

Incertitudes aléatoires et épistémiques, comment les distinguer et les manipuler dans les études de fiabilité ?

Felipe AGUIRRE, Mohamed SALLAK, Walter SCHÖN

Université de Technologie de Compiègne

UMR CNRS 7253, Heudiasyc BP 20529

Email : {faguirre, sallakmo, wschon}@hds.utc.fr

Résumé—Dans la littérature, différentes méthodes de classification des incertitudes et de leurs sources sont proposées. La distinction la plus courante étant de diviser les incertitudes en deux types : incertitude aléatoire et incertitude épistémique. Le premier étant irréductible et dû à la variabilité naturelle des phénomènes aléatoires. Le deuxième est dû à un manque de connaissances qui peut être réduit en faisant davantage d’efforts (recueil de données, consultation d’experts, essais accélérés, etc.). Dans ce papier, nous proposerons une discussion sur la validité de cette distinction et nous montrerons que cela a des répercussions sur le choix de la théorie à utiliser pour représenter les différents types d’incertitudes.

I. INTRODUCTION

L’objectif principal des études de fiabilité est de prédire, avec un certain degré de confiance, le comportement des défaillances d’une entité (composant/système) en fonction du temps. Pour ce faire, les fiabilistes considèrent qu’il y a une variabilité naturelle dans le comportement des défaillances, c’est-à-dire, que la défaillance d’une entité est un phénomène purement aléatoire. Par conséquent, même si l’instant de défaillance d’une entité quelconque sera toujours inconnu, nous sommes capables d’attribuer une distribution de probabilités à la durée de vie de l’entité si nous maîtrisons la variabilité naturelle du phénomène de défaillance de l’entité. Malheureusement, cela n’est pas toujours possible car souvent nous ne maîtrisons pas le caractère aléatoire des défaillances des entités. Dans les analyses de risque, nous retrouvons une situation similaire. La différence réside dans le fait que dans l’analyse de risque nous nous intéressons à plusieurs facteurs alors que dans les analyses de fiabilité on s’intéresse uniquement aux phénomènes de défaillance et de réparation [24]. Or souvent ces facteurs qui peuvent représenter par exemple des paramètres influençant les systèmes étudiés (température, pression, etc.) sont plus difficiles à identifier et on peut même se demander, parfois, s’ils ont vraiment un caractère aléatoire.

Ceci a amené la plupart des chercheurs [29], [5] à faire une distinction entre les deux types d’incertitudes : aléatoires et épistémiques [18]. Néanmoins, il existe d’autres classifications des incertitudes et de leurs sources. En effet, Blockley [8] définit l’incertitude dans un espace orthogonal à trois dimensions : niveau flou, niveau d’incomplétude et niveau aléatoire. Camer et Weber [10] utilisent le terme ambiguïté pour représenter le manque d’information. Ils définissent l’ambiguïté comme

l’incertitude par rapport à la probabilité générée par le manque d’informations importantes et qui pourraient être connues. Dubois [12] considère que tous les types d’incertitudes ont une nature épistémique. Par contre, il reconnaît que l’incertitude peut avoir différentes sources, c’est-à-dire, qu’elle peut provenir de la variabilité naturelle d’un phénomène ou du manque d’information. Par ailleurs plusieurs chercheurs ont conclu que les incertitudes épistémiques nécessitent un traitement différent de celui des incertitudes aléatoires [29], [5].

Partant du constat que la théorie des probabilités classique confond les incertitudes aléatoires et épistémiques et modélise ces deux types par une seule distribution de probabilités, plusieurs travaux introduisant des méthodes autres que les méthodes probabilistes classiques ont été proposés pour traiter les différents types d’incertitudes. Ces théories présentent des cadres plus généraux pour traiter séparément les incertitudes aléatoires et épistémiques [14]. Parmi ces alternatives, les plus utilisées dans l’analyse de fiabilité sont : les probabilités imprécises [25], la théorie des fonctions de croyances [22], [2], [19], [20] et la théorie des possibilités [21].

Néanmoins, certains auteurs considèrent encore que ces théories ne sont pas nécessaires et que la théorie des probabilités est le seul cadre théorique valable pour manipuler les incertitudes [11], [17]. Ils estiment que le fait de considérer que les probabilités ne soient pas adaptées à tous les types d’incertitudes provient de la façon avec laquelle on interprète la probabilité. A partir d’un point de vue subjectif, la probabilité est une “*description*” de l’incertitude de l’analyste par rapport à un phénomène mal connu et non pas une description objective de la vraie variabilité du phénomène [4]. En outre, ils considèrent que les axiomes des probabilités, notamment l’additivité, sont une conséquence naturelle de l’intuition et un pré-requis pour raisonner sous l’incertitude dans un cadre décisionnel alors que ces nouvelles théories relaxent l’axiome d’additivité. Or la validité de la non-additivité a été discuté à plusieurs reprises [9]. Il semble que les fondateurs de la théorie des probabilités n’étaient pas totalement contre la non-additivité [7], [23], [26].

Cet article s’attachera à analyser les divers aspects liés à la classification des incertitudes et à donner un aperçu des travaux les plus importants dans ce domaine. Il s’attardera plus particulièrement sur les théories utilisées pour modéliser

les différents types d'incertitudes dans les analyses de fiabilité ces dernières années.

