Exploitation des Mesures de Doppler pour l'amélioration du calcul de la position d'un récepteur GPS Projet Master TIS

Marinela Şerbănescu

préparé de février à août 2008 au laboratoire Heudiasyc UMR CNRS 6599

encadré par Philippe Bonnifait et Clément Fouque Présenté le 12 septembre 2008 devant le jury composé de :

Alessandro Victorino Ali Charara Philippe Bonnifait Vincent Frémont Mohamed Shawky

Remercients

Je tiens à remercier Mr. Philippe Bonnifait, professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, pour l'aide et les conseils qu'il m'a apporté tout au long du stage.

Je tiens aussi à remercier Mr. Clément Fouque. et Mr. Olivier Le Marchand pour leur suivi durant toute la durée de mon stage.

Je remercie également les membres de mon jury et toute l'équipe Véhicule Intelligent.

Un grand remerciement à ma famille et à mes amis...

Table des matières

In	Introduction 5						
1	L'ef	fet Doppler	7				
	1.1	Historique	7				
	1.2	Applications	8				
		1.2.1 Transit	8				
		1.2.2 Astronomie	9				
		1.2.3 Applications médicales	9				
		1.2.4 Radar à impulsions	10				
	1.3	Formulation du problème	11				
		1.3.1 Exemple didactique	11				
		1.3.2 Formulation mathématique	12				
	1.4	Effet Doppler Relativiste	15				
2	Systèmes de localisation par satellites 1						
	2.1	Système de coordonnées	17				
		2.1.1 Système de référence de temps et d'espace	17				
	2.2	GPS (Global Positioning System)	21				
		2.2.1 Structure opérationnelle	21				
		2.2.2 Structure des signaux GPS	23				
		2.2.3 Mesures Fournies	24				
	2.3	Les principaux postes d'erreurs qui affectent les performances	25				
		2.3.1 Dégradations militaires	25				
		2.3.2 Perturbations atmosphérique	25				
		2.3.3 Les multitrajet	26				
3	Pos	itionnement GPS avec mesure de Doppler	2 8				
	3.1	Mouvement des satellites	28				
		3.1.1 Description des orbites	29				
	3.2	Position et vitesse du satellite à l'instant d'émission	31				
	Equations régissant le problème de localisation	34					
		3.3.1 Equation d'observation associée à la pseudo-distance .	34				
		3.3.2 Equation du décalage Doppler	35				

٠.	

		3.3.3 Effet de l'horloge du récepteur	37			
		3.3.4 Equation d'observation de Doppler	37			
	3.4		38			
		3.4.1 Doppler seuls	38			
			10			
		3.4.3 Calcul de la vitesse du récepteur avec Doppler 4	10			
		3.4.4 Élimination des mesures aberrantes	11			
	3.5	Formulation du problème par la résolution du système à in-				
		verser	13			
	3.6	Méthode de Newton pour la résolution	15			
4	Experimentation 4'					
	4.1	Presentation des essais	17			
	4.2	Les effets troposphérique et ionosphérique	19			
	4.3	Doppler et élévation	19			
		4.3.1 Doppler pour un récepteur statique	60			
	4.4	Calcul de position et de vitesse	52			
		4.4.1 Experience statique	53			
		4.4.2 Experience dynamique	55			
	4.5	Detection de multi-trajet	57			
5	Cor	nclusion 6	6			
6	Bib	liographie 6	7			
7	Anı	nexe 6	9			
		7.0.1 Calcul de la matrice Jacobienne G	59			
		7.0.2 Matrice de rotation	70			

Abstract

La localisation dans un repère absolue est indispensable pour un robot mobil ou un véhicule. L'utilisation d'un système de localisation comme le GPS permet de positionner son porteur dans un repère global lié à la terre. Ce positionnement est basé sur les ondes émises par des satellites d'une constellation. La position et la vitesse de ces satellites est calculable à partir de messages de navigation.

La différence de fréquence entre le satellite et le récepteur, connue sous le nom de l'effet Doppler, est généralement utilisée pour calculer la vitesse; mais, elle peut aussi servir à calculer la position. Dans ce mémoire, nous montrons comment calculer la position et la vitesse du récepteur avec les mesures de Doppler et de pseudo-distance, en même temp, en utilisant au moins 4 satellites.

Un des problèmes des systèmes de navigation est le multi-trajet des ondes émises qui dégrade le positionnement. Lors d'un essai réel, nous avons observé des situations de multi-trajets pour lesquelles nous rapportons les mesures de Doppler. Pendant nos experiences réelles, nous avons développé une méthode pour observer les multi-trajets.

Introduction

Le GPS a été développé par le département de la défense des Etats-Unis. Ce système a initialement été créé pour l'armée des Etats-Unis, mais est actuellement utilisé par un nombre de plus en plus grand de personnes. Le premier satellite GPS a été lancé en 1978. Le système actuel est composé de la seconde génération de satellites, appelés Block II. Le département de la défense a déclaré le système GPS totalement opérationnel en 1995.

Le GPS a été utilisé dans plusieurs domaines surtout en localisation. De nombreux travaux ont exploité les performances de ce capteur. Agrawal, [5] a fusionné les données GPS avec des données images pour se localiser avec un récepteur commercial. Ding [6] a calculé la vitesse du recepteur GPS par mesure de phase. Serrano [7] filtre l'état de la voiture porteuse du GPS par un filtre de Kalman à partir des equations de Doppler. Dans son manuscrit de thèse, [1] Lehtinen utilise l'effet Doppler pour calculer la position du récepteur GPS. Pour résoudre le problème de multi-trajet, Kuusniemi [8] détecte et enlève les satellites les plus bas mise au point la localisation quand le signal est trop bruité. Petrovskyy [3] calcule la position et la vitesse du satellite et il augmente la precision en fusionnant plusieurs récepteurs.

Comme le GPS a été développé pour positionnement par pseudo-distance, il ne fait aucun doute que l'utilisation de la pseudo-distance mesurée est la façon la plus précise afin de trouver une estimation de la position du récepteur. Cependant, il arrive qu'il existe plusieurs signaux atténués. Les signaux sont si bruités que la démodulation du message de navigation est impossible. Ainsi, les mesures de pseudo-distance ne peuvent pas être utilisées. Toutefois, si les signaux sont suffisamment bons la fréquence du signal reçu peut être mesurée. Les différences de fréquence sont essentiellement provoquées par l'effet Doppler. Dans cette étude, on montre que les changements de fréquence peuvent être utilisés pour le positionnement et le calcul de la vitesse. Le problème de multi-trajet est également étudié pour les récepteurs PolaRx2@ et Ublox.

Dans le chapitre 2, on présente l'effect Doppler, comment il a été découvert, les applications où il peut être utilisé. Une description du problème avec un exemple didactique et aussi la formulation mathématique sont donnés. On fait une courte demonstration sur l'effet Doppler relativiste.

Dans le chapitre 3, les systèmes de localisation par satellites sont présentés,

ainsi que le système de reference de temps et de l'espace. Après, on donne la structure opérationnelle du GPS et les principaux postes d'erreurs qui affectent les performances de la position et de la vitesse.

Dans le chapitre 4, on fait une description du mouvement des satellites et des orbites, on donne les formules nécessaires pour calculer la position et la vitesse d'un satellite. A partir d'ici, on fournit les équations pour la position et la vitesse du récepteur en utilisant simultanément les mesures de pseudo-distance et les mesures de Doppler.

Dans le chapitre 5, on commence avec un résumé des prétentions et des décisions sur les mesures de Doppler prenant en compte les effets ionosphériques et troposphériques. On présente les résultats obtenus pour la position et la vitesse d'un récepteur statique et aussi un algorithme pour éliminer les satellites les plus bas.

Dans le chapitre 6, sont présentées les experiences pour un véhicule en mouvement et les multi-trajets rencontres en utilisant les récepteurs PolaRx2@ et Ublox.

Chapitre 1

L'effet Doppler

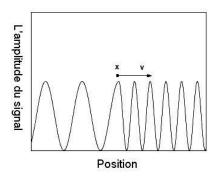
Dans ce chapitre, le phénomène physique lié à l'effet Doppler est décrit et certaines applications sont présentées. En outre, l'histoire de l'exploitation de l'effet Doppler dans la navigation par satellite est prise en compte.

1.1 Historique

L'effet Doppler a été observé par le physicien autrichien Doppler CJ (1803-1853). Le phénomène a d'abord été remarqué dans le son, mais il s'applique à tous les types de propagation des ondes.

L'effet Doppler a été proposé pour la première fois en 1842 dans la monographie "Über das farbige Licht der Doppelsterne und einige andere Gestirne des Himmels - Versuch einer das Bradleysche Theorem als integrirenden Theil in sich schliessenden allgemeineren Theorie " (Sur la couleur de la lumière des étoiles réfractaires binaires et les autres corps célestes – Tentative d'une théorie plus générale, y compris Bradley's theorem comme partie intégrante). L'hypothèse a été testée pour les ondes sonores par le chercheur néerlandais Christoph Hendrik Diederik Buys Ballot en 1845. Il a confirmé que le son a une fréquence plus élevé lorsque l'émetteur se rapproche du récepteur et inversement. Hippolyte Fizeau découvre indépendamment le même phénomène sur les ondes électromagnétiques en 1848 (en France, l'effet est parfois appelé "Effet Doppler-Fizeau").

Dans les publications de l'effet Doppler (et aussi d'Einstein dans son analyse de l'effet Doppler), on reconnaît explicitement que les formules sont approximatives car il a fait plusieurs approximations mathématiques dans sa dérivation. La dérivation de Doppler est répétée, plus ou moins textuellement dans la plupart des manuels modernes, mais souvent sans l'avertissement que les formules ne sont valables que dans certaines situations limites (souvent considérées expérimentalement). En Grande-Bretagne, John Scott Russell a fait une étude expérimentale de l'effet Doppler. En 1848, Russell a rendu son



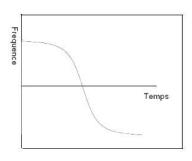


FIGURE 1.1 – Décalage de fréquence FIGURE 1.2 – Fréquence contre temps pour un émetteur mobile pour un object qui se déplace

étude de l'effet Doppler.

Une traduction en anglais de la monographie Doppler en 1842 peut être trouvée dans le livre de Alec Eden, "La recherche de Christian Doppler". Dans ce livre, Eden a estimé douteux quant à l'effet Doppler sur les conclusions de la couleur des étoiles doubles, mais il est convaincu en ce qui concerne l'effet Doppler sur les conclusions du son.

1.2 Applications

L'effet Doppler est encore principalement connu grâce à l'acoustique [1]. Un exemple de la vie quotidienne est le changement dans le ton d'une voiture quand elle passe à proximité de l'auditeur. L'effet Doppler en acoustique est largement exploité dans des applications militaires. Supposons qu'un objet bruyant (un hélicoptère par exemple) se déplace le long d'une ligne droite avec une vitesse constante. Ensuite, un capteur reçoit une fréquence qui varie avec le temps comme dans la Fig. 1.2. La forme de ce que l'on appelle l'effet Doppler en Fig. 1.1 peut être utilisée pour estimer la distance à l'objet suivi, ainsi que sa vitesse. Numériquement cela peut se faire avec un ajustement par moindres carrés. Les applications de l'effet Doppler ne sont en aucun cas limitées à l'acoustique.

1.2.1 Transit

Le système TRANSIT a été le premier système de radionavigation par satellites déclaré comme opérationnel. Conçu au début des années 60 par l'US Navy, il est resté en fonctionnement jusque en 1991. Son objectif premier était de fournir une position précise aux sous-marins lanceurs d'engins ballistiques pour permettre le recalage des systèmes de navigation inertielle,

mais il équipa également les autres bâtiments de la flotte américaine. Le système est né des mesures de Doppler effectué sur le signal radio du satellite *Spoutnik* (Oct. 1957): Connaissant la fréquence d'emission et la position du récepteur, la Navy a été en mesure de calculer l'orbite du satellite. En retournant le problème, les chercheurs de la Navy ont pu créer le premier système de positionnement par satellites.

A l'inverse des systèmes GNSS plus récents qui fonctionnent avec plusieurs satellites en simultané, le système TRANSIT se basait sur une seule mesure à la fois. La constellation étant limité à 6 satellites en orbite polaire basse, l'acquisition ne pouvait avoir lieu qu'a des moments déterminés espacé d'au moins une heure. L'acquisition se fait sur une fenêtre de deux minutes. Sur cette fenêtre, le signal Doppler est estimé connaissant une position approximative et le mouvement du satellite émetteur. En utilisant une résolution aux moindres-carrés, la position était calculée de façon à faire correspondre la mesure et la valeur estimée.

Grâce à ce système, il était possible de localiser un navire immobile avec une précision de 100m via une acquisition de deux minutes. Si les performances peuvent paraître faibles au regard des systèmes actuels, le système TRANSIT remplissait parfaitement son objectif puisqu'il permettait à un sous-marin de recaler la navigation inertielle en sortant l'antenne pendant deux minutes à intervalle régulier.

1.2.2 Astronomie

L'effet Doppler pour les ondes électromagnétiques telles que la lumière est d'une grande utilité en astronomie. Il a été utilisé pour mesurer la vitesse à laquelle les étoiles et les galaxies s'éloignent ou s'approchent de nous. L'utilisation de l'effet Doppler pour la lumière en astronomie dépend du fait que les spectres d'étoiles ne sont pas continues. Ils présentent des raies d'absorption de fréquences bien définies qui sont en corrélation avec les énergies nécessaires pour exciter les électrons dans des divers éléments d'un niveau à un autre. L'effet Doppler est reconnaissable dans le fait que les raies d'absorption ne sont pas toujours à des fréquences qui sont obtenues à partir du spectre d'une source de lumière stationnaire. Comme la lumière bleue a une fréquence plus élevée que la lumière rouge, les lignes spectrales de l'approche d'une source de lumière astronomique affichent un décalage vers le bleu et celles d'une source de lumière astronomique s'éloignant montrent un décalage vers le rouge.

1.2.3 Applications médicales

Mesure de température. Une autre utilisation de l'effet Doppler, qui se trouve surtout dans l'astronomie, est l'estimation de la température d'un gaz qui émet une raie spectrale. Grâce au mouvement thermale du gaz, chaque

émetteur peut être rouge ou bleu, légèrement décalé, et l'effet net est une extension de la ligne. Cette ligne est appelée "Doppler profil" et la largeur de la ligne est proportionnelle à la racine carrée de la température des gaz, permettant à l'effet Doppler d'être utilisé pour mesurer la température de l'émission de gaz.

L'imagerie médicale et la mesure du débit sanguin. Une échocardiographie peut, dans certaines limites, produire une évaluation précise de la direction du flux sanguin et de la vitesse du sang et le tissu cardiaque, en tout point arbitraire en utilisant l'effet Doppler. L'une des limitations est que le faisceau d'ultrasons devrait être aussi parallèle à l'écoulement de sang que possible. La mesure de vitesse permet l'évaluation de la zone de valve cardiaque, toute communication anormale entre les côtés gauche et droit du cIJur, toute fuite de sang par les vannes (régurgitation valvulaire), et le calcul du débit cardiaque.

Bien que "Doppler" est devenu synonyme de "mesure de vitesse" de l'imagerie médicale, dans de nombreux cas, ce n'est pas le décalage de fréquence (effet Doppler) du signal reçu qui est mesuré, mais le décalage de phase (quand arrive le signal reçu).

Les mesures de vitesse de la circulation sanguine sont également utilisées dans d'autres domaines de l'échographie médicale, tels que l'échographie obstétricale et la neurologie. La mesure de la vitesse du flux sanguin dans les artères et les veines basé sur l'effet Doppler est un outil efficace pour le diagnostic des problèmes vasculaires comme la sténose.

1.2.4 Radar à impulsions

Le radar est un système qui utilise les ondes radio pour détecter et déterminer la distance et/ou la vitesse d'objets tels que les avions, bateaux, ou encore la pluie. Un émetteur envoie des ondes radio qui sont réfléchies par la cible et détectées par un récepteur, souvent situé au même endroit que l'émetteur. La position est estimée grâce au temps de retour du signal et la vitesse est mesurée à partir du changement de fréquence du signal par effet Doppler.

