Application des relations floues de préférence à l'analyse de données d'évaluation subjective

P.-A. Hébert M. Masson T. Denœux

Heuristique et Diagnostic des Systèmes Complexes – UMR CNRS 6599
Université de Technologie de Compiègne
BP 529 - F-60205 Compiègne cedex - France

hebert@hds.utc.fr

Résumé :

Cet article présente une méthode d'analyse de données adaptée à la problématique de l'évaluation subjective. Par "évaluations subjectives" on entend des notes fournies par des experts humains pour décrire un ensemble de produits. Les *juges* opèrent suivant un descripteur donné, au cours de plusieurs répétitions. L'information est agrégée sous forme de relations floues de dominance entre produits, sur le principe de la comparaison par paires. On souhaite en effet dégager une cohérence entre notes, sous la forme de relations stables sur les répétitions, qui ne tiennent pas compte des valeurs absolues. La modélisation des préférences est ensuite exploitée afin d'analyser les performances des juges.

Mots Clef :

Analyse de données, évaluation subjective, agrégation, relations floues, modélisation des préférences, comparaison par paires.

Abstract:

In this paper we provide a method for the analysis of subjective evaluations. The aim is to get a discrimination of a set of products according to a feature, by interpreting scores given by *judges* among several trials. Information is aggregated into fuzzy dominance relations between the products, like in the pairwise preference approach. In this way, we are able to extract coherent information from the scores. Fuzzy preference modelling is then used to analyse performances of the judges.

Keywords:

Data analysis, subjective evaluation, aggregation, fuzzy relations, preference modelling, pairwise comparaison.

1 Introduction

1.1 Objectif

Nous présentons dans cet article une méthode d'analyse exploratoire de données d'évaluation subjective, basée sur l'exploitation de relations floues de préférence. Néanmoins, ce terme de "préférence" ne traduit pas la nature de notre problème : différents produits ont été évalués par un panel de sujets entraînés, suivant un descripteur donné au cours de trois répétitions. Les juges expriment leurs avis ou scores sur une échelle de note continue et bornée. Notre usage du terme "subjectif" renvoie au fait que les notes sont affectées par des experts humains, et non par des capteurs physiques. Le but de l'analyse est de rechercher un consensus dans ces évaluations, malgré leur imprécision : au cours des répétitions, les réponses des juges peuvent en effet varier. Derrière cette variabilité se cache une information pertinente, notamment sous une forme particulière de relation ordinale, comme on le montrera ci-après. Or certaines méthodes statistiques classiques procèdent par moyennage des réponses sur les répétitions, au risque d'ignorer cette information.

La méthode que nous proposons se fonde sur l'exploitation des répétitions : elle permet d'en dégager les informations fiables d'un côté, conflictuelles de l'autre, et de les représenter sous une forme synthétique. De plus, elle fournit des indices qui rendent compte de la qualité des réponses des juges, notamment en terme de variabilité.

1.2 Un compromis entre Quantitatif et Ordinal

L'approche choisie se situe entre analyse quantitative et analyse ordinale. Une approche purement quantitative paraît difficilement justifiable, puisqu'il est raisonnable de considérer que les juges n'affectent pas leurs notes de manière absolue. En particulier, de part leur nature foncièrement subjective, elles peuvent dépendre d'un contexte psychologique propre au juge. Nous préférons adopter ici l'hypothèse d'une évaluation des produits les uns par rapport aux autres (explicite ou non), sans accorder une valeur exagérée aux écarts entre notes. On s'oriente ainsi vers un formalisme ordinal de comparaisons par paires. Renoncer aux valeurs quantitatives semble constituer un appauvrissement de l'information ; seulement, on espère gagner en qualité ce que l'on perd en quantité : notre priorité est de fournir des ordres fiables, plutôt que des valeurs de notes dont la précision est sans doute illusoire.

Cependant, cette analyse ordinale semble à son tour inadéquate : la pertinence d'un écart de rangs entre deux produits dépend fortement de l'écart de notes sous-jacent. En effet, étant donnée l'incertitude liée au caractère subjectif de la notation, une différence faible n'est pas significative d'une dominance marquée.