II. DÉTERMINISME ET NON DÉTERMINISME

Dans cette section, on recensera les différents arguments qui permettent de distinguer les phénomènes déterministes et non déterministes dans la nature pour mieux appréhender le déterminisme ou le non déterminisme des phénomènes de défaillances et aboutir ainsi à une classification des incertitudes relatives aux études de fiabilité.

L'existence de l'homme est un pré-requis pour l'existence de l'incertitude. Il faut qu'il existe quelqu'un qui se pose une question pour qu'on puisse dire si la réponse est incertaine ou pas. Le degré d'incertitude de la réponse va dépendre de l'état de connaissance de l'homme par rapport à la question et de l'état de l'art de la technologie au moment où la question est posée. Prenons l'exemple du jeu de dés. Si l'on est capable de maîtriser la force de lancer d'un dé, ainsi que l'effet du vent et la surface sur laquelle le dé est lancé, on peut dire qu'on connaît "parfaitement" le scénario de lancer du dé et qu'on peut prédire la face obtenue à chaque lancer de dé. Ce raisonnement reflète l'interprétation donnée par Laplace au monde déterministe dans son *"Essai philosophique sur les probabilités"* [15]. Il décrit l'état présent de l'univers, comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Il continue son discours avec ce qu'on connaît aujourd'hui sous le nom du démon de Laplace¹ :

"Une intelligence qui, à un instant donné, connaît toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la compose embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux."

En d'autres termes, les incertitudes aléatoires n'existeraient plus car elles peuvent toutes être réduites par l'effort humain. Et donc finalement, si un expert a une connaissance parfaite de tous les composants d'un système, il peut prédire d'une manière exacte la durée de vie de ces composants.

Le déterminisme Laplacien était d'un certain point de vue visionnaire, car à son époque les outils mathématiques permettant d'en étayer les fondements n'étaient pas disponibles. Il fallut attendre la fin du 19^{ème} siècle pour que le théorème de Cauchy-Lipschitz énonce que sous certaines hypothèses, une équation différentielle donnée a une unique solution répondant à des conditions initiales données. Les lois de la mécanique Newtonienne satisfaisant à ces conditions, le déterminisme de l'état futur d'un système mécanique répondant à ces lois est ainsi garanti. Ainsi la vision de Laplace sort encore renforcée : connaissant l'état initial, tout état futur (ou au contraire passé, les lois étant parfaitement réversibles) peut être obtenu de manière parfaitement déterministe. A ce stade du papier, en n'analysant que le hasard lié aux systèmes

étudiés en physique classique comme les dés, on peut penser que toutes les incertitudes sont de nature épistémiques et sont donc complètement réductibles.

Au début du 20^{ème} siècle, Cherchant à prouver la stabilité du système solaire, Henri Poincaré met en évidence le phénomène de sensibilité aux conditions initiales, qui allait donner naissance à la notion de chaos déterministe. Citons Poincaré : *« il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit »*. De manière formelle, certains systèmes dynamiques, bien que régis pas des équations d'évolution parfaitement déterministes, se comportent de manière telle que la différence entre deux états initialement très voisins se trouve amplifiée au moins localement de manière exponentielle. Toute erreur sur la détermination de l'état du système à un instant donné se trouve donc amplifiée au bout d'une durée t , d'un facteur $\exp(t/T)$ où T porte de nom d'horizon de Lyapounov du système considéré. Dans ces conditions le système, ne demeure prédictible en pratique que sur des durées faibles devant l'horizon de Lyapounov. Parmi les systèmes chaotiques on trouve donc le système solaire (dont des simulations récentes ont montré que son horizon de Lyapounov était voisin de 200 millions d'années), ainsi que l'atmosphère (on sait l'impossibilité pratique de prévisions météorologiques à long terme) pourtant également régie par des lois déterministes (les équations de la dynamique des fluides de Navier-Stokes). Ce dernier exemple est probablement le plus connu ayant été rendu populaire par la métaphore du papillon [16] due au météorologue Edward Lorenz (qui contrairement au titre qui lui est attribué, ne suggère pas qu'un battement d'aile de papillon au Brésil puisse provoquer une tornade au Texas, mais formule de manière imagée le fait que toute prédiction météorologique à long terme, devrait prendre en compte le moindre battement d'aile du moindre papillon). A la rubrique des systèmes chaotiques figurent également des systèmes dynamiques, à équations d'évolutions relativement simples mais non linéaires, qui ouvrent le monde des attracteurs étranges, dont celui de Lorenz justement.

Après cette analyse, on peut conclure que les incertitudes épistémiques accompagnent les phénomènes de hasard liés au lancer du dé, alors que les incertitudes aléatoires et épistémiques accompagnent les phénomènes de hasard liés aux systèmes chaotiques déterministes. Il nous reste le cas de la physique quantique qu'on va traiter dans la section suivante.