Le radar est utilisé dans de nombreux contextes : en météorologie, pour le contrôle du trafic aérien, pour la surveillance du trafic routier, par les militaires, en astronautique, etc. Le mot lui-même est un néologisme provenant de l'acronyme anglais : RAdio Detection And Ranging, que l'on peut traduire par «détection et estimation de la distance par ondes radio » ou plus simplement « radiorepérage ».

Principaux constituants d'un radar :

 \bullet Un émetteur d'ondes électromagnétiques \Longrightarrow de quelques MHz à plusieurs GHz

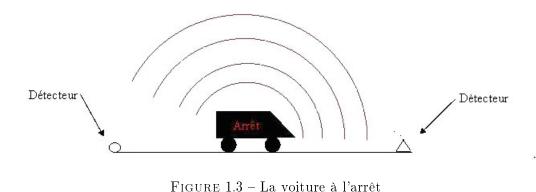


FIGURE 1.4 – Le signal d'une certaine fréquence

- Une antenne \Longrightarrow concentrateur d'énergie
- Un récepteur \Longrightarrow détection
- Un calculateur \Longrightarrow mesure de distance, de vitesse

Limitation des radars à impulsions :

- Ils n'ont pas accès directement à la vitesse instantanée du mobile
- Ils ont des difficultés pour mesurer des faibles distances
- Nécessitent des puissances crête importantes.

1.3 Formulation du problème

1.3.1 Exemple didactique

Pour comprendre l'effect Doppler, on va se placer dans le cas des ondes sonores. Il existe un exemple très simple pour illustrer ce phénomène : considérons une voiture dont on fait fonctionner le klaxon régulièrement. Les ondes sonores (c'est-à-dire les sons) se propagent à une vitesse v_{son} . On place deux détecteurs sonores (triangle et cercle) devant et derrière elle.

Dans un premier temps, la voiture est à l'arrêt comme en Fig.1.3, [Flo]. Les ondes sonores sont émises dans toutes les directions. Les deux détecteurs reçoivent donc le même signal (mais pas obligatoirement en même temps). La fréquence du klaxon (aiguë ou grave) est identique à l'émission et aux deux réceptions.

Les détecteurs reçoivent un signal d'une certaine fréquence comme en Fig. 1.4. Maintenant, la voiture se déplace à vitesse constante $v_{voiture}$ vers le détecteur triangle comme en Fig. 1.5. Les ondes sonores se propagent alors à leur propre vitesse plus celle de la voiture.

Vers le détecteur triangle : le son se propage à la vitesse $v_{son} + v_{voiture}$.

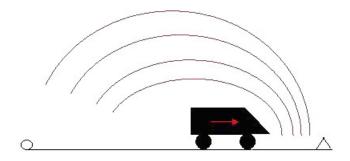


Figure 1.5 – La voiture à vitesse constante



Figure 1.6 – Le signal d'une certaine fréquence

Vers le détecteur cercle : le son se propage à la vitesse $v_{son} - v_{voiture}$. On peut alors en déduire que les ondes arrivent "plus facilement" au détecteur triangle alors qu'elles "peinent" à atteindre le détecteur cercle. La fréquence du signal reçu par le détecteur triangle est donc plus importante qu'à l'arrêt alors que celle reçue par le cercle est plus faible.

Il est important de comprendre que la fréquence des sons que la source émet n'a pas changé. Pour comprendre ce qui se passe, considérons l'analogie suivante : quelqu'un lance une balle à chaque seconde dans la direction d'une personne. Supposons que des boules voyagent avec une vitesse constante. Si le lanceur est à l'arrêt, la personne recevra une balle à chaque seconde. Cependant, si le lanceur se déplace vers la personne, il recevra des boules plus souvent parce que les balles seront moins espacées. L'inverse est vrai si le lanceur s'éloigne de la personne. C'est la longueur d'onde qui est affectée et par voie de conséquence, la fréquence perçue est également touchée. Il peut aussi être dit que la vitesse de l'onde reste constante alors que la longueur d'onde change, d'où le changement de fréquence.

1.3.2 Formulation mathématique

Supposons que l'émetteur et le récepteur se déplacent sur une droite comme en Fig 1.7. Il y a trois référentiels galiléens à considérer :

- 1. Le référentiel du milieu dans lequel se propage l'onde (par exemple l'atmosphère pour une onde sonore). On note c la célérité de l'onde dans ce référentiel (ce n'est pas forcément la vitesse de la lumière).
- 2. Le référentiel lié à source (l'émetteur) : appelons v_s la vitesse algébrique de la source (émetteur) par rapport au référentiel (1).

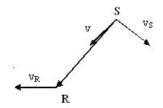




FIGURE 1.7 – Vitesse relative

FIGURE 1.8 – Source émettant des ondes

3. Le référentiel lié au récepteur : appelons v_r la vitesse du récepteur par rapport au référentiel (1).

Par convention, les vitesses seront comptées comme positives dans la direction de propagation du signal (de l'émetteur vers le récepteur) [Eff]. Ainsi, une vitesse v_s positive et v_r négative correspondra à un rapprochement entre source et récepteur tandis qu'une vitesse v_s négative et v_r positive correspondra à un éloignement.

Supposons que la source émette des bips (impulsions) à une fréquence f_s avec $T_s = 1/f_s$ comme en Figure(1.8). Le récepteur les reçoit plus tard. Pour simplifier le raisonnement, supposons que v_r et v_s sont constantes entre les deux bips. Si $v_r = v_s = 0$ alors le récepteur mesura une durée T_s . Supposons maintenant que la source et le récepteur bougent et que le mouvement relatif entre émetteur et récepteur se fasse selon la droite les joignant. La source émet un premier bip et lorsque le deuxième bip est produit, le premier bip a parcouru une distance

$$d_0 = cT_s \tag{1.1}$$

dans le référentiel (1). La source s'étant déplacée de v_sT_s pendant le temps T_s , la distance séparant deux bips est :

$$d_1 = (c - v_s)T_s \tag{1.2}$$

Calculons la durée T_r séparant la détection des deux bips par le récepteur. Ce dernier reçoit le premier bip. Au bout de ce temps T_r , il a parcouru la distance v_rT_r au moment où il reçoit le deuxième bip. Durant ce laps de temps, T_r le deuxième bip aura donc parcouru la distance d_2 en utilisant le principe de superposition :

$$d_2 = d_0 - v_s T_s + v_r T_r = c T_r (1.3)$$

ce qui donne bien :

$$f_r = \frac{1}{T_r} = \frac{c - v_r}{d_1} = \frac{c - v_r}{c - v_s} \cdot \frac{1}{T_s} = \frac{c - v_r}{c - v_s} \cdot f_s$$
 (1.4)

Si seule la source est mobile par rapport au référentiel $(v_r = 0)$, on a alors :

$$f_r = \frac{c}{c - v_s} \cdot f_s = \frac{1}{1 - (v_s/c)} \cdot f_s$$
 (1.5)

et si seul le récepteur est mobile par rapport au référentiel $(v_s = 0)$, on a :

$$f_r = \frac{c - v_r}{c} \cdot f_s = (1 - \frac{v_r}{c}) \cdot f_s \tag{1.6}$$

On voit clairement que les deux situations ne sont pas symétriques : en effet, si le récepteur \ll fuit \gg l'émetteur à une vitesse supérieure à c, il ne recevra jamais d'onde, alors que si l'émetteur fuit un récepteur immobile, celui-ci recevra toujours une onde. On ne peut pas inverser le rôle de l'émetteur et du récepteur.

Dans le cas d'ondes électromagnétiques, la célérité de l'onde est la vitesse de la lumière qui dépend de la nature du milieu (et notamment de son indice de réfraction), mais pas du référentiel.

Quand la vitesse de l'onde est beaucoup plus grande que la vitesse relative de la source et l'observateur (ce qui est souvent le cas avec les ondes électromagnétiques, comme la lumière) on a :

$$f_r = \frac{c - v_r}{c - v_s} f_s = \frac{1 - \frac{v_r}{c}}{1 - \frac{v_s}{c}} f_s \simeq fs[(1 - \frac{v_r}{c})(1 + \frac{v_s}{c})]$$
 (1.7)

où on a considéré $c \gg v_s$ en prenant compte que la vitesse de la lumière a été fixée à $c \simeq 3*10^8$ par le bureau international des poids et mesures. En faisant une approximation de premier ordre on obtient :

$$f_r = f_s (1 - \frac{v_r - v_s}{c}) \tag{1.8}$$

On note avec $v = v_r - v_s$ et on a :

$$f_r = f_s(1 - \frac{v}{c}) \tag{1.9}$$

$$f_r = f_s \pm \frac{f_s v}{c} = \frac{v}{\lambda} = f_s (1 + \frac{v}{c})$$
 (1.10)

οù

 $-f_s$: est la fréquence transmise

 $-f_r$: est la fréquence reçue par le récepteur

- v : est la vitesse relative entre l'émetteur et le récepteur

- c : est la vitesse de l'onde

 $-\lambda$: est la longueur d'onde de l'onde transmise.

Alors on a:

$$D = f_r - f_s = \pm \frac{f_s v}{c} \tag{1.11}$$

La vitesse entre l'émetteur et le récepteur sera comptée comme positive si elle correspond à une vitesse d'éloignement. C'est la convention généralement adoptée en astronomie pour la vitesse radiale. Par conséquent si la source se déplace seule, sa vitesse des formules antérieures est $v_s = -v$ et si c'est le récepteur qui se déplace seul, sa vitesse est $v_r = +v$.

Comme mentionné précédemment, ces deux équations sont exactes seulement pour une approximation du premier ordre. Cependant, elles fonctionnent raisonnablement bien dans les cas présents par l'effet Doppler, c'est-à-dire lorsque la vitesse entre la source et le récepteur est petite par rapport à la vitesse des ondes en jeu et lorsque la distance entre la source et le récepteur est grande par rapport à la longueur d'onde. Si l'une de ces deux approximations est violées, les formules ne sont plus exactes. Il est important de comprendre que la fréquence des sons que la source émet n'est pas réellement changée, ce qui change est la longueur d'onde.

1.4 Effet Doppler Relativiste

On fait ici une démonstration simplifiée de la formule relativiste dans le cas où tous les mouvements se font le long d'un même axe, celui le long duquel se propage le signal [3]. Le principe du calcul consiste à tenir compte de l'effet de dilatation du temps qui accompagne le passage d'un repère au repos à un repère en mouvement.

Nous changeons de notation pour nous préparer à une symétrisation du problème. La vitesse entre l'émetteur et le récepteur sera notée v et sera comptée comme positive si elle correspond à une vitesse d'éloignement. C'est la convention généralement adoptée en astronomie pour la vitesse radiale. Par conséquent si la source se déplace seule, sa vitesse des formules antérieures est $v_s = -v$ et si c'est le récepteur qui se déplace seul, sa vitesse est $v_r = +v$. Considérons d'abord que c'est la source qui se déplace. Si on la calculait par la formule (1.5) la fréquence du signal à la réception serait :

$$f_r = \frac{f_s}{1 + (v/c)} = \frac{f_s}{1 + \beta}$$
 (1.12)

avec $\beta = v/c$ Si on tient compte maintenant du facteur de dilatation du temps de la relativité restreinte :

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = (1 - \beta^2)^{-1/2} \tag{1.13}$$

qui augmente les durées mesurées par le récepteur fixe, la fréquence observée diminuera par le facteur inverse $[1-(\frac{v^2}{c^2})]^{\frac{1}{2}}$ de sorte que la fréquence f_r

devient:

$$f_r = \frac{\sqrt{(1-\beta^2)}}{1+\beta} f_s = \frac{1-\beta}{\sqrt{(1-\beta^2)}} f_s = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f$$
 (1.14)

Considérons maintenant que c'est le récepteur qui se déplace. Avec la formule (1.6) nous aurions

$$f_r = (1 - \beta)f_s \tag{1.15}$$

Comme précédemment, il faut tenir compte du facteur relativiste y. Mais comme ici c'est le récepteur qui est en mouvement et la source qui est fixe, c'est l'expression de : $f_r = (1-\beta)f_s$ qui doit être multipliée par $[1-(\frac{v^2}{c^2})]^{\frac{1}{2}}$.

Nous obtenons donc la même formule que précédemment :

$$f_r = \frac{1 - \beta}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} f_s = \frac{\sqrt{(1 - \beta^2)}}{1 + \beta} f_s = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} f_s$$
 (1.16)

ce qui montre bien que l'effet Doppler est parfaitement symétrique et ne dépend que de la vitesse relative entre l'émetteur et le récepteur. Quand v << c on obtient :

$$\frac{f_r - f_s}{f_s} = -\beta \tag{1.17}$$

Remarquons que l'effet Doppler relativité combine deux effets : l'effet galiléen et l'effet de ralentissement des horloges. Le premier fait intervenir la vitesse radiale entre source et observateur, le second la valeur de la vitesse totale.

Chapitre 2

Systèmes de localisation par satellites

Le rôle de tout système de localisation par satellite est de renseigner l'utilisateur sur sa position à chaque instant dans l'espace physique à trois dimensions. En se basant sur la position d'amers connus, la position est estimée par multilatération.

2.1 Système de coordonnées

2.1.1 Système de référence de temps et d'espace

Se pose alors naturellement le problème de la définition d'un référentiel temporel, aussi appelé échelle de temps, pour dater les événements (émission, réception) et d'un référentiel d'espace, pour exprimer la position des satellites et des récepteurs.

Système de référence de temps

Le temps est un paramètre essentiel dans le fonctionnement de tout système de navigation par satellite. Il permet par exemple au satellite de générer l'onde porteuse et le code pseudo-aléatoire composant le signal émis et au récepteur de dater l'instant d'arrivée du signal et de mesurer le temps de trajet de ce signal [4].

Il est important de bien distinguer la notion de système de référence de temps (time reference system) et la réalisation pratique d'un tel système (time reference frame).

Comme indiqué dans [15], lorsque l'on envisage la mesure du temps, deux notions différentes mais complémentaires apparaissent :

- le repérage de la date d'un événement, qui nécessite la définition d'une échelle de temps;
- la mesure de durées, qui nécessite la définition d'une unité de temps.

Les notions d'échelle et d'unité de temps sont reliées par le fait que :

- l'unité de temps correspond à l'intervalle séparant deux événements particuliers dans l'échelle de temps;
- l'échelle de temps s'obtient par cumul des unités de temps (par rapport à une origine).

Un système de référence de temps est donc défini dès lors que l'on a fixé les propriété les que doivent vérifier une unité ou une échelle de temps idéale. Comme indiqué dans [16], une échelle de temps idéale possède les propriétés suivantes :

- Elle doit être universelle;
- Elle ne doit pas subir d'interruption (pérennité);
- Elle doit être uniforme;
- Elle doit être aisément accessible;
- On doit pouvoir la lire avec une bonne précision.

Pour réaliser de manière pratique une échelle de temps à l'échelle mondiale, on a besoin de deux choses : une réalisation de l'unité de temps et une réalisation de l'échelle de temps associée par cumul des unités de temps (avec prise en compte de termes correctifs).

De nos jours, le Temps Atomique International (TAI) est l'échelle de temps utilisée à l'échelle internationale pour la datation scientifique des événements. Il est calculé a posteriori au BIPM (Bureau International des Poids et Mesures - [web BIPM]) à partir des données d'horloges atomiques, au nombre d'environ deux cents en 2000, réparties dans plus de cinquante laboratoires nationaux [17].

L'unité d'échelle du TAI est maintenue aussi proche que possible de la seconde SI en se servant des données fournies par les laboratoires nationaux qui possèdent les meilleurs étalons primaires à cesium ainsi que d'autres instruments tels que les fontaines atomiques [18].

Bien que le TAI soit l'échelle de temps la plus proche d'une échelle de temps idéale que l'on puisse aujourd'hui réaliser (en terme d'uniformité et de stabilité), elle ne peut être utilisée pour des applications temps réel car elle est obtenue a posteriori.