1.3 Relations de préférences floues

Un compromis entre ces deux approches se trouve atteint avec les relations binaires de type “préférence floue”. Ce concept a été développé en décision multi-critères, lorsque l'enjeu est de choisir la meilleure option (ou le meilleur produit) sur la base d'une évaluation sur plusieurs critères, notamment dans la méthode Electre, développée par Roy [4].

L'approche que nous proposons consiste à appliquer ce concept en analyse exploratoire de données d'évaluation subjective, de façon à recueillir un maximum d'information pertinente sur l'ensemble de produits étudié, sous la forme d'une relation de préférence floue. Nous ne travaillons que sur un unique descripteur, et l'étude se limite ici au traitement indépendant de chaque juge.

2 Description de la méthode

2.1 Construction des relations floues

Pour le descripteur considéré et lors de chaque répétition, chaque juge attribue une note à chaque produit. De cette série de notes, on commence par extraire l'information ordinale, sous la forme d'une relation floue S codant ce qu'on appellera la *dominance non-stricte* (dans le domaine de la modélisation des préférences, elle appartient à la classe des *relations de surclassement*). Plus précisément, il s'agit d'une relation binaire, qui, à chaque couple de produits (a, b), associe une valeur de $[0, 1]$, signifiant dans quelle mesure a est jugé “supérieur ou égal à” b. Le fait que $S(a, b)$ prenne ses valeurs dans $[0, 1]$ (domaine flou) plutôt que dans $\{0, 1\}$ (domaine net), permet d'exprimer le degré de possibilité que a domine non-strictement b. Cette dominance $S(a, b)$ est fonction de l'écart entre les notes de a et b :

- à un écart très faible, on attribue une équivalence totale entre les produits, à travers le codage $\{S(a, b) = 1; S(b, a) = 1\}$; la dominance réciproque traduit en effet ce qu'on appellera *indiscernabilité*.
- à un écart très grand, on associe une dominance stricte : $\{S(a, b) = 1; S(b, a) = 0\}$ ou $\{S(a, b) = 0; S(b, a) = 1\}$ selon que la note de a est supérieure à celle de b ou l'inverse ;
- à un écart intermédiaire, on fait correspondre une dominance moins ferme : $\{S(a, b) = 1; S(b, a) = s\}$ ou $\{S(a, b) = s; S(b, a) = 1\}$ avec $s \in [0, 1]$; un s proche de 1 traduit une quasi-équivalence, alors qu'un s proche de 0 traduit une dominance quasi-certaine.

Pour ce faire, on associe à chaque note un même nombre flou trapézoïdal, dont le rôle est d'exprimer l'incertitude sur la note et, par conséquent, sur les écarts entre notes. La relation S devient alors la relation de supériorité non-stricte entre nombres flous, obtenue simplement à partir du principe d'extension ([1] p. 59). Le choix du nombre flou trapézoïdal type est arbitraire : le noyau, ensemble des notes jugées totalement équivalentes à la note considérée, est plutôt petit (8% de la taille de la règle) ; le support, lui, représente l'ensemble des notes jugées non strictement distinctes de la note considérée (par ex. 16% de la taille de la règle).

Soit A le nombre flou centré sur la note N_a du produit a, B celui de N_b, et $\mu_A(x)$, $\mu_B(y)$ leurs fonctions d'appartenance respectives ; le calcul de la supériorité non-stricte de A sur B est :

$$\pi(A \geq B) = \sup_{x,y:x \geq y} \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

La valeur $h = \pi(A \geq B)$ (correspondant à $S(a,b)$) représente ainsi la hauteur de l'intersection des deux nombres flous lorsque $N_a \leq N_b$; dans le cas contraire, $\pi(A \geq B) = 1$.

