

Nivelit i dytë i masterit të elektronikës dhe telekomunikacionit të Fakultetit të Teknologjisë së informacionit, Universiteti Politeknik i Tiranës.

**Lenda : Elemente të kërkimeve operacionale me aplikime
Dritan Naçe**

Teza e provimit (2.5 ore)

Qershor 2009

Ps. N.q.s. ndonjë pyetje është e paqarte, bëni një hipotezë dhe jepini përgjigje pyetjes në funksion të hipotezës. Përgjigja do të merret parasysh n.q.s. hipoteza është e qënësishme.

1. Problem modelizimi ne PL : Ngarkesë e ekuilibruar (45 pike)

N vagona treni janë rezervuar për transportin e m kutive. Cdo vagon mund të transportojë një ngarkesë maksimale P . Kutitë, $1, 2, \dots, m$ dhe peshat e tyre p_1, p_2, \dots, p_m janë të njohura. Suppozojmë që pesha totale është më e vogël se $N \cdot P$.

- Modelizoni ne PL problemin e vendosjes së kutive nëpër vagona në mënyrë të tillë që të minimizohet ngarkesa e vagonit më shumë të ngarkuar. Ky problem do të quhet “ngarkesë e ekuilibruar” me poshte.
- Ekzaminoni rastin e 2 vagonave. Tregoni që ky problem është i ngjashëm me problemin e “çantës së alpinistit” (knapsack).
- Tregoni që problemi “ngarkesë e ekuilibruar” është NP i vështirë.

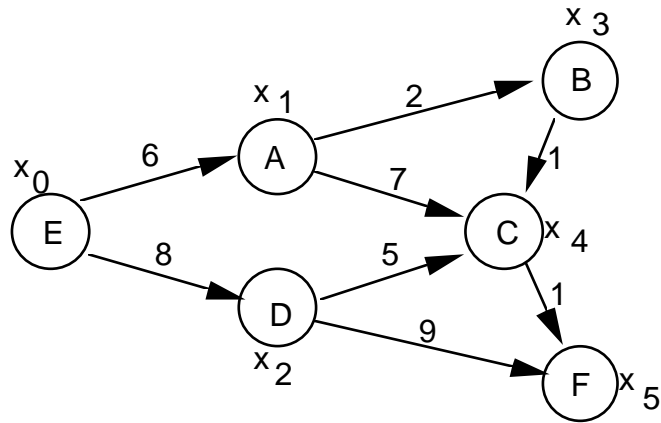
Për kujtesë. Problemi i çantës së alpinistit (knapsack) përkufizohet si më poshtë.

E dhëna : Një bashkësi e fundme X dhe një numër $B \in \mathbb{Z}^+$. Për çdo $x_i \in X$, jepet një peshë $p(x_i)$ dhe një vlerë $v(x_i)$.

Pyetja : A egziston $X' \subseteq X$ i tillë që $\sum_{x_i \in X'} p(x_i) \leq B$ dhe $\sum_{x_i \in X'} v(x_i)$ të jetë maksimale ?

2. Problemi i rrugës më të shkurtër (25 pike).

- Të gjenen rrugët më të shkurtëra nga x_0 në nyjet e tjera të grafikut G_1 të dhënë në Figurën 1. Cilet algoritëma mund të përdoren? Justifikoheni.
- Rrugët më të shkurtëra të gjetura a janë të vetme? Justifikoheni.



Figurë 1. Grafi i peshuar G1.

3. Programim dinamik (30 pike).

Një alpinist, që nis për një udhëtim të gjatë, duhet të mbushë cantën e shpinës me ushqime. Ai disponon tre lloje ushqimeshne disponibël në “pako”, të cilat janë të pacopëtueshme dhe në sasi të kufizuara për secilin. Ai njeh gjithashtu vlerën ushqimore dhe peshën unitare (për pako), për secilin ushqim. Të gjitha këto informacione janë dhënë në tabelën e mëposhtëme. Peshë totale që alpinisti mund të mbajë me këtë çantë është 16 kilogram.

Ushqimet	I	II	III
Pesha unitare në kilogram	7	5	2
Sasia disponibël	4	3	4
Vlera ushqimore për një pako	15	10	4

Alpinisti duhet të caktojë ushqimet që do të marrë me vete në mënyrë të tillë që të maksimizojë vlerën ushqimore të cantës duke mos e kaluar limitin e 16 kilogramëve.

Në mënyrë të përgjithëshme, ky problem perkufizohet nga këto të dhëna dhe variabla :

n , numri i ushqimeve të ndryshme;

p_i pesha unitare e ushqimit i ($i \in [1, n]$);

q_i numri maksimal në dispozicion për ushqimin i ($i \in [1, n]$);

c_i vlera ushqimore e ushqimit i ($i \in [1, n]$);

x_i sasia që do të caktohet për t’u marrë për ushqimin i ($i \in [1, n]$) (këto janë variablat);

P pesha maksimale që mund të mbaje çanta.

a) Jepni një formulim të problemit në formën e një programi linear me numëra të plotë.

b) Shënoni $f_i(Q)$ vlerën ushqimore maksimale të çantës së ngarkuar në mënyrë optimale duke përdorur vetëm i ushqimet e para, me një peshë totale Q ($Q \leq P$). Jepni formulat e optimizimit rekurent, d.m.th. formulat që lidhin funksionin f_i me funksionin f_{i-1} .

c) Vizatoni grafën e vendimeve për këtë problem. (Një graf i ngashëm është ndërtuar për problemin e investimeve të studiuar në klasë).