De plus, dans la vie courante, la notion de temps est fortement liée à l'alternance des jours et des nuits et donc à l'échelle de temps UT1 liée à la rotation de la Terre [19]. De nombreuses applications pratiques sont d'ailleurs toujours liées à la rotation de la Terre. Le Temps Universel Coordonné (UTC), sur lequel repose au niveau mondial le temps légal, a donc été défini. Il s'agit d'une échelle de temps identique au TAI, décalée par intervalle de temps d'un certain nombre de secondes pour se conformer approximativement à l'échelle de temps UT1 :

$$TAI = UTC + n (2.1)$$

n, le nombre entier de secondes intercalaires, dont la valeur depuis le 1^{er} janvier 1999 est de n=32, est par définition tel que l'écart entre les échelles de

temps TAI et UT1 reste inférieur à la seconde SI. Conscient que l'ajout imprévisible de secondes intercalaires est préjudiciable aux systèmes modernes de communication et de navigation, l'UAI (Union Astronomique Internationale) examine actuellement la possibilité de supprimer ces secondes intercalaires ou de les insérer à des intervalles de temps beaucoup plus espacés dans le temps (ajout de minutes intercalaires) voire prédéterminés [23].

Système de référence d'espace

Définition d'un système de référence d'espace. Un système de référence d'espace [20] est constitué par une origine et un ensemble de règles, de paramètres conventionnels et de modelés théoriques permettant à tout instant de définir un trièdre orienté dans l'espace.

Les coordonnées des points attachés à un système de référence d'espace sont exprimées dans un système de coordonnées cartésiennes (OXYZ) et sont appelées coordonnées géocentriques.

Comme pour la définition d'une échelle de temps, il est important de distinguer la notion de système de référence (space reference system), à caractère théorique et idéal, et la notion de repère de référence (space reference frame), qui correspond à la réalisation pratique d'un système de référence théorique. Lorsque l'on s'intéresse aux systèmes de localisation par satellite, il faut distinguer deux types d'objets : les satellites et les récepteurs. Les satellites qui forment la constellation GNSS appartiennent au domaine céleste et la description de leur mouvement se fait en général dans un système d'axes non tournant (i.e. l'orientation des axes ne suit pas la rotation de la Terre). A l'inverse, les récepteurs sont généralement liés à la Terre et suivent son mouvement autour de son axe. Leurs positions sont donc naturellement décrites dans un système d'axes tournant avec la Terre.

En géodésie satellitaire, il est donc nécessaire de définir deux types de systèmes de référence d'espace, l'un céleste, dit CRS (Celestial Reference System) pour la description du mouvement des satellites et l'autre terrestre, dit TRS (Terrestrial Reference System) pour exprimer la position des utilisateurs.

Le passage entre système céleste et système terrestre s'effectue à l'aide de transformations qui prennent en compte le mouvement diurne de rotation de la Terre autour de son axe, les phénomènes de precession et de nutation ainsi que le mouvement du pôle.

Suivant [4], la construction d'un système de référence d'espace (céleste ou terrestre) nécessite les étapes suivantes :

- Définition des propriétés d'un système de référence d'espace idéal (céleste ou terrestre);
- Choix d'une structure physique permettant de vérifier au mieux les propriétés idéales; énoncées précédemment;
- Modélisation de la structure : évaluation des paramètres de la structure

en fonction du temps. On parle à ce niveau de système de référence conventionnel céleste (CRS) ou terrestre (CTS);

- Réalisation pratique du système de référence terrestre (TRF : Terrestrial Reference Frame) ou céleste (CRF : Celestial Reference Frame).

Par définition, un système de référence céleste idéal a la propriété d'être inertiel (pas de rotation). Un système de référence céleste conventionnel (CRS) est lié à un ensemble de points fondamentaux. Son origine est supposée coïncider avec le centre de masse de la Terre. L'axe OZ coïncide avec l'axe moyen de rotation de la Terre (orienté positivement vers le Nord). L'axe OX correspond à la direction du point vernal et l'axe OY complète le trièdre orienté (OXYZ).

Par définition [21], un système de référence terrestre idéal est tel que la croûte terrestre ne doit posséder en moyenne ni translation, ni rotation, ni expansion.

Système de référence d'espace courants. Les systèmes de référence céleste et terrestre conventionnels utilisés de nos jours pour les application scientifiques sont l'ICRS et l'ITRS.

L'ICRS (International Celestial Reference System) remplace officiellement depuis le 1er janvier 1998 l'ancien FK5 [22]. Il est composé d'un ensemble de modèles et de paramètres conventionnels permettant de définir l'orientation de ses axes et son origine [web IER].

L'ITRS (International Terrestrial Reference System) est le système de référence terrestre utilisé à l'échelle internationale pour les applications scientifiques [web IER] et [21]. L'ITRS est un système de référence idéal qui satisfait aux conditions suivantes [23] :

- il s'agit d'un système géocentrique, son origine correspondant au centre de masse de la Terre (en incluant les océans et l'atmosphère);
- l'unité de distance est le mètre SI;
- son orientation est celle du système de référence du BIH(Bureau International de l'Heure) à la date 1984.0. La base vectorielle est directe, équatoriale, et mobile avec la Terre solide de façon à suivre son mouvement de rotation diurne.
- l'évolution temporelle du système ne doit pas engendrer de rotation résiduelle d'ensemble par rapport à l'écorce terrestre.

Un exemple de système de référence terrestre associé au GPS est World Geodetic System 1984. Le WGS (World Geodetic System) est un système de référence terrestre conventionnel développé par le service géographique de l'armée des Etats-Unis (DMA - Defense Mapping Agency). Dans les éphémérides radio-diffusées les coordonnées des satellites GPS sont exprimées dans ce système de référence.

Le WGS84 correspond à la première réalisation du système WGS et date



Figure 2.1 – Stations de contrôle au sol

de 1984. Elle a été établie à partir des coordonnées d'un ensemble de 1500 points dans le monde obtenues par des observations Doppler sur satellite. En 1987, les premières coordonnées radio-diffusées des satellites GPS ont été exprimées à partir de cette réalisation du WGS. Les réalisations du système WGS postérieures au WGS84 sont identifiées par le sigle générique WGS84 suivi entre parenthèses du numéro de la semaine GPS de leur entrée en application pour le calcul des coordonnées des satellites GPS.

La dernière réalisation en date est le WGS84(1150), utilisée pour l'expression des éphémérides radio-diffusées depuis le 1^{er} janvier 2002 [24]. Elle est basée sur la détermination des coordonnées d'un ensemble de 17 stations GPS permanentes, incluant les cinq stations du secteur de contrôle.

On peut noter que le WGS84 s'est progressivement aligné sur l'ITRF, et qu'à l'heure actuelle, les deux systèmes sont alignés à mieux que 1-2 cm [24]. Toutefois, le WGS84 n'est pas accessible directement à une précision centimétrique à cause de la limitation de précision des éphémérides radio-diffusées. D'un point de vue conceptuel, on peut considérer que WGS et ITRS sont des systèmes identiques mais que l'ITRF2000 (dernière réalisation de l'ITRS) est bien plus précis que la dernière réalisation WGS84(1150) du système WGS84.

2.2 GPS (Global Positioning System)

Système américain de positionnement et de navigation, conçu dans les années 60 par les militaires américains pour leur besoin propre. Ses possibilités ont fait que la communauté scientifique, puis la communauté des géomètres, et enfin la communauté civile s'est intéressée. Mais il est, et restera sous contrôle des militaires américains.

2.2.1 Structure opérationnelle

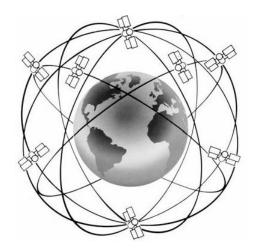


Figure 2.2 – La constellation des satellites

Le système comporte trois secteurs :

- Le secteur spatial
- Le secteur de contrôle
- Le secteur utilisateur

Secteur spatial. La constellation finale compte 24 satellites. Leurs orbites sont :

- Quasi-circulaires
- \bullet De rayon 26 500 km
- De période environ égale à 12 heures
- Dans six plans orbitaux inclines de 55° par rapport à l'équateur

Les satellites du block I sont ceux de la phase pré-opérationnelle et ont été lancés entre 1978 et 1986. Les satellites du block II sont ceux de la phase opérationnelle. La constellation est complète depuis 1993.

Le secteur de contrôle. La partie de contrôle qui permet de piloter le système, est composée de cinq stations au sol réparties le long de l'équateur. Elles écoutent les signaux émis par les satellites, les diagnostiquent, calculent leurs éphémérides et transmettent des données aux satellites. On peut le voir dans la Figure.2.1. La station principale se trouve à Schriever dans le Colorado.

Le secteur utilisateur. Il représente l'ensemble des utilisateurs du système GPS. Il existe aussi d'autres constructeurs de récepteurs de navigation. Les utilisations possibles sont :

- Positionnement absolu (X, Y, Z)
- Positionnement relatif (dX, dY, dZ)
- Rotation de la terre, position du pôle, précession, nutation

- Orbites des satellites
- Champs de gravitation
- Modèles d'ionosphère

Techniques GPS de localisation. Pour déterminer sa position à l'aide d'un système GNSS, deux modes de calcul sont possibles : le mode absolu et le mode différentiel. Ces deux modes de localisation se distinguent essentiellement par le type de mesures utilisé, les traitements mis en IJuvre et le niveau de précision offert.

Localisation en mode absolu. Le rôle initial d'un système de navigation par satellite est de permettre à tout utilisateur muni de son seul récepteur de déterminer en temps réel sa position et sa vitesse dans un système de référence global. On parle dans ce cas de localisation en mode absolu.

Localisation en mode différentiel. Le mode de localisation différentiel consiste à déterminer la position d'un utilisateur relativement à un point de référence dont les coordonnées sont connues. Le résultat du traitement est donc un vecteur dont l'origine est le point de référence et l'extrémité la position de l'utilisateur (fixe ou mobile). Il existe en fait différents modes différentiels de localisation :

- Localisation différentielle sur le code :
- Localisation différentielle sur la phase

Le mode de localisation différentiel utilisant les mesures sur le code est désigne sous le sigle DGPS (ou de manière plus générale DGNSS) sans faire de distinction entre un utilisateur mobile (cas cinématique) ou fixe (cas statique) et un calcul de la position en temps réel ou différé. La mesure de phase est bien plus précise que la mesure de pseudo-distance, mais fait intervenir un terme d'ambiguïté entière qui complique sa mise en IJuvre. Le niveau de précision que permet d'atteindre la mesure de phase est intimement liée à la résolution préalable de son ambiguïté.

2.2.2 Structure des signaux GPS

L'horloge interne de chaque satellite fournit une fréquence fondamentale $f_0 = 10, 23MHz$

Chaque satellite émet sur deux fréquences :

 $L1 = 154f_0 = 1575,42 \text{ MHz}$ (longueur des ondes de 19 cm)

 $L2 = 120 f_0 = 1227,60 \text{ MHz}$ (longueur des ondes de 24 cm)

Les signaux sont modulés par des codes pseudo-aléatoires :

- Le C/A code, série de 1 de période 1m/s à une fréquence de $f_0/10$ sur L1
- Le P code, série de 1 de période 267 jours à une fréquence de f_0 sur L1 et L2.
- Le Y code, qui remplace le P code et qui n'est connu que des utilisateurs autorisés.

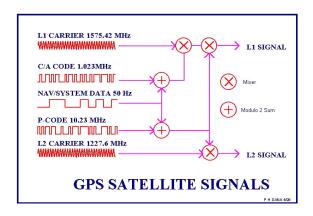


Figure 2.3 – Structure du signal

• Un message de navigation, 1500 bits à une fréquence de 50 Hz. Les signaux peuvent être visualisés dans la Figure2.3.

Le message de navigation contient :

- Les paramètres d'orbite du satellite et le temps de référence
- Les coefficients de correction de l'horloge du satellite
- L'état de "santé" des satellites
- Les almanachs de tous les satellites
- Les coefficients du modèle ionosphérique global
- Des informations sur la qualité des informations transmises

2.2.3 Mesures Fournies

Corrélation entre le code émis par le satellite et le code généré par le récepteur. C'est une mesure faite avec une précision d'environ 10 mètres pour le code C/A et de 1 mètre environ pour le code P, [2].

$$r = c\Delta t + d_{ion} + d_{trop} \tag{2.2}$$

- -r: distance géométrique satellite récepteur
- $-\Delta t$: décalage de temps mesuré
- $-d_{ion} + d_{trop}$: correction ionosphérique et troposphérique
- -c: vitesse de la lumière

Mais la mesure de Δt comporte deux erreurs dues aux décalages des horloges du satellite et récepteur, donc : $\Delta t = DT + dt + dT$

- DT : temps de propagation vrai
- dt : correction d'horloge satellite
- dT : correction d'horloge récepteur.

La correction d'horloge satellite est modélisée à partir des données du message de navigation. La correction d'horloge récepteur est estimée lors du calcul.

Pour un calcul pseudo-distance sur une époque donnée (positionnement instantané), il y a donc 4 inconnues : les 3 coordonnées du point et le décalage d'horloge récepteur. Il faut donc au moins quatre mesures sur quatre satellites.

La mesure de phase. On utilise les phases pour obtenir une précision de l'ordre de millimètre.

Le problème est qu'il est impossible de mesurer à un instant donné le nombre de cycles entre le satellite et le récepteur. On ne peut mesurer que la partie fractionnaire de la phase à un instant donné et le nombre de cycles entre deux instants. La mesure de phase est donc une mesure de variation de distance entre le satellite et le récepteur entre deux instants.

Un autre problème limitant la précision des calculs GPS avec les phases sont les sauts de cycle. Le saut de cycle est une discontinuité dans l'enregistrement des phases qui donne entre deux époques un nombre de cycles aberrant. Tous les logiciels aujourd'hui disposent des programmes qui éliminent les sauts de cycle.

2.3 Les principaux postes d'erreurs qui affectent les performances

2.3.1 Dégradations militaires

- S.A. (Selective Availability) accès sélectif But : ne pas permettre aux utilisateurs non autorisés de se positionner en temps réel à mieux que 100m. Pour cela, ils ont mis en place des dégradations des éléments d'orbite et d'horloges dans le message de navigation, et des dégradations des performances des oscillateurs, par ajout d'un déphasage à la phase de l'oscillateur. La S.A. a été réactivée en mai 2000.
- A.S. (Anti-spoofing) anti-brouillage. Le code P est remplacé par le code Y, donc il n'y a pas de code sur L2 pour des utilisateurs non autorisés. On peur récupérer P par traitement postérieur.

2.3.2 Perturbations atmosphérique

La troposphère. Couche basse de l'atmosphère (0-50km). C'est un milieu non dispersif, donc le retard électronique ne dépend pas de la fréquence. La valeur du retard dépend du site du satellite : au zénith, 2 m environ ; à 5 degrés, plus de 20 mètres. On modélise le retard troposphérique à partir des données météos prises au sol.

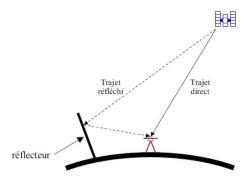


FIGURE 2.4 – Illustration du phénomène de trajets multiples

L'ionosphère. Couche haute de l'atmosphère (50-1000km). Le retard ionosphérique est compris entre 0 et 50 mètres et varie en fonction de l'agitation ionosphérique. L'ionosphère est un milieu dispersif : le retard dépend de la fréquence. On peut calculer la valeur de la correction ionosphérique en utilisant deux fréquences, car la valeur du retard ionosphérique est proportionnelle à l'inverse du carré de la fréquence.

Les effets relativistes. Les effets relativistes sont dus au fait qu'il y a une différence de champ gravitationnel et surtout une grande différence de vitesse entre le satellite et le récepteur. Cela se traduit par une dilatation du temps et un décalage des fréquences. Ainsi, vont être modifiés :

- le décalage d'horloge du satellite / temps GPS,
- le décalage d'horloge du récepteur / temps GPS,
- le signal satellite / récepteur (courbures et retards dus à la gravitation terrestre).

2.3.3 Les multitrajet

Comme illustré sur la Figure.2.4, le phénomène de trajets multiples apparaît lorsque le signal issu du satellite arrive au niveau du récepteur après avoir suivi un autre chemin que le chemin direct, en particulier après réflexion sur un obstacle proche. Il dépend exclusivement de l'environnement du récepteur et affecte de manière différente la mesure de phase et la mesure de pseudo-distance.