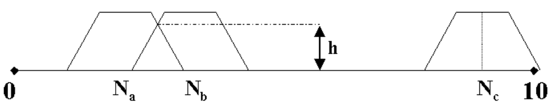

FIG. 1 – Comparaison de trois notes floues

Sur la figure 1, on observe un exemple de comparaison de trois produits a, b et c. En particulier, on constate que la taille de l'écart entre les notes de a et b ne suffit pas à justifier la dominance totale de b sur a ; néanmoins, b bénéficie d'une dominance stricte sur a (il n'y a pas équivalence entre les produits : $S(a,b) < 1$ (la cote "h" de la figure) alors que $S(b,a) = 1$).

La relation de dominance non-stricte S obtenue ainsi est un préordre flou ([1] p. 83).

2.2 Décomposition de la relation de dominance

La relation de dominance non-stricte S permet de coder aussi bien l'indiscernabilité, que la dominance totale (c'est-à-dire non équivoque) entre tout couple de produits. Roy [4] a proposé un formalisme afin de décomposer toute relation nette de surclassement S en trois sous-relations complémentaires ; Roubens et Vincke [5] et Fodor et Roubens [2] ont étendu cette décomposition aux relations floues.

Appelées originellement relations de préférence stricte, d'indifférence et d'incomparabilité, nous préférons les redéfinir avec des termes adaptés à notre problématique. Voici les définitions logiques correspondant aux relations nettes :

Dominance stricte :	aDb	$\Leftrightarrow$	aSb et $\neg bSa$
Indiscernabilité :	aIb	$\Leftrightarrow$	aSb et bSa
incompaRabilité :	aRb	$\Leftrightarrow$	$\neg aSb$ et $\neg bSa$

En termes nets, un produit a domine strictement b, lorsque a domine non-strictement b, et que la réciproque est fausse. Ensuite, a et b sont indiscernables, lorsqu'ils se dominent mutuellement. La troisième sous-relation, l'*incomparabilité*, rend compte d'une incohérence : a ne domine pas b, et b ne domine pas a ; il n'y a donc pas plus d'indiscernabilité que de dominance stricte entre les deux produits. C'est lors de la confrontation de plusieurs répétitions que cette sous-relation trouvera son sens, en permettant le codage du conflit.

Lors du passage au flou, il convient de choisir avec précaution les opérateurs de conjonction et de négation de chaque sous-relation. Fodor & Roubens [2] montrent que les solutions compatibles avec des contraintes ensemblistes raisonnables sont peu nombreuses ; et sous les contraintes d'antisymétrie et de transitivité de la relation de dominance stricte dès que S est transitive, il n'y en a plus qu'une :

$$\begin{cases} D(a,b) &= \max\{S(a,b) - S(b,a), 0\} \\ I(a,b) &= \min\{S(a,b), S(b,a)\} \\ R(a,b) &= \min\{1 - S(a,b), 1 - S(b,a)\} \end{cases} \tag{2.1}$$

Une propriété essentielle de ces trois sous-relations réside dans leur complémentarité ; en effet, en se restreignant au cas net, toute relation entre deux produits est nécessairement l'une de ces trois-ci : ou l'un des produits domine l'autre, ou ils sont indiscernables, ou ils sont incomparables. En flou, grâce aux formules précédemment exposées, cette propriété est conservée, et prend alors cette forme mathématique :

$$\forall a,\, b,\; I(a,b) + R(a,b) + \max(D(a,b), D(b,a)) = 1$$

Cette propriété offre une solution intéressante au problème de représentation de la relation floue.

L'idée consiste à remplir un tableau de taille $p \times p$ (p étant le nombre de produits), dans lequel chaque case est partitionnée en trois sections, dont la surface est proportionnelle à chacune des sous-relations. Pour un meilleur rendu, l'idéal est d'affecter une couleur différente à chaque sous-relation.

Sur la figure 2, on a représenté trois séries de répétitions d'un juge donné sur des échelles de notes horizontales. La relation de dominance non-stricte S obtenue à partir de la première de ces répétitions (en bas), est affichée en figure 3, par le biais de ses sous-relations complémentaires : la dominance stricte D et l'indiscernabilité I. Pour des raisons de lisibilité, la diagonale, traduisant la réflexivité de S, n'est pas colorée en gris clair (indiscernabilité totale). Tous les niveaux d'incomparabilité sont à zéro, car on ne travaille que sur une répétition. On remarque en particulier l'équivalence des produits 1 et 2 qui se manifeste à travers une indiscernabilité maximale (cases $(1,2)$ et $(2,1)$). Le produit 3 se détache des produits 1 et 2, mais insuffisamment pour que la dominance stricte soit totale : on observe une coexistence de cette sous-relation avec celle d'indiscernabilité (cases $(1,3)$, $(3,1)$, $(2,3)$ et $(3,2)$). Quant aux autres couples de produits, ils sont principalement caractérisés par la seule relation de dominance stricte.