III. THÉORIE QUANTIQUE

L'avènement de la théorie quantique fut l'occasion de ce qui est certainement le plus fondamental des débats à propos de la notion de hasard et de leur nature aléatoire et épistémique (notons au passage que dire « hasard aléatoire » est en fait un pléonasme dans la mesure où les deux mots désignent le jeu de dés, respectivement en arabe et en latin). On sait que la particularité de la théorie quantique est de n'exprimer les résultats d'une mesure physique que sous forme de

1. Le terme "démon" ne provient pas de Laplace lui-même mais a été introduit par ses commentateurs.

probabilités. Il apparaît donc dans la mesure quantique un hasard dont on peut se demander s'il est épistémique (cas où la théorie quantique serait incomplète et où le recours aux probabilités serait le reflet de cette incomplétude, qui pourrait être comblée ultérieurement par une théorie plus large que la quantique, et pourrait donc réduire ce hasard), ou bien aléatoire (le hasard quantique serait un hasard fondamental, irréductible, dans le cadre d'une théorie pouvant être considérée comme complète). Notons incidemment qu'affirmer que la théorie quantique est non déterministe n'est pas tout à fait exact : l'état du système est décrit par une fonction d'onde dont l'équation d'évolution (équation de Schrödinger) est tout à fait déterministe : connaissant la fonction d'onde à un instant initial, celle-ci peut être déterminée sans incertitude aucune à tout instant ultérieur (ou passé). Ce qui génère l'incertain quantique c'est la mesure.

La nature du hasard quantique fut l'objet d'un vif débat entre deux des plus grands esprits du 20ème siècle (et de tous les temps), à savoir Albert Einstein (pour qui le hasard quantique était épistémique, résultat d'une théorie quantique incomplète) et Niels Bohr (tenant la théorie quantique comme complète et donc le hasard quantique comme aléatoire fondamental). On connaît la célèbre formule d'Einstein exprimant son aversion pour une expression probabiliste des phénomènes physiques en disant « Dieu ne joue pas aux dés ». La réponse de Niels Bohr diffère suivant les sources mais nous lui préférons cette version : « qui peut savoir à quoi Dieu joue ? ». A l'époque des deux protagonistes, le débat resta ouvert, rien ne permettant de le trancher, tout était une affaire de croyance. Dans la suite de cette section, nous proposons une version simplifiée des arguments qui ont permis de trancher la question à la fin du 20ème siècle en donnant une réponse claire concernant la nature du hasard quantique.

Considérons un système physique très simple, à savoir une source lumineuse cohérente pouvant émettre une lumière polarisée. La direction de polarisation est l'axe de vibration du champ électrique de l'onde (une direction du plan d'onde, perpendiculaire à la direction de propagation, le champ magnétique associé vibrant également dans le plan d'onde perpendiculairement au champ électrique). Chacun sait que si l'on place un verre polarisant de direction de polarisation parallèle à la polarisation de l'onde, la totalité de l'intensité lumineuse traverse le verre. Si au contraire le verre polarisant est tourné de 90° par rapport à la direction de l'onde toute l'intensité lumineuse est absorbée. En plaçant maintenant le verre à 45° seule la moitié de l'intensité lumineuse est transmise. Maintenant les travaux d'Einstein justement (sur l'effet photoélectrique) ayant montré la nature quantique de la lumière (le quantum de lumière s'appelant donc « photon »)², on peut se demander ce qu'il se passe lorsque l'on réalise cette expérience en envoyant les photons un par un. La notion de fraction de quantum étant exclue par nature, la prédiction

2. Il est singulier de noter que ces travaux qui valurent à Einstein le prix Nobel de physique furent déterminants dans l'histoire de la pensée quantique qu'il combattit vivement par la suite, du moins dans son interprétation « orthodoxe ».

quantique se borne donc à affirmer que chaque photon a une probabilité $1/2$ d'être transmis et une probabilité $1/2$ d'être absorbé. Autre point important, une fois le photon transmis suivant une direction, toute mesure ultérieure suivant la même direction doit donner le même résultat (photon transmis). Par conséquent, *non seulement la mesure quantique ne s'exprime qu'en termes de probabilité, mais de plus elle modifie l'état du système (en le contraignant à être dans l'état correspondant au résultat de mesure). Ce phénomène, fondamental en quantique, porte le nom de « réduction du paquet d'ondes ».*

La Figure 1 synthétise notre expérience³ : la source peut émettre des photons polarisés selon la base E (polarisation horizontale notée 0_E ou verticale notée 1_E). Leur mesure, effectuée selon la base M peut donner les résultats 0_M ou 1_M avec des probabilités $1/2$, $1/2$ mais une fois la mesure effectuée, l'état du photon est effectivement devenu 0_M ou 1_M selon le résultat de mesure. D'une manière générale, si la base de mesure M est tournée par rapport à la base d'émission E d'un angle θ , la probabilité de mesure de 0_M (resp. 1_M) si l'on a émis 0_E (resp. 1_E) est le carré de l'amplitude de l'onde, obtenue par simple projection (soit $\cos^2(\theta)$). Selon la pure théorie quantique, au moment de la mesure « Dieu joue aux dés » pour déterminer le résultat. Selon Einstein, qui n'admettait pas cela, le résultat de la mesure est prédéterminé à l'émission du photon par le biais d'une variable cachée (cachée car inconnue de la théorie quantique, mais qui ne sera peut être plus cachée, et donc pourra donc être prédite, par une théorie future). Selon cette vision, la quantique n'est pas complète, les photons polarisés 1_E par exemple, emportent avec eux le résultat futur de la mesure M, que donc leur « état » doit indiquer, qui peut donc être (de manière équiprobable dans le cas de bases tournées de 45°) : $1_E(0_M)$ ou $1_E(1_M)$, où l'on a fait figurer entre parenthèses la partie « variables cachées » (donc inconnue de l'état quantique).