Ce phénomène est difficilement modélisable car deux mesures faites à des intervalles de temps différents ne donnent pas le même résultat. Cet effet ne dépend que de la géométrie de l'obstacle. L'effet sur les mesures peut atteindre quelques dizaines de mètres (souvent 10 à 20 m) pour les pseudo-distances. Pour réduire ce phénomène, il faut :

CHAPITRE 2. SYSTÈMES DE LOCALISATION PAR SATELLITES 27

- s'intéresser au design de l'antenne
- placer les stations dans des endroits sans obstacle.

Remarquons que les satellites situés à la verticale du récepteur seront moins sensibles au multitrajet.

Ce phénomène pose surtout problème pour les calculs en temps réels avec une durée d'observation courte comme c'est cas pour une station mobile. En effet, le satellite se déplaçant rapidement, un multitrajet sur un satellite ne dure pas plus de quelques minutes.

Chapitre 3

Positionnement GPS avec mesure de Doppler

Dans ce chapitre, seront discutées les possibilités d'utiliser les mesures Doppler. La théorie du positionnement et de la vitesse simultanées basée sur les mesures Doppler sera développée. En outre, un algorithme itératif pour le positionnement et la vitesse est présenté.

3.1 Mouvement des satellites

Les positions des satellites GPS jouent un rôle clé dans la détermination de la position du récepteur. L'erreur orbitale a une influence sur l'exactitude des mesures. Par conséquent, la capacité de prédire avec précision la position du satellite est essentielle pour le positionnement. Avec l'aide des lois de Kepler du mouvement planétaire, les orbites elliptiques idéales des satellites GPS peuvent être caractérisées. La position d'un satellite à un moment donné instantané peut être calculée à partir des éphémérides, information incluse dans le message de navigation.

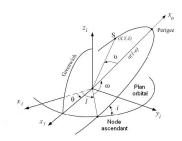


Figure 3.1 – Les elements kepleriens (a, e, i, l, ω, v)

3.1.1 Description des orbites

Les paramètres orbitaux. Si toutes les forces extérieures qui agissent sur les satellites sont négligées les mouvements des satellites peuvent être caractérisés par une orbite elliptique. Les orbites des satellites actuels ont la Terre dans un des foyers. Six éléments képlériens précisent la forme de l'ellipse, l'orientation du plan orbital, et la position du satellite à toute époque Fig 3.1. Les éléments sont les suivants :

- -(a) demi-grand-axe de l'ellipse
- (e) excentricité de la trajectoire l'elliptique-mesure la distance des foyers de l'ellipse au centre de cette dernière.
- (i) l'inclinaison du plan de l'orbite par rapport à la voûte céleste (ou angle entre la ligne de visée et la perpendiculaire au plan de l'orbite).
- (l) ascension droite du noeud ascendant l'angle entre la direction pointant vers l'équinoxe vernal et le noeud ascendant
- (ω) argument du périgée : l'angle dans le plan de l'orbite entre le noeud ascendant et la direction du périgée (le périgée est le point de l'orbite où la distance entre le centre de masse de la Terre et le satellite est la plus courte)
- -(v) anomalie vraie : l'angle entre le périgée et la position du satellite à une époque mesurée dans le plan orbital.

Position d'un objet. Afin de déterminer la position et la vitesse du satellite dans le plan orbital le système de coordonnées de l'orbite est nécessaire Fig (3.2). Le système est défini par le centre de masse de la Terre(O) et les trois axes : x_0 axe qui coïncide avec le grand axe de l'ellipse orbitale pointant vers le périgée, y_0 axe qui est parallèle à l'axe mineur de l'ellipse, z_0 axe qui est défini perpendiculairement à $(x_0; y_0)$. Le satellite S se déplace dans le plan orbital. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de montrer l'axe z_0 . La position du vecteur est noté par \vec{p} et le vecteur vitesse est $\dot{\vec{p}} = d\vec{p}/dt$. Les vecteurs peuvent être représentés par l'anomalie vraie ainsi que l'anomalie excentrique. Il y a trois anomalies utilisées couramment dans les orbites képlérienne. L'anomalie vraie v(t) et l'anomalie excentrique E(t) sont des descriptions géométriques de l'ellipse produite alors que l'anomalie moyenne M(t) est une quantité abstraite (Fig 3.2).

La position \overrightarrow{p} peut être trouvée comme suit :

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \parallel \vec{p} \parallel \begin{bmatrix} \cos v \\ \sin v \\ 0 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} \cos E - e \\ \sqrt{1 - e^2} \sin E \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.1)

où $||\vec{p}||$ se calcule comme :

$$\|\vec{p}\| = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v} = a(1-e\cos E)$$
 (3.2)

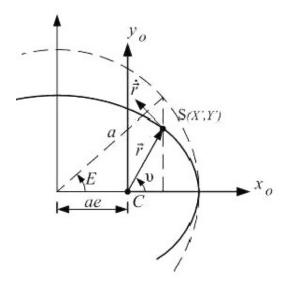


FIGURE 3.2 – Orbite elliptique

avec v l'anomalie vraie. La vitesse moyenne angulaire des satellites ou la vitesse moyenne avec la période de révolution P résulte de la troisième loi de Kepler

$$n = \frac{2\pi}{P} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \tag{3.3}$$

où μ est la constante gravitationnelle de la Terre. Le message de navigation transmis par les satellites GPS contient l'anomalie moyenne. Afin de trouver la position du satellite, l'anomalie vraie est nécessaire. Il n'existe pas des méthodes simples pour obtenir l'anomalie vraie à partir de l'anomalie moyenne. Par conséquent, l'anomalie excentrique devrait être introduite en premier. L'anomalie moyenne et l'anomalie excentrique sont liées par l'équation de Kepler :

$$E = M + e\sin E \tag{3.4}$$

Cette équation peut être résolue par itération. Maintenant à partir de l'équation (3.1) la vraie anomalie peut être obtenue comme :

$$v = arctang \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{\cos E - e}$$
 (3.5)

Dans l'équation (3.1) la position du satellite est obtenue dans le plan orbital. On peut voir dans l'Annexe 2 les matrices de rotation pour obtenir la position dans le système de coordonnées ECEF.

Paramètre	Explication	Unité
M_0	anomalie moyenne à l'époque de référence t_e	demi cercle
Δ n	variation du moyen mouvement	demi cercle/sec
е	excentricité de la trajectoire elliptique	sans dimension
\sqrt{a}	racine carré du demi-grand-axe de l'orbite	\sqrt{metres}
Ω_0	ascencion droite du noeud ascendant à l'époque de	demi cercle
	référence t_e	
i_0	inclination du plan orbital à l'époque de référence t_e	demi cercle
ω	argument de latitude au périgée à l'époque de réfé-	demi cercle
	rence t_e	
Ω_{dot}	variation de l'ascencion du noeud ascendant	demi cercle/sec
i_{dot}	variation de l'inclination	demi cercle/sec
C_{uc}	coefficient de la correction sur l'argument de la lati-	rad
	tude au périgée (cosinus)	
C_{us}	coefficient de la correction sur l'argument de la lati-	rad
	tude au périgée (sinus)	
C_{rc}	coefficient de la correction sur la distance géométrique	m
	(cosinus)	
C_{rs}	coefficient de la correction sur la distance géométrique	m
	(sinus)	
C_{ic}	coefficient de la correction sur l'inclination (cosinus)	rad
C_{is}	coefficient de la correction sur l'inclination (sinus)	rad
t_e	époque de référence des éphémerides	sec

Table 3.1 – Paramètres radio-diffusés utilisés pour calculer la position d'un satellite GPS

3.2 Position et vitesse du satellite à l'instant d'émission

Dans le cas où une haute précision est requise, les forces agissant sur les satellites doivent être prises en compte. La détermination exacte de la position des satellites doit examiner les diverses forces agissant. En raison de ces forces, le satellite s'écarte de l'orbite. Les perturbations sont présentes à cause de la forme de la Terre, l'attraction du soleil et de la lune, le rayonnement solaire et d'autres forces de pression. Afin de pouvoir calculer la position du satellite, ce dernier émet de façon régulière une éphéméride qui comprend des paramètres képlériens décrivant son orbite et des paramètres de correction [3] . Les éphémérides sont calculées par le centre du contrôle. Les paramètres ont une durée de validité limité à deux heures et sont calculés à l'instant médian de la période de validité.

Le tableau 3.1 regroupe les paramètres utilisés dans le cadre d'une résolution de la position d'un satellite GPS.

CHAPITRE 3. POSITIONNEMENT GPS AVEC MESURE DE DOPPLER32

L'algorithme suivant calcule la position du satellite au moment de la transmission t_{tr} . A partir de les paramètres d'éphéméride figurant dans le tableau 3.1, le demi-grand axe a, le temps des éphémérides de l'époque de référence t, la vitesse moyenne corrigée n et l'anomalie moyenne M est calculé d'abord en tant que :

$$a = (\sqrt{a})^2 \tag{3.6}$$

On défini l'écart de temps comme étant la difference de temps entre l'instant d'émission et l'instant de calcul des paramètres. On a donc :

$$t = t_{tr} - t_e \tag{3.7}$$

Le calcul se fait en temps GPS. Si |t| > 3600s alors l'éphéméride utilisée n'est plus valable.

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + \Delta n \tag{3.8}$$

$$M = M_0 + nt (3.9)$$

L'anomalie excentrique E et la vraie anomalie v est obtenue à partir des équations de (3.4) et (3.5) respectivement. Ensuite, l'argument de la latitude est calculée comme suit :

$$\Phi = v + \omega \tag{3.10}$$

La seconde correction pour l'argument de latitude et u, le rayon r et l'inclinaison i sont obtenus en tant que :

$$\delta u = C_{us} \sin 2\Phi + C_{uc} \cos 2\Phi \tag{3.11}$$

$$\delta p = C_{rs} \sin 2\Phi + C_{rc} \cos 2\Phi \tag{3.12}$$

$$\delta i = C_{is} \sin 2\Phi + C_{ic} \cos 2\Phi \tag{3.13}$$

Les corrections pour l'altitude Φ , le rayon r et l'inclination i sont :

$$u = \Phi + \delta u \tag{3.14}$$

$$p = a(1 - e\cos E) + \delta p \tag{3.15}$$

$$i = i_0 + \delta i + i_{dot}t \tag{3.16}$$

CHAPITRE 3. POSITIONNEMENT GPS AVEC MESURE DE DOPPLER33

et la longitude corrigée du noeud ascendant est :

$$\Omega = \Omega_0 + (\Omega_{dot} - \omega_e)t - \omega_e t_{oe} \tag{3.17}$$

Enfin, les coordonnées du satellite dans le plan orbital peuvent être obtenues comme :

$$X' = p\cos u \tag{3.18}$$

$$Y' = p \sin u \tag{3.19}$$

et les coordonnées en ECEF sont calculées comme :

$$X = X' \cos \Omega - Y' \cos i \sin \Omega \tag{3.20}$$

$$Y = X' \sin \Omega - Y' \cos i \cos \Omega \tag{3.21}$$

$$Z = Y' \sin i \tag{3.22}$$

Ces coordonnées satellitaires sont utilisées par le récepteur pour déterminer l'emplacement de l'utilisateur.

Voici la dérivée des coordonnées X, Y, Z en fonction du temps.

$$\dot{X} = (\dot{X}' - Y'\dot{\Omega}\cos i)\cos\Omega - (X'\dot{\Omega} + \dot{Y}'\cos i - Y'\frac{\partial i}{\partial t}\sin i)\sin\Omega 3.23)$$

$$\dot{Y} = (\dot{X}' - Y'\dot{\Omega}\cos i)\sin\Omega - (X'\dot{\Omega} + \dot{Y}'\cos i - Y'\frac{\partial i}{\partial t}\sin i)\cos\Omega (3.24)$$

$$\dot{Z} = \dot{Y}' \sin i + Y' \frac{\partial i}{\partial t} \sin i \tag{3.25}$$

(3.26)

où:

$$\dot{\Omega} = \Omega_{dot} - \omega_e \tag{3.27}$$

On la trouve de l'équation (3.17)

$$\dot{X}' = \dot{p}\cos u - Y'\dot{u} \tag{3.28}$$

$$\dot{Y}' = \dot{p}\sin u + X'\dot{u} \tag{3.29}$$

On les trouve de l'équation (3.19)

$$\frac{\partial i}{\partial t}\sin i = i_{dot} + 2(C_{is}\sin 2\Phi - C_{ic}\cos 2\Phi)\dot{\Phi}$$
(3.30)

$$\dot{\Phi} = \dot{v} = \frac{\dot{E}\sqrt{1 - e^2}}{1 - e\cos E} \tag{3.31}$$

$$\dot{E} = \frac{n}{1 - e \cos E} \tag{3.32}$$

$$\dot{u} = \dot{\Phi} + 2(C_{us}\cos 2\Phi - C_{uc}\sin 2\Phi)\dot{\Phi}$$
 (3.33)

$$\dot{p} = ae\dot{E}\sin E + 2(C_{rs}\sin 2\Phi - C_{rc}\cos 2\Phi)\dot{\Phi}$$
 (3.34)

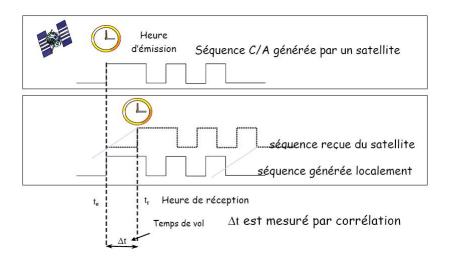


FIGURE 3.3 – Principe de la mesure par temps de vol TOA (Time Of Arrival)

3.3 Equations régissant le problème de localisation

Il nous faut maintenant commencer à construire un modèle physique pour le positionnement GPS avec le Doppler et la pseudo-distance. Cela aboutira à un algorithme qui peut être utilisé pour estimer la position et la vitesse.

3.3.1 Equation d'observation associée à la pseudo-distance

La façon de mesurer le temps de propagation est basée sur le code PRN. Le code PRN du satellite est transmis au récepteur. On mesure le temps de propagation de l'onde sachant que l'on connaît parfaitement son instant d'émission (dans le système de temps GPS).

Les séquences pseudo-aléatoires générées par les satellites dépendent du temps selon un code ${\rm C/A}$ connu. Le récepteur peut donc générer localement les mêmes séquences que celles des satellites.

Ainsi, le récepteur GPS génère à tout instant une réplique des codes pseudoaléatoires des différents satellites; les signaux ainsi générés sont comparés aux signaux reçus. Or, les codes des satellites sont orthogonaux, i.e. leur intercorrélation est nulle. Donc, si le signal reçu d'un satellite est corrélé avec un signal répliqué par le récepteur, le satellite est considéré comme détecté. Considérons un satellite particulier comme montre la Figure.3.3.

Le temps de vol est : $\Delta t = t_r - t_e$

En pratique, ni le récepteur ni le satellite sont parfaitement à l'heure GPS : ils présentent tous les deux un décalage dt_u et dt_s par rapport au temps GPS.

Notations : s = satellite i; u = r'ecepteur (user).

Pour simplifier la représentation, dt_u et dt_s sont supposés constants et sont

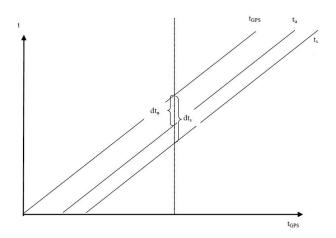


FIGURE 3.4 – temps GPS d'un satellite (t_s) et du récepteur (t_u) en négligeant les dérives d'horloge

représentés sur la Figure.3.4.

On suppose que les ondes des signaux se propagent à la vitesse de la lumière (notée "c"). Alors on a :

$$\parallel p_s^i - p_r \parallel = c\Delta t_i \tag{3.35}$$

οù

- $-p_s^i$ est la position du satellite "i"
- $-p_r$ est la position du récepteur.