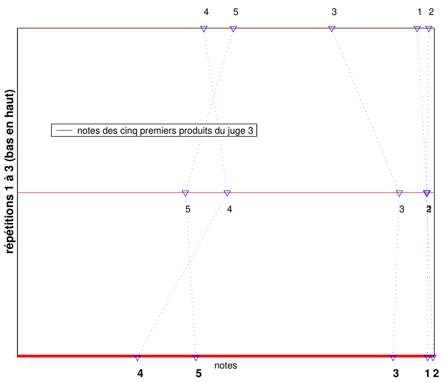

FIG. 2 – Suivi des notes des produits 1 à 5 du juge 3 sur ses répétitions

2.3 Agrégation des relations floues sur les répétitions

Principes de l'agrégation. Disposant de relations floues synthétisant l'information mi-

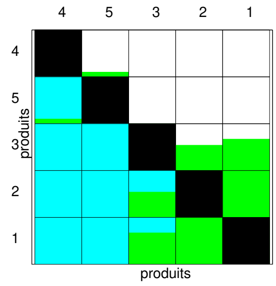

FIG. 3 – Décomposition en Dominance (gris clair) et Indiscernabilité (gris foncé) des produits 1 à 5 du juge 3 sur la 1ère répétition

ordinale, mi-quantitative, pour chacune des répétitions, il faut ensuite les agréger afin d'en saisir "l'essentiel". En effet, l'information, même aussi épurée que celle manipulée, n'est que rarement stable sur les répétitions. L'opérateur d'agrégation a donc pour fonction d'en conforter certaines et d'en invalider d'autres, selon des règles à définir.

Quelle stratégie adopter lors de la confrontation des répétitions ? La principale est de traduire les conflits en incomparabilité. On choisit de définir le conflit comme l'inversion de dominance stricte sur deux répétitions : c'est une approche prudente, puisqu'en cas de dominances strictes conflictuelles, on décide de ne pas trancher (l'incomparabilité traduisant l'absence de connaissance). La stratégie secondaire est de faire ressortir une dominance stricte noyée au milieu d'équivalences : on peut en effet concevoir que la discrimination entre deux produits proches ne soit pas évidente, et que le juge ne la marque pas systématiquement. De même, entre deux dominances strictes de même tendance, mais d'intensités différentes, on privilégiera la plus tranchée. C'est naturellement qu'on se tourne vers un opérateur de type disjonctif.

Dans les problèmes de décisions multi-critère (cf. l'ouvrage de Fodor & Roubens [2] p. 199), les relations de préférence sont fréquemment agrégées par un opérateur conjonctif de type *min*. Cela revient à agréger les sous-relations de dominance stricte par un opérateur *max*, comme le montre la proposition suivante.

Proposition 2.1 *Soit S_i la relation de do-*

minance non-stricte de la i^{eme} répétition, $L = \min_i(S_i)$ le produit d'agrégation, et $\{D_L, I_L, R_L\}$ la décomposition de L (eq. (2.1)). D'autre part, soit D_i la sous-relation de dominance stricte issue de S_i, $M = \max_i(D_i)$ le produit de l'agrégation disjonctive des D_i, et $\{D_M, I_M, R_M\}$ la décomposition de M. On a alors :

$$\{D_L = D_M; \quad I_L = R_M; \quad R_L = I_M\}$$

On dispose ainsi de deux techniques équivalentes pour obtenir les sous-relations $\{D, I, R\}$. On préférera le formalisme d'agrégation disjonctive des relations de dominance stricte, car cette sous-relation est le dénominateur commun des deux aspects de la stratégie évoquée.