A ce stade la différence entre les deux interprétations peut sembler subtile : le résultat de la mesure est-il déterminé à l'émission du photon suivant une théorie à découvrir, ou bien résultat d'un tirage au hasard (un hasard fondamental) lors de la mesure ? Comment peut-on imaginer trancher cette question qui semble métaphysique et non physique ? L'argument le plus fameux qu'Einstein utilisa pour réfuter l'existence des variables cachées (appelé depuis « paradoxe EPR ») figure dans [1]. Le paradoxe EPR utilise un autre aspect, très étrange, de la théorie quantique : il est possible de fabriquer des paires de « particules intriquées », dont l'état ne peut être décrit que globalement. Même si elles se séparent et sont par la suite très éloignées, elles restent liées par l'étrange mécanisme de l'intrication, qui contraint leurs états (si on cherchait à mesurer celui de l'une d'entre elles) à rester corrélés. Dans notre exemple, on sait fabriquer des paires de photons corrélés dont la polarisation n'est décrite que par une variable (de sorte que si l'on tente une mesure sur l'un des photons, le résultat de la

3. Pour des raisons de simplicité de la figure, la direction de propagation et les axes de polarisation sont représentés dans le même plan. On rappelle qu'en réalité l'onde lumineuse est transverse, c'est-à-dire que les axes de polarisation sont dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation.



FIGURE 1. Source lumineuse pouvant émettre une lumière polarisée

même mesure sur l'autre photon doit être identique, même s'il est à l'autre bout de l'univers). Selon Einstein, ce phénomène ne peut être interprété qu'en considérant que les deux photons intriqués emportent avec eux le résultat futur de leur mesure commune, sous forme d'une variable cachée déterminée lors de leur émission. Ce résultat commun ne peut, toujours selon Einstein, être tiré au hasard au moment de la mesure de l'état d'un des photons, car comme il est possible de mesurer l'état de l'autre aussitôt après, de manière quasi-simultanée, et que le résultat doit être le même, cela impliquerait une interaction à distance instantanée. Or ce type d'action est contraire au sens commun, car revient à remettre en cause le fait que le monde puisse être décrit localement. L'argument donc, prouvait selon lui l'existence des variables cachées et donc l'incomplétude de la théorie quantique. En réalité comme on peut le voir, la seule chose qui est prouvée par l'argument EPR est que si le monde est local, alors les variables cachées existent. A ce stade l'histoire devient aussi passionnante qu'un roman à suspense : on doit à John Steward Bell l'invention d'une expérience réalisable dont les résultats sont différents selon qu'on les prédit en utilisant la stricte théorie quantique [6], ou en considérant que les variables cachées existent ! Nous en présentons ci-après une version totalement exacte bien que simplifiée :

Considérons l'expérience de la figure 2 : des paires de photons intriqués de polarisation quelconque (éventuellement variable d'une paire à une autre), sont émis vers deux dispositifs de mesure pouvant chacun prendre les positions A, B ou C tournées à 60° les unes par rapport aux autres. Si les dispositifs de mesure sont tous deux dans la même position (tous deux A, ou tous deux B ou tous deux C), les résultats doivent être les mêmes des deux côtés (considérant qu'une mesure a lieu très peu avant l'autre), on obtient deux séquences aléatoires de 0 et de 1 totalement corrélées. Ce résultat est prédit et par la pure quantique et par les variables cachées. Par contre si les détecteurs sont placés dans des positions différentes, les taux de corrélations vont s'avérer différents, voici pourquoi :

- En pure théorie quantique, si l'un des détecteurs placé dans la position A mesure 1_A , l'état du photon intriqué

devient donc également 1_A et si son détecteur est placé dans la position B, la probabilité de mesurer 1_B va donc être $\cos^2(60^\circ)$ soit $1/4$. De même si l'état mesuré côté détecteur A est 0_A , la probabilité de mesurer 0_B va également être de $1/4$ donc dans cette expérience « AB » on doit observer un taux de corrélation de $1/4$. Les angles étant de 60° pour tous les couples de position possibles, la somme des corrélations observées sur un ensemble de trois expériences « AB », « AC », « BC »⁴ est donc de $3/4$.

