12}$$

Et H la ligne correspondante de la matrice jacobienne :

$$H = \frac{\partial g(X^u)}{\partial X^u} \tag{C.13}$$

2.1 Mesure de pseudodistance

Pour un satellite, la mesure de pseudodistance est donnée par la distance géométrique entre le satellite et le récepteur augmentée de l'allongement dû au décalage d'horloge :

$$g(X^u) \quad = \quad \|X^u - X^s\| + d \tag{C.14}$$

La composante relative au temps s'obtient simplement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = 1 \tag{C.15}$$

On exprime à présent les composantes relatives à la position du récepteur :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial X^u} &= \frac{\partial}{\partial X^u}\left(\|X^u - X^s\|\right) && \text{(C.16)} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \left\|X^u - X_k^s\right\|} \cdot \frac{\partial}{\partial X^u}\left(\|X^u - X_k^s\|^2\right) && \text{(C.17)} \\ &= \frac{(X^u - X^s)}{\left\|X^u - X_k^s\right\|} && \text{(C.18)} \end{aligned}$$

En posant u_{los} le vecteur ligne de vue entre le récepteur et le satellite et qui s'exprime comme :

$$u_{\text{los}} = \frac{X^u - X^s}{\|X^u - X^s\|} \tag{C.19}$$

On obtient alors la matrice jacobienne associée au modèle de pseudodistance en fonction du vecteur ligne de vue.

$$H = \begin{bmatrix} u_{\text{los},x} & u_{\text{los},y} & u_{\text{los},z} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{C.20}$$

2.2 Mesure de Doppler

Pour un satellite donné, la mesure de Doppler correspond à la projection du vecteur de la vitesse relative sur la ligne de vue entre le satellite et le récepteur sur u_{los} :

$$\dot{\rho} = (V^u - V^s) \bullet u_{\text{los}} + \dot{d} \tag{C.21}$$

Où $\bullet$ représente le produit scalaire de deux vecteurs.

L'expression de la ligne correspondante est plus complexe, puisqu'il faut tenir compte du couplage position–vitesse. La dérivée partielle de la mesure de Doppler par rapport à la vitesse du récepteur est directe. Il en est de même pour la dérivée partielle relative à la dérive d'horloge. On obtient :

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial V^u} = u_{\text{los}} \text{ et } \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \dot{d}} = 1 \tag{C.22}$$

En revanche, la dérivée partielle par rapport à la position est plus complexe. En effet, elle s'exprime à partir de la dérivée du vecteur ligne de vue :

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial X^u} = (V^u - V^s) \bullet \frac{\partial}{\partial X^u} \left(\frac{X^u - X_k^s}{\left\| X^u - X_k^s \right\|} \right) \tag{C.23}$$

En appliquant la forme canonique $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial X^u} \left(\frac{X^u - X_k^s}{\left\| X^u - X_k^s \right\|} \right) = \frac{I_{3\times 3}}{\left\| X^u - X_k^s \right\|} - \frac{u_{\text{los}} \bullet u_{\text{los}}}{\left\| X^u - X_k^s \right\|} \tag{C.24}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial X^u} &= (V^u - V^s) \bullet \left(\frac{I_{3\times 3}}{\left\| X^u - X_k^s \right\|} - \frac{u_{\text{los}} \bullet u_{\text{los}}}{\left\| X^u - X_k^s \right\|} \right) & \text{(C.25)} \\ &= \left(u_{\text{los}} \bullet u_{\text{los}}\right) \bullet \frac{V^u - V^s}{\left\| X^u - X^s \right\|} - \left(u_{\text{los}} \bullet \frac{V^u - V^s}{\left\| X^u - X^s \right\|} \right) \bullet u_{\text{los}} & \text{(C.26)} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne l'expression de la jacobienne pour la mesure de Doppler par rapport à la position :

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial X^u} = \left[u_{\text{los}} \times \left(u_{\text{los}} \times \frac{V^u - V^s}{\left\| X^u - X^s \right\|} \right) \right]^t \tag{C.27}$$

Où $\times$ désigne le produit vectoriel de deux vecteurs.