Prenons l'exemple d'un juge évaluant un couple de produits (a, b) donné, au cours de 3 répétitions :

i	$S_i(a,b)$	$S_i(b,a)$
1	1	1
2	1	0.2
3	0.5	1

On en déduit les dominances strictes correspondantes :

i	$D_i(a,b)$	$D_i(b,a)$
1	0	0
2	0.8	0
3	0	0.5

La répétition 1 est neutre : l'équivalence entre a et b est totale, les dominances strictes sont donc nulles, il ne peut y avoir de conflit. En revanche, les deux autres sont conflictuelles, puisque les éléments strictement dominants sont d'abord a, puis b.

L'agrégation des relations de dominance stricte par l'opérateur disjonctif *max* conduit à la relation M définie par $M(a, b) = 0.8$ et $M(b, a) = 0.5$.

Voici les mesures induites d'incomparabilité, de dominance stricte, et d'indiscernabilité :

Sous-relation	(a,b)	(b,a)
D	0.3	0
I	0.2	0.2
R	0.5	0.5

L'incomparabilité entre les deux produits est élevée à cause de l'importance des dominances strictes contradictoires.

Résolution du problème de la transitivité. La relation M agrégée n'est pas un préordre flou, par conséquent la sous-relation de dominance stricte qu'on en extrait n'est pas nécessairement transitive. Or, pour une relation de supériorité stricte, il s'agit d'une condition impérative. L'intérêt des sous-relations D, R, et I est donc limité.C'est pourquoi nous proposons une méthode permettant d'élaborer, à partir de M, des sous-relations D, R, et I plus satisfaisantes, de façon à retrouver un préordre flou.

Voici la forme de la min-transitivité retenue :

$$D(a, c) \geq \min(D(a, b), D(b, c)) \, \forall \, a, b, c$$

La fermeture transitive [1] permet de compléter une relation jusqu'à la rendre transitive, par un processus déductif. Elle participe ainsi à la stratégie "disjonctive" (c'est-à-dire que la relation agrégée est complétée au fur et à mesure des répétitions). En effet, si lors d'une répétition le juge parvient à marquer la supériorité de a sur b, puis ultérieurement celle de b sur c, on peut admettre qu'il ait implicitement reconnu celle de a sur c. La fermeture transitive a donc pour rôle de révéler les relations *implicites*.

La difficulté réside ensuite dans l'antisymétrie de la relation de dominance stricte agrégée, qui doit attester de l'absence de contradiction directe. Or l'opérateur d'agrégation de type *max* ne conserve pas l'antisymétrie ; au contraire, la distance à cette antisymétrie renseigne sur l'incomparabilité.

Il est donc nécessaire d'obtenir ces deux propriétés. Voici la procédure proposée :
- soit M le produit de l'agrégation des relations de dominance stricte ; la relation n'est ni transitive, ni antisymétrique ;
- soit M_t sa fermeture transitive : on ignore les conflits *explicites* (qui tiennent dans l'antisymétrie de M), et on conduit la déduction jusqu'à terme ;
- soit $M_{t\_as} = M_t - \min(M_t, M_t')$, avec M_t' la transposée de M_t ; on extrait de M_t sa part symétrique, qui correspond au conflit total (c'est-à-dire que l'on prend en compte les conflits *implicite* et *explicite*) ; M_{t_as} est à la fois transitive et antisymétrique ; elle n'est cependant pas satisfaisante, car certains

couples de produits conflictuels ont participé à l'émergence de valeurs injustifiables ;

– soit $M_{min} = \min(M, M_{t\_as})$; il s'agit de la relation initiale amputée de sa part conflictuelle : elle est antisymétrique ;
– enfin, D est définie comme la fermeture transitive de M_{min} ; elle est bien antisymétrique.

D semble une solution adéquate : bâtie sur le produit d'agrégation M, elle s'intègre convenablement dans la stratégie de déduction d'information par confrontation des répétitions (grâce aux fermetures transitives), et le conflit s'en trouve scrupuleusement ôté.