- En variables cachées, en revanche, il faut considérer que les photons intriqués de chaque paire embarquent au moment de leur émission le même triplet de variables cachées donnant leur résultat commun (0 ou 1) pour les mesures sur chacune des bases (A, B ou C). Par exemple $(1_A 1_B 1_C)$ est un triplet de variables cachées et il y a ainsi 9 possibilités. Au final une expérience « AB » en variables cachées est tout à fait équivalente à interroger un des photons intriqués (ou les deux, peu importe, les réponses sont les mêmes) et à lui demander les réponses correspondant aux mesures sur A et B respectivement. Effectuer les trois expériences « AB », « AC », « BC » est de même tout à fait équivalent à demander à chaque photon les valeurs de variables cachées correspondant aux mesures sur chacune des bases. Seulement est c'est là le point crucial, quelle que soit la mystérieuse loi déterminant les valeurs de variables cachées, comme il y a trois questions et deux réponses seulement, il y en a toujours au moins deux qui sont identiques, autrement dit la somme des corrélations observées sur un ensemble de trois expériences « AB », « AC », « BC », tel que prédit en variables cachées est donc forcément supérieur ou égal à 1 ⁵, donc strictement plus grand que la va-

4. Par symétrie les positions « BA », « CA », « CB » sont équivalentes à « AB », « AC », « BC » et il n'est donc pas nécessaire de les distinguer explicitement.

5. Pour être plus précis, la mystérieuse loi déterminant les variables cachées doit être compatible avec les contraintes : en moyenne autant de 1 que de 0 pour chaque détecteur, et symétrie sur les trois détecteurs. Les seules règles acceptables sont donc :

leur 3/4 prévue en pure quantique, c'est l'inégalité de Bell. Ce théorème, établi dans les années 1960, resta sans application pratique pendant une vingtaine d'années, jusqu'à ce que les premières expériences équivalentes puissent être réalisées dans les années 1980, en particulier les expériences d'Alain Aspect [3]. Leur résultat, vérifié depuis à de nombreuses reprises est clair et sans appel : il donne raison à la prédiction quantique et donc tort à l'interprétation variables cachées. Les conséquences sont considérables : en premier lieu il faut renoncer à l'hypothèse de localité, conclusion très étrange en soi. En second lieu, il faut dans l'état actuel des connaissances renoncer aux interprétations variables cachées, considérer la théorie quantique comme complète, et le hasard lié à la mesure quantique comme un hasard irréductible⁶.

Quelle conclusion peut on tirer de tout cela sur la nature aléatoire des défaillances ? En allant d'un extrême à l'autre pour un système mécanique dont les défaillances sont liées à des phénomènes physiques connus et maîtrisés (s'il existe par exemple un modèle de l'usure suffisamment précis) les défaillances peuvent éventuellement être tout à fait prévisibles et plus du tout aléatoire. Dans des cas plus complexes où les phénomènes en jeu sont moins maîtrisés, le recours aux probabilités peut être un aveu d'impuissance, et l'incertitude correspondante, épistémique. Il est par exemple certainement ainsi pour les deux bords de la courbe en baignoire du taux de défaillances de composants électroniques, car les phénomènes sous-jacents sont respectivement les défauts de fabrication et l'usure, phénomènes certainement réductibles car le niveau de connaissance et donc de maîtrise les concernant peut certainement s'améliorer. Ainsi donc une partie des défaillances traitées avec des probabilités est donc certainement liée aux incertitudes épistémiques. Pour certains composants il semble par ailleurs vraisemblable qu'il existe un comportement chaotique, et que la réductibilité possible en théorie, ne le soit pas en pratique. Enfin il n'est pas à exclure que pour certains composants, en particulier micro-électroniques, certaines défaillances ne soient les conséquences de phénomènes quantiques et soient donc à classer de l'aléatoire irréductible.

IV. MÉTHODES-NON PROBABILISTES POUR LE TRAITEMENT DES INCERTITUDES

Au cours des dernières années, les chercheurs et les industriels dans le domaine de la fiabilité et d'analyse de risque

- N'émettre que des $(0_A 0_B 0_C)$ et des $(1_A 1_B 1_C)$ en nombre égal (on rappelle que le triplet est le même pour les deux photons d'une même paire) : dans ce cas le taux de corrélation vaut 3.
- N'émettre que des $(0_A 0_B 1_C)$, $(0_A 1_B 0_C)$, $(0_A 1_B 1_C)$, $(1_A 0_B 0_C)$, $(1_A 0_B 1_C)$, $(1_A 1_B 0_C)$ en nombre égal : dans ce cas le taux de corrélation vaut 1.
- Toute règle intermédiaire entre les deux précédentes, qui donnera donc un taux de corrélation intermédiaire.

6. Des tentatives existent pour tenter de donner une nouvelle vie aux théories à variables cachées mais ces variables cachées doivent donc être non locales, ce qui est aussi étrange que la quantique elle-même.

ont manifesté un intérêt particulier pour différentes théories de gestion des incertitudes. Il apparaît clairement aujourd'hui que les probabilités classiques sont uniquement adaptées à la représentation des incertitudes aléatoires [4]. En effet, le cadre le plus général de représentation des connaissances est celui de la théorie des probabilités imprécises qui reste pour le moment une théorie relativement difficile à manipuler. La théorie des sous ensembles flous est une théorie très bien adaptée à la représentation des connaissances imprécises. La théorie des possibilités est une extension de la théorie des sous ensembles flous et propose une représentation plus restrictive que les probabilités imprécises mais d'une manipulation relativement simple. La théorie des fonctions de croyance présente souvent un bon compromis entre la théorie des probabilités imprécises et la théorie des possibilités. En outre, elle est très bien adaptée à la combinaison des informations issues de plusieurs sources et à la représentation des connaissances imparfaites. Enfin d'autres théories d'une importance relative comme les P-box, les ensembles approximatifs, etc. existent aussi dans la littérature. Nous n'aborderons ici que les quatre premières théories qui sont de loin les plus utilisées dans les études de fiabilité.