On définit la pseudo-distance ρ (exprimée en mètre) entre le satellite et le récepteur par la relation :

$$\rho_i = c(\Delta t_i + t_u) = ||p_s^i - p_r|| + ct_u + \epsilon_{\rho_i}$$
(3.36)

où : t_u est le bias du récepteur et ϵ_{ρ_i} est l'erreur de mesure. On néglige le bruit de mesure, on note ct_u par d et on obtient :

$$\rho_i = c(\Delta t_i + t_u) = ||p_s^i - p_r|| + d \tag{3.37}$$

3.3.2 Equation du décalage Doppler

La fréquence du signal GPS reçu diffère de la fréquence transmise par le satellite. L'effet Doppler est le décalage de fréquence d'une onde électromagnétique entre la mesure à l'émission et la mesure à la réception lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps [1]. A partir de la relation (1.9) on note avec D le décalage de fréquence $D = f_r - f_s$. d'où

$$D = -f_r \frac{v}{c} \tag{3.38}$$

CHAPITRE 3. POSITIONNEMENT GPS AVEC MESURE DE DOPPLER36

Le signe de Doppler est + ou - selon le mouvement du satellite. Si le satellite s'éloigne alors on a une valeur négative et si le satellite se rapproche on a une valeur positive. Soit $\vec{p_r}$ le vecteur position et $\vec{p_r}$ le vecteur vitesse du récepteur comme suit :

$$\vec{p_r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

$$\dot{\vec{p_r}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \vec{v_r}$$
(3.40)

Soit $\vec{p_s}$ le vecteur position et $\dot{\vec{p_s}}$ le vecteur vitesse du satellite comme suite :

$$\vec{p_s} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

$$\dot{\vec{p_s}} = \begin{bmatrix} \vec{x_s} \\ \dot{y_s} \\ \dot{z_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{xs} \\ v_{ys} \\ v_{zs} \end{bmatrix} = \vec{v_s}$$
(3.42)

A partir de la relation (3.38) et tenant compte que :

$$v = \|\vec{v}\| = (\vec{v_s} - \vec{v_r})\vec{u} \tag{3.43}$$

où \vec{u} est le vecteur unitaire de la ligne de vue qui peut être écrit comme :

$$\vec{u} = \frac{\vec{p_s} - \vec{p_r}}{\|\vec{p_s} - \vec{p_r}\|} \tag{3.44}$$

on a la mesure de Doppler pour le satellite "i" comme :

$$D_{i} = -\left(\frac{\vec{v_{s}^{i}} - \vec{v_{r}}}{c} \bullet \frac{\vec{p_{s}^{i}} - \vec{p_{r}}}{\|\vec{p_{s}^{i}} - \vec{p_{r}}\|}\right) f_{s}$$
(3.45)

οù

 $-v_s$ est le vecteur vitesse du satellite;

 $-v_r$ est le vecteur vitesse du récepteur;

- c la célérité de la lumière;

 $-p_s$ est la position de satellite;

-p est la position du récepteur;

 $-f_s$ est la fréquence transmise par le satellite.

3.3.3 Effet de l'horloge du récepteur

Afin de mesurer avec précision la fréquence d'un signal, il faut avoir une bonne stabilité de l'horloge. La même chose s'applique quand on souhaite une précision en fréquence. Le segment de contrôle du GPS fait en sorte que les fréquences transmises par les satellites sont très proches de la fréquence nominale L1 et on ajoute des corrections aux messages de navigation s'il est nécessaire. Ainsi, l'erreur dans la fréquence transmise cause peu de problème au récepteur.

En revanche, le récepteur a très rarement un oscillateur suffisamment bon pour estimer avec précision le décalage Doppler du signal reçu. On note la dérive de l'horloge du récepteur, par \dot{t}_r . Si \dot{t}_r est positif, l'horologe du recepteur tourne trop vite, et si \dot{t}_r est négatif, elle est lente. L'erreur Δf dans l'estimation de la fréquence de réception peut être modélisée comme :

$$\Delta f = -\dot{t}_r f_s \tag{3.46}$$

3.3.4 Equation d'observation de Doppler

On note la fréquence estimée du signal reçu du satellite i par f_s^i . Le décalage de fréquence entre la mesure à l'émission et la mesure à la réception est le décalage Doppler en ajoutant l'effet de dérive d'horologe lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps et on ajoute aussi les bruits de mesure de la fréquence.

$$f_r^i - f_s = D_i + \Delta f + \epsilon_{f_r^i} = -(\frac{v_s^i - v_r}{c} \bullet \frac{p_s^i - p_r}{\|p_s^i - p_r\|}) f_s - \dot{t}_r f_s + \epsilon_{f_r^i}$$
(3.47)

où $\epsilon_{f_r^i}$ est le bruit de mesure de la fréquence.

En multipliant l'équation (3.47) avec $-\frac{c}{f_s}$ on obtient

$$-\frac{f_r^i - f_s}{f_s}c = (v_s^i - v_r) \bullet \frac{p_s^i - p_r}{\|p_s^i - p_r\|} + c\dot{t}_r - \frac{\epsilon_{f_r^i}c}{f_s}$$
(3.48)

On note

$$\epsilon_{\dot{R}^i} = -\frac{\epsilon_{f_r^i} c}{f_s} \tag{3.49}$$

$$\dot{R}_T^i = (v_s^i - v_r) \bullet \frac{p_s^i - p_r}{\parallel p_s^i - p_r \parallel} + c\dot{t}_r$$
 (3.50)

où:

 R_T^i est la vraie variation de distance

 $\epsilon_{\dot{R}^i}$ est le bruit sur la mesure de la variation de distance

et on obtient:

$$-\frac{f_r^i - f_s}{f_s}c = \dot{R}_T^i + \epsilon_{\dot{R}^i} \tag{3.51}$$

La variation de distance mesure est :

$$\dot{R}^i = -\frac{f_r^i - f_s}{f_s}c\tag{3.52}$$

qui est la même mesure que l'on trouve dans le fichier Rinex. On considère que le bruit de mesure de la fréquence est négligeable et on a :

$$\dot{R}_T^i = (v_s^i - v_r) \bullet \frac{p_s^i - p_r}{\parallel p_s^i - p_r \parallel} + c\dot{t}_r = \dot{R}^i$$
(3.53)

Pour la simplicité d'écriture on note $c\dot{t}_r$, par \dot{d} . La nouvelle variable \dot{d} a l'unité de vitesse. La vraie variation de distance peut maintenant être écrite sous la forme suivante :

$$\dot{R}^{i} = (v_{s}^{i} - v_{r}) \bullet \frac{p_{s}^{i} - p_{r}}{\parallel p_{s}^{i} - p_{r} \parallel} + \dot{d}$$
(3.54)

3.4 Exemple d'utilisation du Doppler

En ce qui suit on va donne toutes les méthodes prises en compte pour arriver à calculer la position et la vitesse. Au debut on fait des calculs seulement avec les mesures de Doppler fournis par le récepteur, puis on ajoute les mesures de pseudo-distance. Pour résoudre tous les cas traités on utilise la méthode de Newton-Raphson présentée plus bas.

3.4.1 Doppler seuls

Ici on prendre en compte deux cas : cas du récepteur et fixe et cas du récepteur en mouvement.

Récepteur fixe. Dans cette situation, la vitesse est nulle $(v_r = 0m/s)$. On peut distinguer deux cas pour trouver la vitesse et la position d'un récepteur statique en utilisant la méthode itérative de Gauss-Newton :

- 1. v_r connue, alors on peut trouver p_r seulement avec Doppler
- 2. p_r connue, alors on peut trouver v_r seulement avec Doppler

Pour le premier cas, en utilisant l'équation (3.54) on obtient l'équation suivante :

$$v_s^i \bullet \frac{p_s^i - p_r}{\|p_s^i - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^i = 0$$
(3.55)

On a 4 inconnues, $p_r \in \mathbb{R}^3$ et $\dot{d} \in \mathbb{R}$: Supposons maintenant qu'on a obtenu simultanément les mesures de la variation de distance à partir de n satellites différents. Chaque mesure conduit à une équation semblable à l'équation

(??). Ainsi on obtient le système d'équations pour le positionnement et la vitesse à partir des mesures Doppler :

$$\begin{cases} v_s^1 \bullet \frac{p_s^1 - p_r}{\|p_s^1 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^1 = 0 \\ v_s^2 \bullet \frac{p_s^2 - p_r}{\|p_s^2 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^2 = 0 \\ \vdots \\ v_s^n \bullet \frac{p_s^n - p_r}{\|p_r^n - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^n = 0 \end{cases}$$

$$(3.56)$$

ΩÙ

- $-v_s^i$, i = 1..n sont les vecteurs vitesse des satellites, supposés connus
- $-p^i$, i = 1..n sont les vecteurs position des satellites, supposés connus
- $-\dot{R}_{i}$ sont les mesures de la variation de distance
- $-p_r$ est la position du recepteur, inconnue
- \dot{d} est la dérive d'horloge du récepteur, inconnue

Ainsi, il y a quatre inconnues, à savoir x, y, z, \dot{d} . Pour simplifier les notations, on utilise un vecteur contenant la position du récepteur et la dérive d'horologe.

$$X = \begin{bmatrix} p_r \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{d} \end{bmatrix} \in \Re^4 \tag{3.57}$$

En utilisant la méthode de Newton-Raphson qui est présentée en ce qui suit on arrive à calculer la position du récepteur.

En trouvant la position du récepteur on passe maintenant au deuxième cas, celui de trouver la vitesse en utilisant la position trouvée dans le premier cas.

A partir de l'équation (3.54) en supposant qu'on a n mesures de la variation de distance de n satellites on obtient le système suivant :

$$\begin{cases}
(v_s^1 - v_r) \bullet \frac{p_s^1 - p_r}{\|p_s^1 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^1 = 0 \\
(v_s^2 - v_r) \bullet \frac{p_s^2 - p_r}{\|p_s^2 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^2 = 0 \\
\vdots \\
(v_s^n - v_r) \bullet \frac{p_s^n - p_r}{\|p_s^n - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^n = 0
\end{cases}$$
(3.58)

où v_r est le vecteur vitesse du récepteur. Alors on a un vecteur d'état de 4 variables :

$$V = \begin{bmatrix} v_r \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \dot{d} \end{bmatrix} \in \Re^4$$
 (3.59)

3.4.2 Doppler et pseudo-distance

Maintenant on présente le calcule de la position et de la vitesse quand le récepteur est en mouvement.

Récepteur en mouvement. Le récepteur bouge et on fait le calcule de la position, la vitesse et le temp (PVT). Pour arriver, on a besoin des mesures de Doppler et des mesures de pseudo-distance en même temps.

En utilisant les équations (3.54) et (3.37) on arrive au système suivant en supposant qu'on a n mesures pour le Doppler et n mesures pour la pseudo-distance de n satellites visible :

$$\begin{cases} (v_{s}^{1} - v_{r}) \bullet \frac{p_{s}^{1} - p_{r}}{\|p_{s}^{1} - p_{r}\|} + \dot{d} - \dot{R}^{1} = 0 \\ (v_{s}^{2} - v_{r}) \bullet \frac{p_{s}^{2} - p_{r}}{\|p_{s}^{2} - p_{r}\|} + \dot{d} - \dot{R}^{2} = 0 \\ \vdots \\ (v_{s}^{n} - v_{r}) \bullet \frac{p_{s}^{n} - p_{r}}{\|p_{s}^{n} - p_{r}\|} + \dot{d} - \dot{R}^{n} = 0 \\ \parallel p_{s}^{1} - p_{r} \parallel + d - \rho_{1} = 0 \\ \parallel p_{s}^{2} - p_{r} \parallel + d - \rho_{2} = 0 \\ \vdots \\ \parallel p_{s}^{n} - p_{r} \parallel + d - \rho_{n} = 0 \end{cases}$$

$$(3.60)$$

Dans ce cas on a 8 inconnus. On forme le vecteur d'état comme suit :

$$X = \begin{bmatrix} p_r \\ d \\ v_r \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ d \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ \dot{d} \end{bmatrix} \in \Re^8$$
 (3.61)

Pour résoudre le système (3.60) on a besoin au mois de 4 satellites.

On revient maintenant à l'objectif principal, à savoir résoudre le problème de positionnement et de vitesse défini par le système d'équations (3.60). Il existe de nombreuses approches pour résoudre ce problème. Ces méthodes sont symboliques : numériques ou itératives. Il est à la fois mathématiquement et physiquement clair que le système d'équations (3.60) ne peut pas être résolu que si le nombre de satellites est supérieur à quatre (n > 4).

3.4.3 Calcul de la vitesse du récepteur avec Doppler

Vitesse relative. La position de chacun des satellites est connue à tout instant. Elle est calculée à partir des formules (3.20), section 3.2 avec les

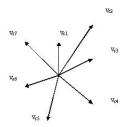


FIGURE 3.5 – Vecteur vitesse relative

données obtenues par le message de navigation diffusé par les satellites. La vitesse des satellites, à tout instant est également calculable à partir de la dérivée de ces formules. On peut déduire, à partir des signaux envoyés par quatre satellites, le temps et la position du récepteur dans un repère terrestre fixe.

De même, la vitesse du récepteur est calculée à partir d'une mesure d'effet Doppler sur la fréquence porteuse du signal envoyé par les satellites. On peut donc calculer la vitesse relative du récepteur par rapport à chacun des satellites, selon l'axe directeur qui relie ce satellite au récepteur. Comme pour un récepteur statique, on a sept satellites en vue et on obtient sept vecteurs de vitesse relative comme en Figure 3.5. Mais pour trouver la position et pour éliminer l'ambiguïté sur le temps seulement quatre satellites sont nécessaires. Ansi on obtient quatre vecteurs de vitesse relative différents, sur les axes directeurs reliant le récepteur aux quatre satellites.

La méthode de Newton itératif permet de déterminer la dérive temporelle de l'horloge du récepteur par rapport au temps GPS et la vitesse du récepteur selon trois axes dans le repère terrestre à partir de ces quatre vecteurs vitesse et des informations suivantes :

- les directions des axes directeurs récepteur-satellite par rapport à un repère terrestre fixe (longitude, latitude, altitude), ces directions sont obtenues elles-mêmes par la connaissance de la position du récepteur à un instant donné et la position de chaque satellite à ce même instant;
- les vitesses individuelles des satellites dans le repère terrestre à cet instant.

3.4.4 Élimination des mesures aberrantes

Mais si l'on utilise plus de quatre satellites, on obtient une information redondante. Si l'utilisation de toutes les informations redondantes aboutissait exactement à un même résultat de calcul de vitesse, on pourrait se contenter de prendre quatre satellites quelconques parmi les satellites de la constellation observée à un moment donné. Mais des imprécisions diverses affectent les mesures, de sorte que la redondance n'est pas parfaite. De plus, un satellite peut fonctionner de manière défectueuse à un moment donné et fournir alors des informations aberrantes dégradant le calcul de la vitesse.

La vitesse absolue du récepteur dans le repère terrestre peut donc s'exprimer sous forme d'un vecteur V à quatre composantes v_x, v_y, v_z, d , représentant respectivement les vitesses en longitude, latitude, altitude, et la correction due à la dérive d'horloge du récepteur.

Prenant en consideration le système des équation (??) on note :VH = Y

- H est la matrice (nx4) de n vecteurs (à quatre dimensions dans le repère terrestre fixe avec une composante temporelle unitaire) représentant les directions des axes directeurs de rang i=1 à n
- Y est un vecteur de (nx1) qui contient les mesures de la variation de distance pour les n satellites en vue.

L'intégrité du calcul de la vitesse peut être évaluée quantitativement à partir de la valeur suivante DV, qu'on appellera "résiduel de l'erreur de calcul" :

$$DV = (|Y - VH|)^2 (3.62)$$

c'est-à-dire que le résidu DV est la norme du vecteur différence entre le mesures de delta range Y et le produit vectoriel HV. C'est d'ailleurs cette quantité que l'on minimise lorsqu'on utilise le critère des moindres carrés. Ce résidu DV est d'autant plus grand que les mesures effectuées par les n satellites coïncident moins bien. On définit donc un seuil à ne pas dépasser. En effet le seuil risque d'être dépassé dès lors qu'un satellite fournit une mesure aberrante c'est-à-dire qui sort de la distribution statistique normale des bruits de mesure. Une indication de dépassement dit à l'utilisateur que la mesure de Doppler du satellite n'est pas fiable.