Disposant de la dominance stricte agrégée, il faut encore en déduire les relations d'indiscernabilité et d'incomparabilité. Pour cette dernière, il n'est plus question de la définir comme l'indifférence de la relation de dominance agrégée, puisqu'elle est désormais antisymétrique. On peut néanmoins élaborer une relation pertinente en comparant D (le produit final de l'agrégation) et M_t (la fermeture transitive de la relation brute) : en chaque couple (a, b) pour lequel $D(a, b) \leq M_t(a, b)$, l'écart des deux relations rend directement compte du conflit ; d'où la définition suivante de l'incomparabilité :

$$R(a,b) = \begin{cases} \max(M_t(a,b) - D(a,b), M_t(b,a) - D(b,a)) \\ \text{ si } M_t(a,b) \geq D(a,b) \text{ ou } M_t(b,a) \geq D(b,a) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

L'indiscernabilité s'obtient par complément à 1 des deux autres sous-relations.

2.4 Indices de qualité des juges

Au terme de l'agrégation, l'information de chacun des juges se trouve ainsi résumée par les trois sous-relations complémentaires. Parmi elles, dans notre recherche d'une discrimination entre les produits, seule la dominance stricte traduit un comportement totalement positif du juge. L'incomparabilité souligne un comportement négatif, puisqu'elle met en évidence des contradictions entre les répétitions. L'indiscernabilité se situe entre les deux : l'information qu'elle apporte est pertinente, puisque totalement "répétable". Mais un autre juge aurait peut-être été en mesure de marquer une dominance stricte nette, comportement que l'on estime plus positif (bien sûr, la dominance en question ne doit pas être fortuite, et seul un grand nombre de répétitions peut l'attester).

Les proportions moyennes (sur l'ensemble des couples de produits) de chacune des trois sous-relations permettent par conséquent de refléter le comportement global de chaque juge. Soit N le nombre de produits, on définit ainsi :

$$Q_D = \frac{2 \sum_{a,b \neq a} D(a,b)}{N(N-1)} \qquad Q_I = \frac{\sum_{a,b \neq a} I(a,b)}{N(N-1)} \qquad Q_R = \frac{\sum_{a,b \neq a} R(a,b)}{N(N-1)}$$

Plus particulièrement, la part de dominance stricte Q_D rend compte de la capacité du juge à discriminer les produits. Il est donc instructif de comparer les juges en fonction de ce critère. Néanmoins, Q_I et Q_R restent intéressants, en ce qu'ils permettent de qualifier l'absence de discrimination.

3 Etude de cas

Nous disposons d'un jeu de données fourni par PSA Peugeot-Citröen, concernant 8 produits, évalués par une dizaine de juges, selon des descripteurs donnés, lors de 3 répétitions. L'évaluation se fait par attribution d'une note *continue* appartenant à l'intervalle $[0, 100]$. Nous nous intéressons ici aux données d'un juge parmi les meilleurs (en terme d'incomparabilité et de dominance stricte), qui concernent un descripteur particulier. Nous avons reporté sur la figure 4 l'évolution des notes des 8 produits au cours des répétitions, ainsi que la relation de dominance non-stricte produit de l'agrégation, décomposée en ses 3 sous-relations D, I, et R. Chaque note est modélisée par un nombre flou trapézoïdal fixe établi arbitrairement (taille de support 8, taille de noyau 16).

3.1 Comparaison à une analyse par simple moyennage

L'information obtenue par simple moyennage des notes est très précise (cf. tableau 1) : on dispose non seulement d'un ordre total entre produits, mais aussi de valeurs sur les écarts entre produits.