A. Théorie des probabilités

La notion de probabilité est liée à celle d'expérience aléatoire. Une expérience est aléatoire si l'on ne peut pas prédire avec certitude son résultat. Le résultat d'une expérience aléatoire est un élément ω de l'ensemble Ω de tous les résultats possibles, appelé univers des possibles ou référentiel. La théorie des probabilités classique définit la probabilité d'un événement comme le rapport entre le nombre de résultats élémentaires favorables à cet événement et le nombre total de résultats élémentaires. Dans le cas de l'ignorance totale, on utilise une distribution uniforme sur l'ensemble des résultats élémentaires. Ce principe est connu sous le nom de principe de la raison insuffisante, selon lequel les résultats élémentaires sont également vraisemblables. De ce fait la théorie des probabilités ne permet pas de distinguer entre le cas de l'ignorance totale et l'équiprobabilité de toutes les hypothèses. Par ailleurs, on distingue en particulier deux interprétations de la théorie des probabilités : l'approche fréquentiste définit la probabilité d'un événement comme la valeur limite de la proportion de résultats favorables à cet événement dans une série infinie de répétitions à l'identique et indépendantes. L'approche subjective définit la probabilité comme un degré de croyance : "La probabilité mesure la confiance qu'un individu particulier a dans la vérité d'une proposition particulière". Cependant les experts ont souvent du mal à choisir une distribution de probabilités quand ils disposent d'un retour d'expérience insuffisant.

B. Théorie des sous ensembles flous

Les concepts de sous ensembles flous et de logique floue ont été introduits par Zadeh [28]. Cette théorie permet de manipuler des informations exprimées en langage naturel. Cet objectif nécessitait d'étendre la théorie des ensembles

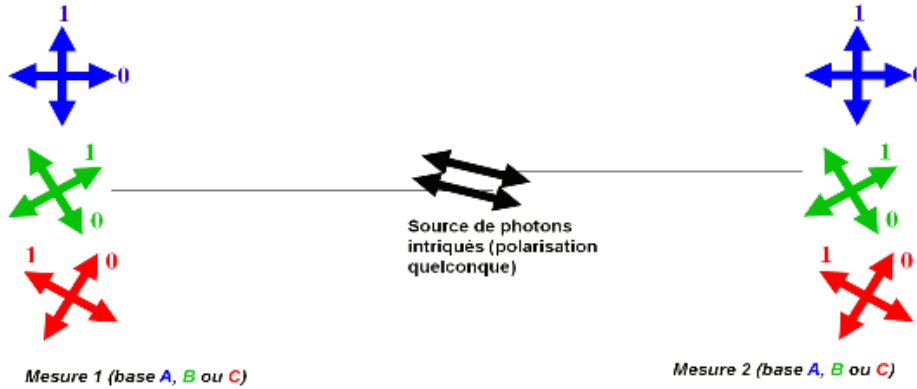


FIGURE 2. Expérience de Bell

et la logique propositionnelle classique. Un sous-ensemble A d'un référentiel Ω est classiquement défini par les objets qui le composent : un objet x appartient ou n'appartient pas à l'ensemble en question. La proposition logique associée "l'objet x appartient à l'ensemble A " est soit vraie, soit fausse. Ce concept d'ensemble classique a été étendu à celui d'ensemble flou en utilisant l'idée d'appartenance partielle. Un objet x est alors membre d'un sous-ensemble flou A avec un certain degré d'appartenance $\mu_A(x)$. La fonction d'appartenance $\mu_A(x) : \Omega \rightarrow [0, 1]$ attribue à chaque élément du référentiel Ω un degré d'appartenance.

C. Théorie des possibilités

La théorie des possibilités est une extension de la théorie des ensembles flous introduite par Zadeh. Cette théorie a été développée notamment par Dubois et Prade [13]. On définit alors la distribution de possibilité Π associée à A en se basant sur la définition donnée dans la théorie des sous-ensembles flous et en lui rajoutant la condition de normalisation suivante : la borne supérieure de Π (notée sup) doit vérifier $\text{sup}(\Pi(a)) = 1$, cette condition stipulant qu'au moins un élément a de A est possible. Formellement, une telle distribution fournit une double mesure de la vraisemblance d'un événement, à savoir la mesure de Possibilité et celle de Nécessité (respectivement notées Π et N), définies telles que $\Pi(A) = \text{sup}_{a \in A}(\Pi(a))$ et $N(A) = \text{inf}_{a \in A}(1 - \Pi(a))$.