Au vue de cette expression et de la faible amplitude du couplage, on comprend aisément l'approximation consistant à oublier le couplage en position.

3 Matrice jacobienne pour les modèles d'observation contraints

On exprime à présent les lignes des matrices jacobiennes correspondant aux modèles contraints établis aux chapitres IV et VI. On rappelle l'expression de la position et de la vitesse contraintes par la géométrie du segment :

$$\begin{aligned} X_k^{\mathscr{I}} &= S_j^{\mathscr{I}} + \left(l_k - \sum_{i=1}^{j-1} L_i^{\mathscr{I}} \right) \cdot U_j^{\mathscr{I}} & \text{(C.28)} \\ V_k^{\mathscr{I}} &= v_k \cdot U_j^{\mathscr{I}} & \text{(C.29)} \end{aligned}$$

3.1 Modèle de pseudodistance

Dans ces travaux, nous avons considéré l'utilisation d'une contrainte 2D –Chapitre IV– et l'utilisation d'une contrainte 3D –Chapitre VI–. Le passage de la 2D à la 3D consistant à relaxer la contrainte sur la composante en *z*, on s'intéresse uniquement au cas 3D.

Le modèle est contraint en introduisant la position du véhicule sur le segment, notée $X_k^{\mathscr{I}}$, dans le modèle de pseudodistance standard. Soit :

$$\rho = \left\| X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s \right\| + d \tag{C.30}$$

avec X le vecteur d'état défini comme :

$$X = \begin{bmatrix} l & d \end{bmatrix} \tag{C.31}$$

Puisque le terme d'horloge est indépendant de la contrainte cartographique, son expression est identique à celle obtenue précédemment :

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = 1 \tag{C.32}$$

On exprime maintenant la composante de la matrice jacobienne correspondant à l'abscisse curviligne du véhicule l :

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l}\left(\left\| X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s \right\| + d\right) \tag{C.33}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot \left\| X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s \right\|} \cdot \frac{\partial}{\partial l}\left(\left(X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right)^2\right) \tag{C.34}$$

Or :

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(\left(X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right)^2\right) = 2 \cdot \left(X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right) \cdot \frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} \tag{C.35}$$

Or, d'après l'expression de la position contrainte pour le segment donné par l'équation (C.28) , on a :

$$\frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} = U_i^{\mathscr{I}} \tag{C.36}$$

On en déduit donc que la composante de la jacobienne correspondant à l est décrite par le produit scalaire de la direction de la contrainte et de la ligne de vue :

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = U_i^{\mathscr{I}} \bullet u_{\text{los}} \tag{C.37}$$

3.2 Modèle de Doppler contraint

Nous pouvons appliquer le même principe au modèle de mesure sur les Dopplers. On considère uniquement le cas de la mesure contrainte en 3D.

La composante décrivant la dérive de l'horloge n'est pas dépendante de la contrainte cartographique. Elle s'obtient simplement comme :

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \dot{d}} = 1 \tag{C.38}$$

Les composantes relative à la vitesse s'obtiennent également simplement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial v} &= \frac{\partial}{\partial v}\left(\left(V_k^{\mathscr{I}} - V_k^s\right) \bullet u_{\text{los}} + \dot{d}\right) && \text{(C.39)} \\ &= \frac{\partial V_k^{\mathscr{I}}}{\partial v} \bullet u_{\text{los}} && \text{(C.40)} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne :

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial v} = U_i^{\mathscr{I}} \bullet u_{\text{los}} \tag{C.41}$$

Nous devons maintenant calculer les composantes relative à l'abscisse curviligne.

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial l} = \left(V_k^{\mathscr{I}} - V_k^s\right) \bullet \frac{\partial u_{\text{los}}}{\partial l} \tag{C.42}$$

Le vecteur ligne de vue n'est pas constant, il dépend également de l'abscisse curviligne. Nous devons donc déterminer l'expression de la variation du vecteur ligne de vue.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{\text{los}}}{\partial l} &= \frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|}\right) && \text{(C.43)} \\ &= \frac{1}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|^2} \cdot \left[\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\| \cdot \frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} - \left(X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right) \frac{\partial \left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|}{\partial l}\right] && \text{(C.44)} \end{aligned}$$