Les seuils d'intégrité peuvent bien entendu varier d'une application à l'autre. En pratique, on calculera plutôt un résidu normalisé, c'est-à-dire rapporté à un bruit de mesure estimé σ^2 . Dans la Figure 4.10 on peut intuitivement dire quelle est la mesure du bruit sur le Doppler.

Dans ce cas, on montre que l'on peut se fixer un seuil T acceptable pour le résidu normé, ce seuil dépendant essentiellement d'une probabilité de fausse alarme maximale qu'on choisira et dépendant du nombre n de satellites utilisés.

Les calculs qui permettent de déterminer le résidu nécessitent une estimation des bruits de mesure des Doppler et de pseudo-distance. En général, ces paramètres sont prédéterminés a partir de mesures statistiques. Une valeur réaliste pour le pseudo-distance est 1,8m et pour Doppler on a considéré 4m/s

Lorsque une intégrité insuffisante est constatée, il est souhaitable de supprimer au moins temporairement les données provenant du satellite qui cause la perte d'intégrité. Pour cela, il faut déterminer quel est ce satellite.

Pour cela, on calcule le résidu d'erreur de vitesse pour tous les groupes de n-1 satellites et on détermine pour quel rang i de satellite, le résidu résultant des n-1 autres satellites ne provoque pas de dépassement de seuil d'intégrité alors que le résidu pour n satellites provoque un dépassement. Une fois qu'on a identifié le satellite qui a causé l'erreur, on supprime les données en provenance de ce satellite.

3.5 Formulation du problème par la résolution du système à inverser

Dans les pages suivantes, on examine des méthodes itératives qui commencent par proposer une solution initiale et l'améliorent progressivement. On a fait les notations suivantes :

Notation.1 La position du récepteur et la dérive d'horologe estimée :

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{p}_r \\ \hat{d} \\ \hat{v}_r \\ \hat{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \\ \hat{d} \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \\ \hat{v}_z \\ \hat{d} \end{bmatrix} \in \Re^4$$
(3.63)

est l'estimation actuelle du récepteur et de la dérive d'horologe.

Notation.2 De mesure

$$H = [\dot{R}_1, \dot{R}_2, ..., \dot{R}_n, \rho_1, \rho_2, ... \rho_n]^T$$
(3.64)

est un vecteur formé des mesures de Doppler à partir de les n satellites utilisés dans les calculs.

L'équation (3.54) donne un modèle physique pour le Doppler et l'equation 3.37 donne un modèle physique pour la variation de distance. En supposant que les composantes du bruit $\epsilon_{\dot{R}^i}$ sont de moyenne nulle, on propose la définition suivante :

Mesure attendue

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} (v_s^1 - v_r) \bullet \frac{p_s^1 - p_r}{\|p_s^1 - p_r\|} + \dot{d} \\ (v_s^2 - v_r) \bullet \frac{p_s^2 - p_r}{\|p_s^2 - p_r\|} + \dot{d} \\ \vdots \\ (v_s^n - v_r) \bullet \frac{p_s^n - p_r}{\|p_s^n - p_r\|} + \dot{d} \\ \parallel p_s^1 - p_r \parallel + d \\ \parallel p_s^2 - p_r \parallel + d \\ \vdots \\ \parallel p_s^n - p_r \parallel + d \end{bmatrix}$$

$$(3.65)$$

La procédure pour trouver la solution vise à trouver un point \hat{x} tel que la mesure de la variation de distance soit égale à la mesure de la variation de distance réelle : $\hat{H} = H$. Afin d'avoir le problème dans un formulaire standard mathématiquement nous allons définir la fonction utile suivante :

Fonction de residus

$$f(\hat{x}) = \hat{H} - H = \begin{bmatrix} (v_s^1 - v_r) \bullet \frac{p_s^1 - p_r}{\|p_s^1 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^1 \\ (v_s^2 - v_r) \bullet \frac{p_s^2 - p_r}{\|p_s^2 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^2 \\ \vdots \\ (v_s^n - v_r) \bullet \frac{p_s^n - p_r}{\|p_s^n - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^n \\ \parallel p_s^1 - p_r \parallel + d - \rho_1 \\ \parallel p_s^2 - p_r \parallel + d - \rho_2 \\ \vdots \\ \parallel p_s^n - p_r \parallel + d - \rho_n \end{bmatrix}$$
(3.66)

est un vecteur avec la position du récepteur estimé et la dérive d'horologe estimée comme argument (\hat{x}) . Les composantes de la fonction vectorielle sont les différences entre les prédictions, en supposant $x = \hat{x}$, et la mesure de la variation de distance \dot{R}^i . $f(\hat{x}) \in \Re^n$, où n est le nombre de satellites utilisés dans les calculs. A partir du système d'équations (3.65) on déduit immédiatement que si l'estimation \hat{x} est égale à la position réelle du vecteur x alors la valeur de la fonction $f(\hat{x})$ doit être un vecteur nul. Ainsi notre espoir de trouver la véritable position récepteur et la dérive de l'horologe réside dans la recherche d'un zéro de la fonction $f(\hat{x})$. Le problème peut être

formulé par l'équation suivante :

$$f(\hat{x}) = \begin{bmatrix} (v_s^1 - v_r) \bullet \frac{p_s^1 - p_r}{\|p_s^1 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^1 \\ (v_s^2 - v_r) \bullet \frac{p_s^2 - p_r}{\|p_s^2 - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^2 \\ \vdots \\ (v_s^n - v_r) \bullet \frac{p_s^n - p_r}{\|p_s^n - p_r\|} + \dot{d} - \dot{R}^n \\ \parallel p_s^1 - p_r \parallel + d - \rho_1 \\ \parallel p_s^2 - p_r \parallel + d - \rho_2 \\ \vdots \\ \parallel p_s^n - p_r \parallel + d - \rho_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(3.67)$$

3.6 Méthode de Newton pour la résolution

Il n'y a aucune garantie que le système d'équations (3.67) ait une seule solution. En conséquence, l'équation (3.67) peut avoir d'autres solutions. Dans ce qui suit, nous supposerons qu'on a choisi un point initial x_0 suffisamment proche de la position réelle. Ensuite, notre solution de l'algorithme devraient converger vers le zéro de la fonction $f(\hat{x})$.

Ici, on utilise la méthode de Newton-Raphson pour trouver la solution. La procédure est fondée sur l'idée de l'approximation linéaire, de la fonction non-linéaire. Cela est nécessaire parce qu'il n'y a pas des méthodes générales pour résoudre directement un équation non-linéaire. L'approximation linéaire est valide dans un petit voisinage du point de linéarisation. Toute-fois, comme la procédure de linéarisation est répétée, la solution devient de plus en plus précise. On développe la fonction $f(\hat{x})$ par la série de Taylor du premier ordre au point x_k estimée :

$$f(x_k + \Delta x) \approx f(x_k) + \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial \hat{x}}|_{\hat{x} = x_k} \Delta x$$
 (3.68)

où Δx est un vecteur dont la norme est relativement faible. Pour simplifier on utilise la notation suivant pour la matrice derivative Jacobienne :

$$G(x_k) \equiv \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial \hat{x}}|_{\hat{x}=x_k} \tag{3.69}$$

Maintenant, la solution approchée de l'équation $f(x_k + \Delta x) = 0$ peut être trouvée en prenant la partie droite de l'équation (3.68) égale à zéro et le résoudre en Δx . Ainsi, Δx doit être trouvé à partir de l'équation :

$$f(x_k) + G(x_k)\Delta x = 0 (3.70)$$

En supposant qu'on ait les mesures de quatre satellites et que la matrice dérivée $G(x_k)$ soit inversable, nous obtenons l'équation :

$$\Delta x = -[G(x_k)]^{-1} p(x_k) \tag{3.71}$$

où $\Delta x = x_{k+1} - x_k$ est la différence entre la nouvelle et l'ancienne position estimée. Il n'est pas très pratique de se limiter à utiliser quatre satellites dans le positionnement.

Il y a toujours un peu de bruit présent dans les mesures de la variation de distance \dot{R}_i . Par conséquent, il n'est pas sage de rejeter les données disponibles. La méthode de Newton peut être légèrement modifiée afin qu'elle puisse être utilisée pour n'importe quel nombre de satellites. On peut utiliser l'équation (3.67). Lorsque on a plus de quatre satellites, il est très probable que la fonction $f(\hat{x})$ n'a pas de zéro. Au lieu de cela, on a maintenant à chercher le point pour lequel $f(\hat{x})$ est le plus proche du zéro dans le sens de la norme euclidienne.

Le problème de l'équation (3.67) est d'abord reformulé comme un problème non linéaire des moindres carrés :

$$min \| p(\hat{x}) \|^2 : x \in \Re^4$$
 (3.72)

Il est facile de voir que, lorsque le nombre de satellites n=4, les équations de (3.67) et (3.72) produisent le même résultat \hat{x} . La différence est que celleci puisse toujours être utilisé lorsque n>4. Lorsque l'équation (3.72) est résolue par la méthode de Newton-Raphson , la solution de l'étape d'itération (3.71) est remplacée par celle, plus générale :

$$\Delta x = -([G(x_k)]^T [G(x_k)])^{-1} [G(x_k)]^T p(x_k)$$
(3.73)

On peut facilement voir que si $G(x_k)$ est une matrice carrée $(G(x_k) \in \Re_{4\times 4})$, alors l'équation (3.73) se réduit à l'équation (3.71). Pour la méthode de Newton-Raphson on a choisi comme critère d'arret une seuil de 10^{-4} . Le seuil d'intégrité est de préférence choisi à partir d'une valeur de probabilité de fausse alarme acceptable dans l'application considérée.

Chapitre 4

Experimentation

Après avoir présenter l'effet Doppler et les équations qu'on utilise pour arriver à calculer la position par une méthode iterative de Newton-Raphson on a fait des essais pour prendre des données quand le capteur est en mouvement et les résultés seront présentés en ce qui suit. On donne la trajectoire obtenue et après on commence une analyse pour trouver des multi-trajets. Une méthode qu'on a poursuivi dans cette mémoire pour arriver a conclure si on rencontre tout au long du trace un ou plusieurs multi-trajets sera aussi présente.

4.1 Presentation des essais

Les données analysées dans ce chapitre ont été rassemblées le 25 mai 2008 avec la voiture CARMEN du laboratoire Heudiasyc, Figure 4.1. Elle est équipée par deux récepteurs PolaRx2e@ (Figure 4.2) de Septentrio et Ublox. On a utilisé le récepteur bi-fréquence PolaRx2e@, pour le positionnement précis, la navigation et les applications de synchronisation. Il permet la réception des signaux L1 et L2 jusqu'à 16 satellites de GPS. Le format RINEX (Receiver Independent Exchange Format) a été conçu pour faciliter l'échange



Figure 4.1 – La voiture expérimentale du laboratoire



Figure 4.2 – Le récepteur de PolaRx2e@

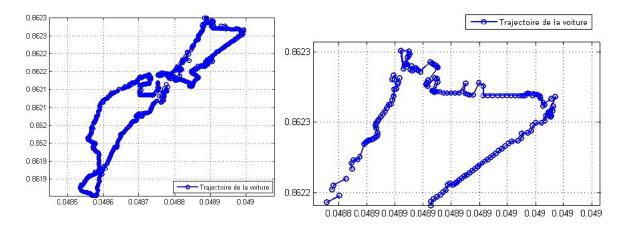


FIGURE 4.3 – Le trajet de référence

FIGURE 4.4 – Un bout du trajet

des données GPS produites par des récepteurs construits par des fabricants différents. La plupart des fabricants du récepteur GPS offrent des logiciels qui permettent de transformer les données de leur format de sortie d'origine en format RINEX. On peut également utiliser des logiciels tiers pour traduire les fichiers d'observations propres à un récepteur en fichiers de format RINEX. On utilise le récepteur PolaRx2e@ et on reçu les données en format binaire. Après on utilise le logiciel sfb2rin pour arriver a obtenir des fichiers Rinex.

Avec l'aide de programme Matlab la trajectoire est calculée en coordonnes cartésiennes puis projetée en coordonnes géodésique. La Figure 4.3 présente le trajet effectué dans les rues de Compiègne (Clos des Roses - piscine). Les données qui sont utilisées dans la figure ont été prises avec le récepteur PolaRx2e@ pendant une heure et demi. Le récepteur a enregistré les mesures de pseudo-distance et de variation de distance à une fréquence de 1Hz et de 10Hz. On peut remarquer qu'il y a des moments où on peut voir une absence de solution dans le parcours comme en Figure 4.4 à cause d'une manque de

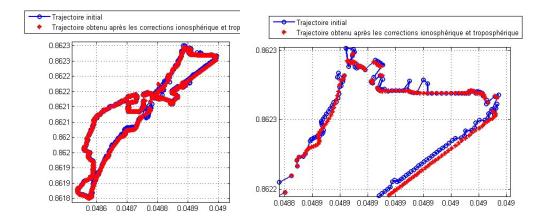


FIGURE 4.5 - Trajectoire obtenu FIGURE 4.6 - Trajectoire obtenu après les corrections ionosphérique et après les corrections ionosphérique et troposphérique

troposphérique

mesures.

4.2Les effets troposphérique et ionosphérique

On a corrigé le parcours en prenant compte des effets troposphériques et ionosphériques qui sont présents tout au long du trajet. La trajectoire obtenue après les corrections est illustrée sur la Figure.4.5. Pour les corrections de l'ionosphère, on a utilisé le modèle de Klobuchar implementé sous Matlab. La troposphère dépend de la température, de la pression, de l'humidité et de l'élévation du satellite. Ceci explique pourquoi une correction n'est pas fournie à l'utilisateur dans le message de correction. Le réseau de stations au sol n'a pas la densité suffisante pour prendre en compte les variations spatiales et temporelles de l'humidité. On a pris un modèle simpliste pour faire les corrections. Quand le modèle troposphérique est enlevé ceci additionne typiquement environ 14m à la mesure de PR. L'élimination de l'effet ionosphérique ajoute environ encore 3m.

4.3 Doppler et élévation

Dans ce chapitre, on présente les enregistrements Doppler quand la voiture équipée avec le récepteur est à l'arrêt et quand la voiture est en mouvement. On a fait deux essais : un essai statique d'une durée de 20 minutes et un essai avec le véhicule en mouvement d'une durée de 20 minutes également.

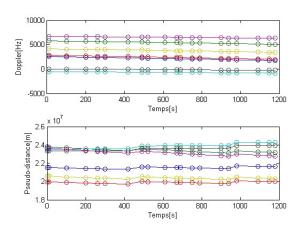


Figure 4.7 – Doppler et pseudo-distance pour 7 satellites

4.3.1 Doppler pour un récepteur statique

Pour un récepteur statique on a sept satellites en vue et on présente les courbes de Doppler et de pseudo-distance comme en Figure 4.7. L'azimut repère la position de l'antenne, et donc celle du satellite, par rapport au sud géographique; cet azimut s'exprime en degrés comptés vers l'est ou l'ouest. L'élévation représente l'angle, toujours exprimé en degrés, sous lequel le satellite est vu par rapport à l'horizontale. De manière précise, ces deux valeurs dépendent du lieu de réception. Dans la Figure 4.8 on présente la courbe Doppler et l'angle d'elevation. Le signe de Doppler depend du signe de la vitesse relative. Si le Doppler est nul alors les satellites sont au zénith et l'angle d'elevation est 90°. Si on regard la Figure 4.9 on note que le changement de pseudo-distance de GPS est lisse. La raison de base de ceci est la distance extrême (3 ou 4 rayons de la terre) au satellite GPS. Le mouvement fortement dynamique de récepteur a un grand impact. Ici nous considérons seulement un récepteur stationnaire. La caractérisation de ces courbes sont comme suit.

- Pseudo-distance : La valeur maximale de la pseudo-distance pour un satellite GPS est environ 25 000 kilomètres. La valeur minimale se produit au zenith et est environ à 20 000 kilomètres.
- Variation de distance : La valeur maximale de la variation de distance pour un signal GPS est environ 5kHz.

L'unité de mesure pour le Doppler avec PolaRx2@ est en Hz.