D. Théorie des fonctions de croyance

La théorie des fonctions de croyance (connue aussi sous le nom de la théorie de Dempster-Shafer) a été introduite par Dempster [?]. Elle est basée sur l'utilisation des fonctions de croyance qui représentent le degré avec lequel l'ensemble des informations disponibles accreditte l'hypothèse selon laquelle la valeur d'un élément est comprise dans un ensemble, et

aucune hypothèse plus spécifique. Cette théorie a deux particularités : elle relaxe l'axiome d'additivité de Kolmogorov ($P(A) + P(\bar{A}) = 1$) et elle permet d'affecter des masses à des sous ensembles du cadre de discernement au lieu uniquement des singletons comme en probabilités classiques. Les sous-ensembles du cadre de discernement ayant des masses strictement positives sont appelés des éléments focaux. Dans le cas où tous les éléments focaux sont des singletons, la fonction de masse est dite Bayésienne et les résultats de la théorie des fonctions de croyance se confondent avec ceux de la théorie des probabilités. La certitude d'un expert se traduit par une fonction de masse ayant un seul singleton pour unique élément focal. L'ignorance totale se traduit quant à elle par une fonction de masse dite vide ayant le cadre de discernement tout entier pour unique élément focal.

E. Théorie des probabilités imprécises

La théorie des probabilités imprécises est le cadre le plus général de représentation des informations incertaines. Elle a été introduite par Walley [27]. Elle est basée sur la représentation des connaissances par des familles de distributions de probabilités. Les probabilités imprécises peuvent être définies comme un encadrement d'une distribution de probabilité P par deux distributions basse et haute. Ces deux probabilités basse et haute représentent respectivement le prix d'achat maximal et prix de vente minimal d'un pari qui rapporterait un euro en cas de gain. Cette approche présente un intérêt particulier quand on connaît le type de modèle aléatoire mais qu'on a une connaissance imprécise sur les paramètres ou quand on ne connaît que certaines valeurs remarquables de la distribution (quantiles, support, mode, etc.). La figure 3 représente les relations entre ces quatre principales théories.

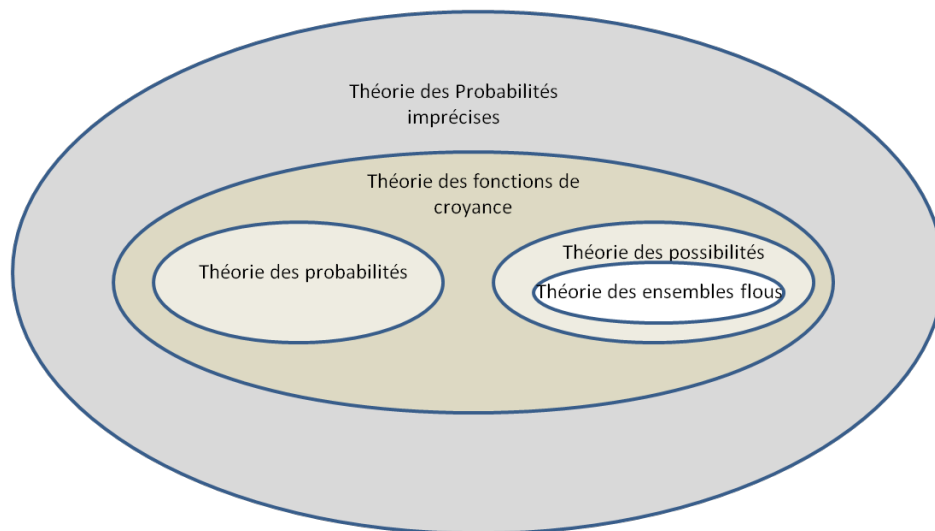


FIGURE 3. Principales théories de modélisation des incertitudes

V. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'état de l'art présenté dans cet article concerne deux aspects en rapport avec la sûreté de fonctionnement : - La nature du hasard, où l'on a pu voir que s'il est possible de soutenir qu'une large catégorie d'entre eux est de nature épistémique, cette position atteint ses limites dès lors que l'on envisage des systèmes chaotiques, et s'avère incorrecte dans le domaine quantique (le hasard quantique pouvant, dans l'état actuel des connaissances humaines, être considéré comme un hasard fondamental, irréductible). La question sous-jacente pour le fiabiliste est de savoir dans quelle catégorie de hasard les défaillances doivent être rangées, la réponse dépend certainement du domaine technique traité et du type de défaillances envisagé. - Les cadres théoriques permettant de traiter l'incertain, le pur cadre probabiliste s'avérant, selon un point de vue maintenant largement partagé, insuffisant pour traiter des cas où l'incertitude épistémique et importante, car ne permettant pas de distinguer l'inconnu de l'équiprobable. De ce point de vue les cadres théoriques permettant d'intégrer et de propager les incertitudes dans le domaine de la sûreté de fonctionnement font l'objet de travaux très actifs à l'heure actuelle.