Or, d'après l'équation (C.37), la variation de la norme s'exprime comme :

$$\frac{\partial \left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|}{\partial l} = \frac{X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|} \cdot \frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} \tag{C.45}$$

En injectant cette expression dans (C.44) :

$$\frac{\partial u_{\text{los}}}{\partial l} = \frac{1}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|^2} \cdot \left[\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\| - \frac{\left(X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right)^2}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|^3}\right] \cdot \frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} \tag{C.46}$$

En injectant cette expression dans (C.42), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial l} &= \left(V_k^{\mathscr{I}} - V_k^s\right) \bullet \frac{1}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|^2} \cdot \left[\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\| - \frac{\left(X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right)^2}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|^3}\right] \cdot \frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} && \text{(C.47)} \\ &= \left(V_k^{\mathscr{I}} - V_k^s\right) \bullet \left[\frac{1}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|} - \frac{u_{\text{los}} \bullet u_{\text{los}}}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|}\right] \cdot \frac{\partial X_k^{\mathscr{I}}}{\partial l} && \text{(C.48)} \end{aligned}$$

On retrouve ainsi une expression similaire à celle obtenue à l'équation (C.25). On en déduit donc l'expression de la composante relative à l'abscisse curviligne :

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial l} = \left[u_{\text{los}} \times \left(u_{\text{los}} \times \frac{V_k^{\mathscr{I}} - V_k^s}{\left\|X_k^{\mathscr{I}} - X_k^s\right\|}\right)\right] \bullet U_i^{\mathscr{I}} \tag{C.49}$$

4 Matrice jacobienne du modèle d'évolution

On écrit à présent la matrice jacobienne correspondant au modèle d'évolution pour le filtre de Kalman étendu proposé au chapitre V. On rappelle l'expression du vecteur d'état :

$$\begin{cases} x_{k+1} & = x_k + T_e \cdot v_k \cdot \cos\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) + \alpha_{x,k} \\ y_{k+1} & = x_k + T_e \cdot v_k \cdot \sin\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) + \alpha_{y,k} \\ z_{k+1} & = z_k + \alpha_{z,k} \\ \psi_{k+1} & = \psi_k + T_e \cdot \dot{\psi}_k + \alpha_{\psi,k} \\ v_{k+1} & = v_k + \alpha_{v,k} \\ \dot{\psi}_{k+1} & = \dot{\psi}_k + \alpha_{\dot{\psi},k} \\ d_{k+1} & = d_k + T_e . \dot{d}_k + \alpha_{d,k} \\ \dot{d}_{k+1} & = \dot{d}_k + \alpha_{\dot{d},k} \\ \delta\omega_{k+1} & = \delta\omega_k + \alpha_{\delta\omega,k} \end{cases} \tag{C.50}$$

La matrice jacobienne F_k s'exprime donc sous la forme :

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \psi_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \dot{\psi}_k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \psi_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial v_k} & \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \dot{\psi}_k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{C.51}$$

Avec les composantes relatives à l'orientation du véhicule définies par :

$$\begin{cases} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \psi_k} = & -T_e \cdot v_k \cdot \sin\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) \\ \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \psi_k} = & T_e \cdot v_k \cdot \cos\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) \end{cases} \tag{C.52}$$

On a également les composantes relatives au module de la vitesse v_k du véhicule :

$$\begin{cases} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial v_k} = & T_e \cdot \cos\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) \\ \frac{\partial y_{k+1}}{\partial v_k} = & T_e \cdot \sin\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) \end{cases} \tag{C.53}$$

Et finalement, les composantes de la matrice jacobienne relatives à la vitesse de lacet $\dot{\psi}_k$ du véhicule :

$$\begin{cases} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \dot{\psi}_k} = & -\frac{1}{2} \cdot T_e^2 \cdot v_k \cdot \sin\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) \\ \frac{\partial y_{k+1}}{\partial \dot{\psi}_k} = & \frac{1}{2} \cdot T_e^2 \cdot v_k \cdot \cos\left(\psi_k + \frac{1}{2} T_e \dot{\psi}_k\right) \end{cases} \tag{C.54}$$

Don’t Panic !