Doppler pour un récepteur un mouvement

Suivant l'endroit où on se trouve, les valeurs d'azimut et d'élévation seront différentes pour un même satellite. Les figures 4.10, 4.11, 4.12 illustrent la courbe de Doppler et la courbe d'élévation pour le satellite 28 en vue. Il y

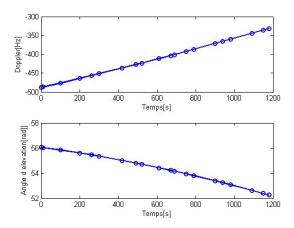


Figure 4.8 – Doppler et élévation pour le satellite 28

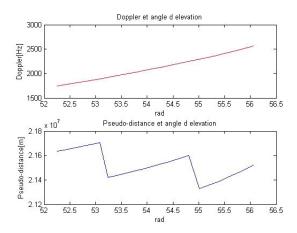


Figure 4.9 – Doppler et pseudo-distance tracé en fonction de l'angle d'altitude

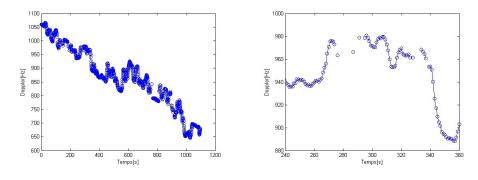


Figure 4.10 – Doppler pour le satellite 28 – Figure 4.11 – Doppler pour le satellite 28 entre la seconde 240 et 360

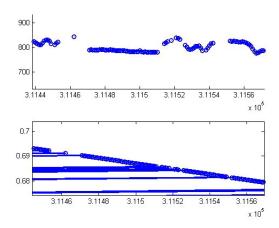
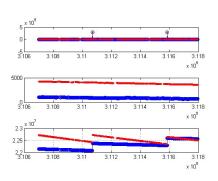


Figure 4.12 – Doppler et courbe d'elevation



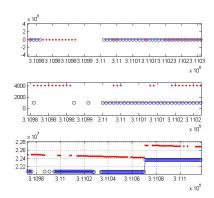


FIGURE 4.13 – Les mesures de Doppler et des pseudo-distances pour deux satellites

FIGURE 4.14 – Les mesures de Doppler et des pseudo-distances pour deux satellites

a des moments où on n'a pas de mesure Doppler comme on peut le voir dans la Figure.4.12. La présence d'obstacles provoque des réflexions du signal et l'atténue. Dans les figures 4.13, 4.14 on peut voir le Doppler et la pseudo-distance pour deux satellites en vue : 28 et 26. On note que parfois il n'y a pas ni de mesure Doppler ni de mesure de pseudo-distance.

4.4 Calcul de position et de vitesse

L'efficacité des méthodes présentées sera démontrée par des experiences discutés en ce qui suit. Alors, on donne les résultats obtenues pour le calcul de position et de vitesse. La position du satellite sera calculée à partir du fichier de navigation et la vitesse en dérivant la position. Les deux equations

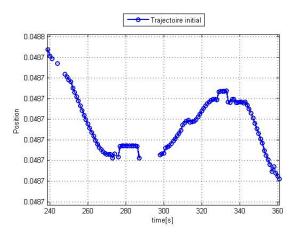


Figure 4.15 - Trajectoire entre 240 et 360s

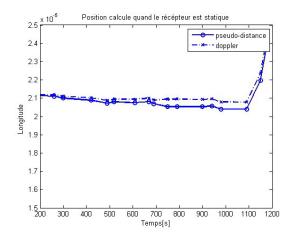


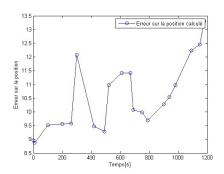
Figure 4.16 – Solution obtenue quand le récepteur est statique

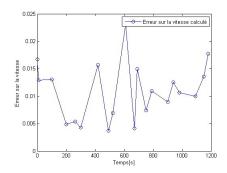
(3.20) et (3.23) ont été implémentés sous Matlab et on utilise la position et la vitesse du satellite trouvée pour calculer la position et la vitesse du récepteur.

4.4.1 Experience statique

Dans la Figure.4.16, on a illustré la solution obtenue pour les 7 satellites visible pendant l'enregistrement fait le 25 mai 2008. La position est calculée initialement avec la pseudo-distance seule et après avec la méthode iterative de Newton prenant comme données les pseudo-distances et les Doppler en même temp pendant 20 minute de l'essai.

Le récepteur était statique. C'est-à-dire que la vitesse de la voiture est nulle. Ainsi on a trouvé la position avec une precision de 8m en utilisant





pour un récepteur statique

Figure 4.17 – L'erreur sur la position Figure 4.18 – L'erreur sur la vitesse pour un récepteur statique

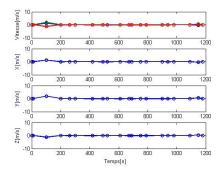


Figure 4.19 – Vitesse de l'essai en statique. La figure supérieure montre les évaluations de vitesse et les trois figures inférieures illustrent les composantes v_x, v_y, v_z de la vitesse

seulement les mesures de pseudo-distance comme montre la Figure 4.17. Quand on connaît la position du récepteur, on estime la vitesse de la voiture comme montre la Figure 4.18. On obtient une vitesse nulle avec un erreur de 0.0657m/s. Dans le dernier cas, on a utilisé les deux mesures (Doppler et pseudodistance) et on a trouvé pour un récepteur statique une position avec un erreur de 8m et une vitesse nulle. La Figure 4.19 montre les résultats de la détermination de vitesse. Puisque cet essai a été effectué en mode statique, les évaluations de vitesse ont été comparées à la valeur de vitesse nulle considérée comme vérité. Nous voyons que certaines des erreurs (inexactement modelées ou partiellement modelé) ont été absorbés dans la solution des moindres carrés. Cependant, nous pouvons encore confirmer que la détermination de vitesse en utilisant la méthode interactive et les mesures de Doppler s'est comportée tout à fait bien dans le mode statique.

Un autre paramètre inconnu dans le modèle fonctionnel pour la détermination de vitesse est la dérive d'horloge de récepteur. Le schéma 4.20 montre les évaluations du biais de temps de l'horloge et de dérive d'horloge de récep-

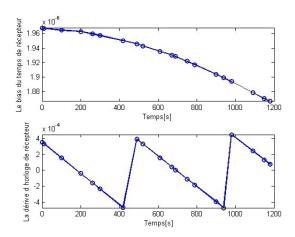


FIGURE 4.20 – Biais de temps de l'horloge et la dérive d'horloge du récepteur

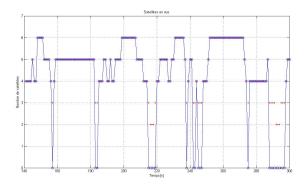


Figure 4.21 – Nombre des satellites en vue

teur. La dérive d'horloge du récepteur est la variation, au cours du temps, du biais de temps de l'horloge du récepteur. Le bias du temps de récepteur a été estimées par les pseudo-distances et la dérive d'horloge de récepteur a été estimées par les mesures de Doppler.

4.4.2 Experience dynamique

Un test sur la rue a été effectué. La voiture équipée par le récepteur PolaRx2e@ a été conduit dans un environment urbain, avec de grands bâtiments. Le nombre de satellites a varié de 2 à 9 comme montre la Figure.4.21. Dans le positionnement en temps réel par le GPS, on désire trouver la position, le bias d'horloge, la vitesse et la derive d'horloge, sur les mesures des pseudo-distances et le décalage de Doppler. Ces mesures peuvent être suivis dans les Figures.4.22 et 4.23 La solution est enregistré sur la Figure.4.24 pour 2 minutes et 30 secondes. Avec moins de trois satellites comme montre

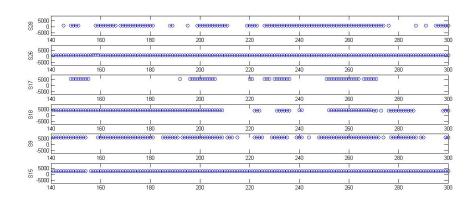


Figure 4.22 – Les mesures de Doppler

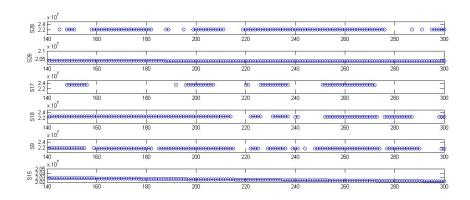


Figure 4.23 – Les mesures de pseudo-distance

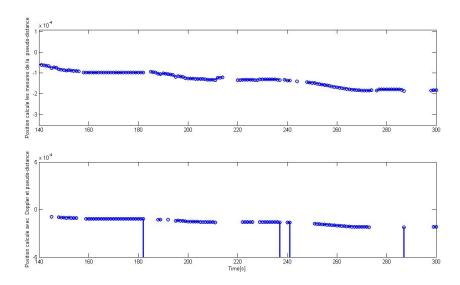


FIGURE 4.24 – Trajectoire pendant 2'30" quand la voiture est en mouvement

la Figure.4.21, des informations supplémentaires sont exigées pour compléter le processus de positionnement. Même si le nombre des satellites baisse à un ou zéro, on peut utiliser quelques techniques de filtrage, telles que le filtre de Kalman, pour fournir un service continu de navigation. En Figure.4.15, on a seulement deux satellites en vue pendant 10 secondes, c'est-à-dire deux mesures pour le Doppler et deux mesures pour la pseudo-distance et on doit estimer la position par filtrage.

4.5 Detection de multi-trajet

L'erreur de multitrajet se produit quand le signal GPS arrive au récepteur après plus d'un trajet à cause de réflexions près du récepteur. Cette erreur dépend des conditions autour de l'antenne et du type d'antenne. Ces multitrajets entraînent une surévaluation des distances entre les satellites et le récepteur et donc une dérive de position. Ce phénomène est d'autant plus important que le nombre de satellites visibles est petit. Le multitrajet est une erreur difficile à corriger, et il n'existe pas de modèle général. On a essayer deux méthodes pour détecter de multitrajets :

- approche par analyse seule de pseudo-distance : difficile à analyser parce qu'on ne peut pas distinguer l'effet de la dynamique du système de l'apparition d'un multitrajet.
- analyse des résidus.

La première méthode n'est pas utilisable. Une mesure de pseudo-distance tout au long du trajet peut être visualisée sur la Figure 4.25.

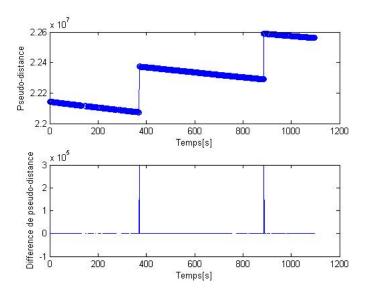


Figure 4.25 – Pseudo-distance pour le satellite 28

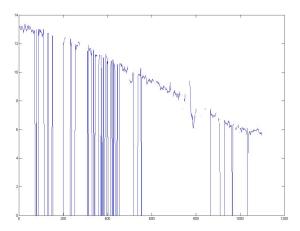
Prenant en compte la deuxième solution proposée plus haut, on a cherché en temps différé à identifier les trajets multiples en examinant les résidus des pseudo-distances.

Après avoir fait le trajet comme le montre la Figure.4.3 et avoir rassemblé les données on regarde la norme de résidu de pseudo-distance et analyse les résidus. On doit préciser que les données ont été prises avec le récepteur de PolaRx2@ et on a utilisé une masque d'elevation de 38° , c'est-à-dire que tout les satellites qui pose des problèmes sont enlevés. Comme le montre la Figure.4.26 on pense qu'il y n'a pas des multi-trajets.

Avançant, on a fait une autre analyse, celui de la norme des résidus de la pseudo-distance pour le récepteur Ublox (Figure.4.27). On observe des sauts très grand. La norme augment chaque fois qu'on a un satellite de plus dans la constellation et baisse quand un satellite est enlevé. Le problème qui se pose maintenait est de discriminer les sauts des résidus dus où bien à un multi-trajet où bien a un changement de constellation. Des tests pour les données récupérés du récepteur Ublox sont montrés en ce qui suit. On a fait l'analyse suivant : on a regardé sur la trajectoire et on a cherché des sauts. Après on a suivi les changements du nombre des satellites.

Au moment $t=211\mathrm{s}$ on note un saut sur la trajectoire comme en Figure 4.29. On regard la pseudo-distance pour les satellites en vue comme en Figure 4.28. On note que dans ce moment le satellite 9 sort mais le satellite 17 apparaît. Alors on a un salt mais c'est à cause du nombre de satellite qui change.

En ce qui suit on donne la méthode qu'on a utilisée pour la recherche de multi-trajet :



 ${\tt Figure}~4.26-{\tt La}~{\tt norme}~{\tt de}~{\tt r\'esidu}~{\tt pour}~{\tt la}~{\tt pseudo-distance}$

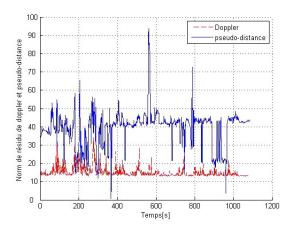


Figure 4.27 – La norme de résidu pour la pseudo-distance et le Doppler

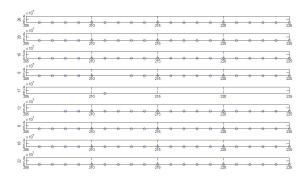


Figure 4.28 – La pseudo-distance pour les satellites en vue en seconde 211.

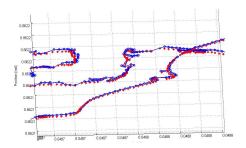


Figure 4.29 – La trajectoire à la seconde 211.

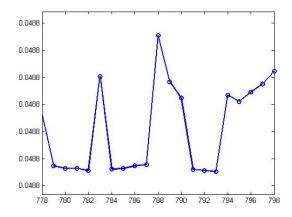
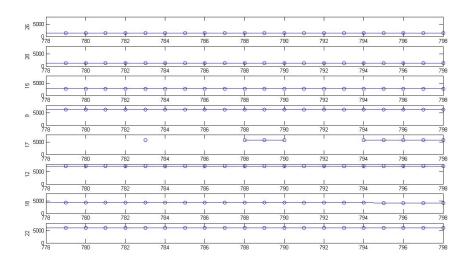


FIGURE 4.30 – La trajectoire entre les secondes 778 et 798

- Calculer la position d'un récepteur en mouvement;
- Calculer les résidus de pseudo-distance pour tous les satellites en vue ;
- Calculer la norme des résidus;
- Afficher la norme des résidus sur des graphes différents en fonction du nombre de satellites utilisés à l'instant donne;
- Rechercher les sauts sur chaque graphe;
- Analyser les pseudo-distance, les résidus, le Doppler pour chaque satellite à l'instant du saut;
- Détecter le satellite qui pose des problèmes;

Cette analyse peut être visualisée en ce qui suit. On analyse la norme de résidu sur la Figure.4.35 (ou Figure.4.33) et on détecte un saut. On constate que le nombre des satellites reste le même sur la Figure.4.33 pendant les secondes : 788, 789, 790. Maintenait on cherche à identifier les satellites qui posent des problèmes. A l'instant du saut on calcule le résidu pour chaque satellite comme montre la Figure.4.37. On détecte 3 satellites qui ont des grands résidus. On present la pseudo-distance, le résidu et le Doppler pour le satellites 17 de la constellation celui qui a causé le saut sur la Figure.4.36.