RÉFÉRENCES

- [1] N. Rosen A. Einstein, B. Podolsky. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Physical Review*, 47 :777–780, 1935. (Cité dans la page 3).
- [2] Felipe Aguirre. *Reliability analysis of systems using belief functions theory to represent epistemic uncertainty*. Phd thesis, University of Technology of Compiègne, 2012. (Cité dans la page 1).
- [3] A. Aspect. Proposed experiment to test separable hidden-variable theories. *Physics Letters*, 54 :117–118, 1935. (Cité dans la page 5).
- [4] Terje Aven. On the need for restricting the probabilistic analysis in risk assessments to variability. *Risk Analysis*, 30(3) :354–60; author reply 381–4, March 2010. (Cité dans les pages 1, 5).
- [5] Terje Aven. Some reflections on uncertainty analysis and management. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(3) :195–201, March 2010. (Cité dans la page 1, 1).
- [6] John S. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, 1(3) :195–200, 1964. (Cité dans la page 4).
- [7] Isabelle Bloch. Incertitude, imprécision et additivité en fusion de données : point de vue historique. *Traitement du Signal*, 13(4) :267–288, 1996. (Cité dans la page 1).
- [8] David Blockley. Analysing uncertainties : Towards comparing Bayesian and interval probabilities'. *Mechanical Systems and Signal Processing*, pages 1–13, June 2012. (Cité dans la page 1).
- [9] Seamus Bradley. Dutch Book Arguments and Imprecise Probabilities. In Dennis Dieks, Wenceslao J. Gonzalez, Stephan Hartmann, Michael Stöltzner, and Marcel Weber, editors, *Probabilities, Laws, and Structures*, volume 3 of *The Philosophy of Science in a European Perspective*, pages 3–17. Springer Netherlands, 2012. (Cité dans la page 1).
- [10] Colin Camerer and Martin Weber. Recent developments in modeling preferences : Uncertainty and ambiguity. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5(4) :325–370, October 1992. (Cité dans la page 1).
- [11] Roger M. Cooke. The anatomy of the squizzel : The role of operational definitions in representing uncertainty. *Reliability Engineering & System Safety*, 85(1-3) :313–319, July 2004. (Cité dans la page 1).
- [12] Didier Dubois. Representation, propagation, and decision issues in risk analysis under incomplete probabilistic information. *Risk Analysis*, 30(3) :361–8, March 2010. (Cité dans la page 1).
- [13] Didier Dubois and Henri Prade. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Computational Intelligence*, 4(3) :244–264, 1988. (Cité dans la page 6).
- [14] Didier Dubois and Henri Prade. Formal representations of uncertainty. In *Decision-making Process : Concepts and Methods*, chapter 3, pages 85–156. ISTE & Wiley, London, 2010. (Cité dans la page 1).
- [15] Pierre Simon Laplace. *Essai philosophique sur les probabilités*. Imprimerie de Bachelier, Paris, 1840. (Cité dans la page 2).
- [16] E. N. Lorenz. Un battement d'aile de papillon au Brésil peut-il déclencher une tornade au Texas? *Alliage*, 22 :42–45, 1993. (Cité dans la page 2).
- [17] Daniel Warner North. Probability theory and consistent reasoning. *Risk analysis : an official publication of the Society for Risk Analysis*, 30(3) :377–80, March 2010. (Cité dans la page 1).
- [18] M. Elisabeth Paté-Cornell. Uncertainties in risk analysis : Six levels of treatment. *Reliability Engineering & System Safety*, 54(2-3) :95–111, 1996. (Cité dans la page 1).
- [19] Mohamed Sallak, Walter Schön, and Felipe Aguirre. The Transferable Belief Model for reliability analysis of systems with data uncertainties and failure dependencies. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability*, 40 :266–278, 2010. (Cité dans la page 1).

- [20] Mohamed Sallak, Walter Schön, and Felipe Aguirre. Reliability assessment for multi-state systems under uncertainties based on the Dempster-Shafer theory. *IIE Transactions*, DOI :10.1080/0740817X.2012.706378, 2012. (Cité dans la page 1).
- [21] Mohamed Sallak, Christophe Simon, and J.-F. Aubry. A Fuzzy Probabilistic Approach for Determining Safety Integrity Level. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(1) :239–248, February 2008. (Cité dans la page 1).
- [22] W. Schön and T. Denœux. Prise en compte des incertitudes dans les évaluations de risque à l'aide de fonctions de croyance. In *14ème Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement, Bourges, France*, 2004. (Cité dans la page 1).
- [23] Glenn Shafer. Non-Additive Probabilities in the Work of Bernoulli and Lambert. In Ronald R. Yager and Liping Liu, editors, *Classic Works of the Dempster-Shafer Theory of Belief Functions*, volume 219 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, pages 117–182. Springer Berlin Heidelberg, 2008. (Cité dans la page 1).
- [24] Nozer D Singpurwalla. *Reliability and Risk : A Bayesian Perspective*. Wiley series in probability and statistics. John Wiley & Sons, 2006. (Cité dans la page 1).
- [25] Lev V. Utkin and Igor Kozine. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities. *Structural Safety*, 32(6) :411–416, November 2010. (Cité dans la page 1).
- [26] Paolo Vicig and Teddy Seidenfeld. Bruno de Finetti and Imprecision : Imprecise Probability Does not Exist! *International Journal of Approximate Reasoning*, June 2012. (Cité dans la page 1).
- [27] P. Walley. *Statistical reasoning with imprecise probabilities*. New York : Chapman and Hall, 1991. (Cité dans la page 6).
- [28] L. Zadeh. Fuzzy sets. *Inform Control*, 8 :338–353, 1965. (Cité dans la page 6).
- [29] Enrico Zio. Reliability engineering : Old problems and new challenges. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(2) :125–141, February 2009. (Cité dans la page 1, 1).