 ${\tt Figure~4.31-Doppler~entre~les~secondes~778~et~798}$

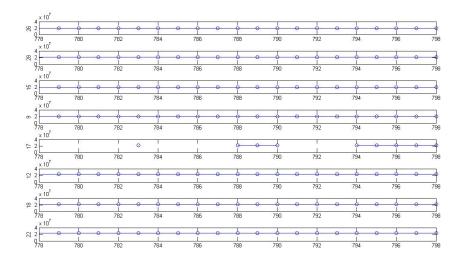


Figure 4.32 – La pseudo-distance entre les secondes 778 et 798

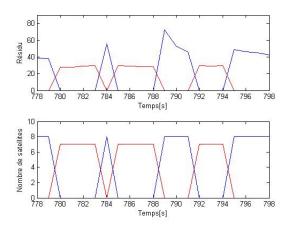


Figure 4.33 – Norme de résidu entre les secondes 778 et 798

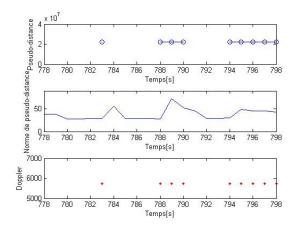


Figure 4.34 – La pseudo-distance, la norme du résidu et le Doppler entre les secondes 778 et 798

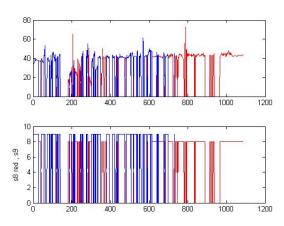


Figure 4.35 – La norme de résidu

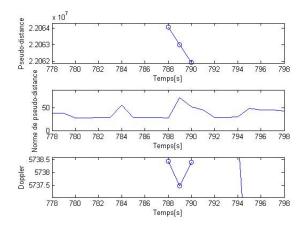


Figure 4.36 – La pseudo-distance, la norme du résidu et le Doppler entre les secondes 778 et 798

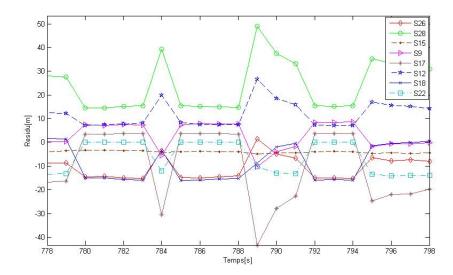


FIGURE 4.37 – Les résidus à l'instant du saut t=789 pour chaque satellite

On ce qui suit on montre le Doppler et la difference de pseudo-distance pour les trois satellites : Figure 4.38, Figure 4.39, Figure 4.40.

On peut aussi remarquer que le trajet multiple a d'autant moins d'influence que le temps d'observation est long, car l'écart de quelques centimètres sur un petit nombre d'époques se trouve moyenne avec un grand nombre d'époques. Cela veut dire aussi que les techniques les plus sensibles aux multi-trajets sont les méthodes rapides, le cinématique pour lequel on détermine une position par époque étant évidemment le plus affecté.

Comme une conclusion on peut essayer de s'affranchir des trajets multiples en prenant quelques dispositions au niveau des observations :

- par le choix de la station en évitant les surfaces réfléchissantes proches,
- par le choix d'antennes munies d'un plan absorbant, ou d'antennes choke ring,
- par filtrage des ondes,
- par le choix des satellites les plus bas étant les plus sensibles au multitrajet.

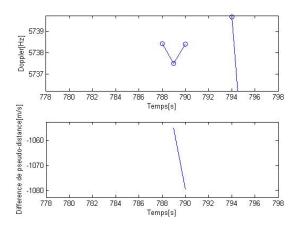
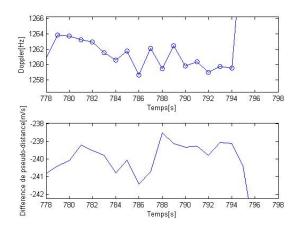


Figure 4.38 – Satellite 17



 $Figure\ 4.39-Satellite\ 28$

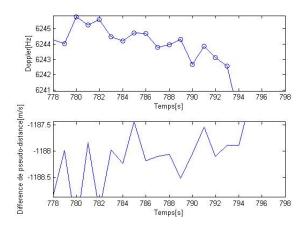


FIGURE 4.40 - Satellite 12

Chapitre 5

Conclusion

Dans cette étude, on a calculé la position et la vitesse des satellites dans le système celeste et après des rotations on est passé au système de référence WGS84.

La position d'un objet statique est calculée à partir des mesures de Doppler ou bien des mesures de pseudo-distance. Pour un objet dynamique, la position et la vitesse sont calculées à partir des deux mesures de Doppler et de pseudo-distance.

Une méthode de observer de multi-trajet est également étudiée afin d'améliorer la position calculée. On a déduit que le satellite qui présente le plus grand résidu n'est pas forcément qui a un défaut.

Perspective : implementation d'un algorithme d'amélioration de la méthode de detection de multi-trajet et gestion simultanée de l'apparition et la disparition des satellites.

Chapitre 6

Bibliographie

- [1] A. Lehtinen, (2002). Doppler Positioning with GPS.Master of Science Thesis. Tampere University of Technology.
- [2] Kaplan, E. D. (1996). Understanding GPS, principales and applications. Artech House Publishers.
- [3] V. Petrovskyy, V. Tretyak (2007). Precise GPS Position and Attitude. Alborg University.
- [4] S. Durand, (2003). Amélioration de la précision de la localisation différentielle temps réel par mesure de phase des systèmes GNSS. Observatoire de Paris
- [5] M. Agrawal et K. Konolige, (2007). Real-time Localization in Outdoor Environments using Stereo Vision and Inexpensive GPS. International Conference on Pattern Recognition.
- [6] W. DING, (2007). Integration of MEMS INS with GPS Carrier Phase Derived Velocity: A new approach. 20th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of the U.S. Inst. of Navigation.
- [7] L. Serrano et al, (2004). A GPS Velocity Sensor: How Accurate Can It Be? A First Look. National Technical Meeting of the Institute of Navigation.
- [8] H. Kuusniemi, G. Lachapelle, (2006).GNSS Signal Reliability Testing in Urban and Indoor Environments.Position,Location and Navigation Symposium.
- [9] Dyquenne, (2005). GPS localisation et navigation par satelittes
- [10] Hofmann, Welenhof et al., (2001). GPS, Theory and Practice. Fourth, Revised Edition. Springer-Verlag.
- [11] B. Remondi, (1984). (Using the Global Positioning System (GPS) phase observable for relative geodesy: modeling, processing, and results). PhD thesis, Center for Space Research, University of Texas at Austin.
- [12] B. Tapley, B. Schutz, G. Born, (2004). Statistical Orbit Determination, Academic Press.
- [13] B.W. Parkinson (Ed), (1996). Global Positioning System: Theory and

Applications, Vols I and Il. AIAA Press.

- [14] R.P. Butler, G.W. Marcy, E. Williams, et al., (1996). PASP, 108, 500.
- [15] N. Capitaine, S. Soffel, A. Gontier, D.Gambis et M. Granveaud, (1997). Cours de DEA Dynamique des Systèmes Gravitationnels sur les Systèmes de Reference spatio-temporels.
- [16] C. Audoin et B. Guinot, (1998). Les fondements de la mesure du temps : comment les fréquences atomiques règlent le monde. Ed. Masson.
- [17] E. Arias, (2001). Definition and realization of TAI. Dans Journées 2000 Systèmes de Référence Spatio-temporels, pages 214 217, Observatoire de Paris.
- [18] Y. Sortais, (2001). Construction d'une fontaine double à atomes froids de ^{87}Rb et ^{133}Cs ; Étude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine. PhD thesis, Université Paris VI.
- [19] BDL (1997). Éphémérides Astronomiques 1998. Ed. Masson.
- [20] J. Souchay, (2000). The Celestial Reference System I.C.R.S. Principles and Present Realization.
- [21] Z. Altamimi, C. Boucher et P. Sillard, (2001). New trend for the realization of the International Terrestrial Reference System. New Trends in Space Research, Advances in Space Research, 30(2):175-184.
- [22] W. Fricke, H. Schwan et T. Lederle, (1988). Fifth Fundamental Catalogue, Part I. Veroff. Astron. Rechen Inst.
- [23] D. McCarthy, (2000). The Definition of UTC. Dans Proceedings of IAU Colloquium 180.
- [24] M. Merrigan, E. Swift, B. Wong et J. Saffel, (2002). A Refinement to the World Geodetic System 1984 Referece Frame. Dans Proc. of ION GPS Meeting, Portland, Oregon.

```
[Flo], http://florenaud.free.fr/Doppler.php\\ [Eff], http://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Doppler-Fizeau\\ [Efl], http://effetdoppler.linkfanel.net/\\ [Mff], http://effetdoppler.linkfanel.net/\\ [Mff], http://mayerwin.free.fr/gnss_utilisateur.html\\ [Fff], http://florenaud.free.fr/Doppler.php\\ [Ero], http://ej.rsna.org/ej3/0079-98.fin/doppler.html\\ [Zue], http://zebu.uoregon.edu/soper/Light/doppler.html\\ [Pwh], http://paul.wad.homepage.dk/doppler_theory/doc.html\\ [webIER], http://www.iers.org
```

Chapitre 7

Annexe

7.0.1 Calcul de la matrice Jacobienne G

De même qu'on a été vue dans la section 3.6, la matrice Jacobienne G est essentielle pour la méthode de Newton. Maintenant nous nous concentrerons sur la matrice G dans un peu plus de détail.

sur la matrice G dans un peu plus de détail. Comme $G = \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial \hat{x}}$, alors la matrice G a autant des lignes comme la fonction résidu de la variation de distance $f(\hat{x})$ et autant des colonnes comme le vecteur de la position et de l'horologe estimé \hat{x} . Ainsi $(G \in \Re_{4\times 4})$, où n est le nombre de satellites utilisés dans les calculs.

On obtient la matrice G par la derivation algébrique de la fonction $f(\hat{x})$. Considérons en détail la derivation :

$$G = \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial \begin{bmatrix} \hat{p}_r \\ \hat{d} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \hat{p}_r} \frac{\partial f_1}{\partial \hat{d}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \hat{p}_r} \frac{\partial f_2}{\partial \hat{d}} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial \hat{p}_r} \frac{\partial f_n}{\partial \hat{d}} \end{bmatrix} \in \Re_{4 \times 4}$$
 (7.1)

où f_i sont les composants de la fonction f.

A partir de la relation :

$$f_i(\hat{x}) = (v_s^i - v_r) \frac{p_s^i - \hat{p_r}}{\|p_s^i - \hat{p_r}\|} + \dot{d} - \dot{R}^i$$
 (7.2)

on derive par rapport au vecteur position et on obtient :

$$\frac{\partial f_i}{\partial \hat{r_u}} = \frac{\partial}{\partial \hat{r_u}} \left[(v_s^i - v_r) \cdot \frac{p_s^i - \hat{p_r}}{\|p_s^i - \hat{p_r}\|} + \dot{d} - \dot{R}^i \right] \tag{7.3}$$

Dans l'equation 7.3 v_s^i, v_r, \hat{d}, R^i sont constantes par rapport à la position estimé $\hat{r_u}$. On utilise la formule (fg)' = f'g + g'f et on obtient :

$$\frac{\partial f_{i}}{\partial \hat{r_{u}}} = (v_{s}^{i} - v_{r}) \bullet (p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}) \frac{\partial}{\partial \hat{r_{u}}} \frac{1}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} + \frac{(v_{s}^{i} - v_{r})^{T}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} \frac{\partial}{\partial \hat{r_{u}}} (p_{s}^{i} - p_{r}^{i})^{4})$$

$$= (v_{s}^{i} - v_{r}) \bullet (p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}) \frac{1}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel^{2}} \frac{(p_{s}^{i} - \hat{p_{r}})^{T}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} - \frac{(v_{s}^{i} - v_{r})^{T}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} I_{3} \langle \vec{r}_{s}.5\rangle$$

$$= \{ (\frac{v_{s}^{i} - v_{r}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} \bullet \frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel}) \frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} - \frac{(7.6)}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} I_{s} \langle \vec{r}_{s}.5\rangle$$

$$- (\frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} \bullet \frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel}) \frac{v_{s}^{i} - v_{r}}{\parallel p_{s}^{i} - \hat{p_{r}} \parallel} \}^{T}$$

$$(7.7)$$

où $I_{3\times3}$ est la matrice identité 3×3 . L'équation (7.4) donne le dérivé partiel de la fonction de résidus par rapport à la position du récepteur. La forme de l'équation est satisfaisant pour le calcul numérique. Cependant, la forme n'est pas très intuitive. Le côté droit de l'équation (7.4) peut être transformé en forme géométriquement.

Alors on utilise la formula $a \times (b \times c) = (a \bullet c) \bullet b \cdot (a \bullet b) \bullet c$ avec $a = c = \frac{p_s^i - \hat{p_r}}{\|p_s^i - \hat{p_r}\|}$ et $b = -\frac{v_s^i - v_r}{\|p_s^i - \hat{p_r}\|}$ et on obtien :

$$\frac{\partial f_{i}(\hat{x})}{\partial \hat{r_{u}}} = \left\{ \frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\|p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}\|} \times \left(\frac{-(v_{s}^{i} - v_{r})}{\|p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}\|} \times \frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\|p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}\|} \right) \right\}^{T} \\
= \left\{ \frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\|p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}\|} \times \left(\frac{p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}}{\|p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}\|} \times \frac{v_{s}^{i} - v_{r}}{\|p_{s}^{i} - \hat{p_{r}}\|} \right) \right\}^{T}$$

Pour accomplir le calcul symbolique de la matrice Jacobienne G que nous devons trouver le dérivé partiel de la fonction de résidus par rapport à l'horloge. Heureusement, ce problème est insignifiant. On peut facilement voir de l'équation (7.2) $\frac{\partial f_i(\hat{x})}{\partial \hat{d}} = 1$. Maintenant la matrice G peut être écrit comme :

$$G = \begin{bmatrix} \{\frac{p_s^1 - \hat{p_r}}{\|p_s^1 - \hat{p_r}\|} \times (\frac{p_s^1 - \hat{p_r}}{\|p_s^1 - \hat{p_r}\|} \times \frac{v_s^1 - v_r}{\|p_s^1 - \hat{p_r}\|})\}^T 1 \\ \{\frac{p_s^2 - \hat{p_r}}{\|p_s^2 - \hat{p_r}\|} \times (\frac{p_s^2 - \hat{p_r}}{\|p_s^2 - \hat{p_r}\|} \times \frac{v_s^2 - v_r}{\|p_s^2 - \hat{p_r}\|})\}^T 1 \\ \vdots \\ \{\frac{p_s^n - \hat{p_r}}{\|p_s^n - \hat{p_r}\|} \times (\frac{p_s^n - \hat{p_r}}{\|p_s^n - \hat{p_r}\|} \times \frac{v_s^n - v_r}{\|p_s^n - \hat{p_r}\|})\}^T 1 \end{bmatrix}$$

7.0.2 Matrice de rotation

Afin de trouver la position de l'utilisateur sur le globe, le système de coordonnées du satellite doivent être transformés dans le système de coordonnées ECEF. La première matrice faire tourner le périgée autour du noeud

ascendant dans la direction négative de ω .

$$R(\omega) = \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0\\ \sin \omega & \cos \omega & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (7.8)

Pour la prochaine matrice le plan orbitale se transform à l'équateur dans la direction négatif de l'angle de rotation i.

$$R(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{bmatrix}$$
 (7.9)

Pour la prochaine transformation, il est nécessaire d'introduire le centre d'inertie (ECI) de la Terre. L'origine de l'ECI est le centre de masse de la Terre. Dans ce repère l'axe z est perpendiculaire au plan équatorial et l'axe x est l'équinoxe. Ce repère ne tourne pas avec la terre. Suivant le noeud ascendant est déplacé à l'équinoxe vernal. La rotation se fait à la direction négative de l

$$R(l) = \begin{bmatrix} \cos l & -\sin l & 0\\ \sin l & \cos l & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (7.10)

La dernière matrice transforme les coordonnées du satellite d'ECI à l'ECEF cadre de référence. Mais le même résultat est obtenu en substituant un autre angle de rotation : longitude du noeud ascendant de l'équation 3.17.

$$\Omega = \Theta - l \tag{7.11}$$

où Θ est le temps sidéral Greenwich qui peut être exprimé en termes de taux de rotation de la terre ω_e et du t_s le temps écoulé depuis que le méridien de Greenwich traversé l'équinoxe vernal comme :

$$\Theta = \omega_e t_s \tag{7.12}$$

La position du satellite en coordonnées ECEF est calculée comme suit :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R(\Omega)R(i)R(\omega) \begin{bmatrix} \parallel \vec{p} \parallel \cos v \\ \parallel \vec{p} \parallel \sin v \\ 0 \end{bmatrix}$$
(7.13)