Observons les relations entre les notes des produits 2 et 3 : les moyennes indiquent une do-

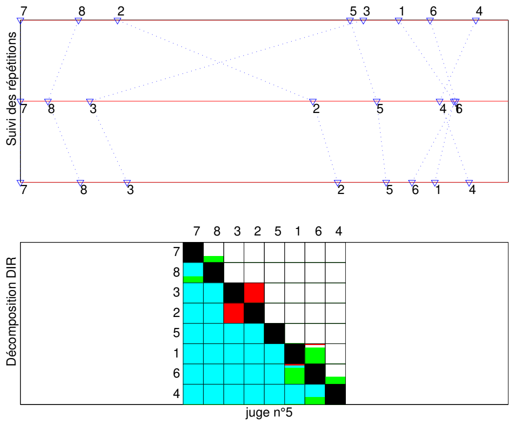

FIG. 4 – Suivi des notes des 8 produits sur les 3 répétitions, et représentation des sous-relations D (gris clair), I (gris intermédiaire) et R (gris foncé)

	Note moyenne
Produit 4	93.1
Produit 6	87.2
Produit 1	86.5
Produit 5	74.6
Produit 2	51.0
Produit 3	38.2
Produit 8	12.7
Produit 7	2.8

TAB. 1 – Notes moyennées sur les répétitions

minance évidente du produit 2 sur le produit 3 (51.0 contre 38.2). En revanche, sur la figure 4, la relation d'incomparabilité suffit seule à caractériser le lien entre ces deux produits : aucune conclusion n'est donc tirée, il s'agit d'un aveu de "non-connaissance". Cette manifestation d'incomparabilité signale un conflit critique : ici, l'inversion caractérisée des dominances entre les deux produits lors de la première répétition. La dominance stricte s'en trouve annulée, et l'on sait qu'il ne s'agit pas d'un problème d'indiscernabilité. Par rapport à l'information délivrée par les moyennes, on est donc en mesure de remettre totalement en cause la dominance de 2 sur 3.

Entre les produits 6 et 1, on constate que la sous-relation d'indiscernabilité est majoritaire. On obtient donc la justification de la proximité des moyennes (87.2 contre 86.5). L'incomparabilité aurait pu être une autre explication ; dans ce cas, conclure à la similarité s'en serait trouvé beaucoup plus discutable.

Parmi les autres couples, c'est la dominance stricte qui prime. Le classement des produits impliqué par les notes moyennes n'est pas remis en cause par la méthode. Néanmoins, on peut souligner qu'il est risqué d'accorder une foi totale dans les écarts absolus de ces notes moyennes, même lorsqu'aucun conflit n'est signalé. Ainsi, sur la première répétition, les produits 5 et 3 accusent une indiscernabilité maximale : on peut donc considérer que le juge n'a pas manifesté de discrimination. Sur les deux suivantes, les écarts de notes sont au contraire très importants : le juge a clairement marqué la dominance de 5 sur 3. Mais que peut bien signifier la moyenne de ces trois écarts, sachant que la nature de l'information délivrée par le juge n'est manifestement pas la même sur chacune des répétitions ? L'information quantitative absolue n'apparaît pas complètement pertinente.

3.2 Comparaison à une analyse de la variance

L'analyse de la variance sur le facteur *produit*, suivie d'un test de comparaison de moyenne (par exemple Duncan [3]), apportent une autre réponse au problème de la discrimination des produits. Ce test est pourtant fondamentalement différent : il s'agit d'une méthode statistique inférentielle, qui repose sur des hypothèses beaucoup plus fortes ; notre méthode est au contraire purement descriptive. D'autre part, les notes sont considérées d'un point de vue exclusivement absolu. Enfin, la notion d'incomparabilité y est absente.

Sur les données précédentes, l'analyse de la variance atteste de la significativité du facteur *produit*, et le test de Duncan dégage 4 sous-ensembles de produits, dont 3 se chevauchent. Les voici présentés par ordre de moyennes croissantes :

$7, 8$	$3, 2$	$2, 5$	$5, 1, 6, 4$

Les produits 2 et 5, comme les produits 5 et 1, ne sont pas significativement distincts, contrairement au résultat de la figure 4, où la dominance stricte est totale. Comme annoncé, les produits 3 et 2 ne sont pas jugés incomparables, mais simplement similaires : le conflit n'a en effet aucun moyen d'expression possible. En ce qui concerne les autres produits, les deux méthodes offrent des résultats très compatibles.

3.3 Comparaison à l'analyse "nette"

Afin de mettre en évidence l'avantage des nombres flous sur les valeurs nettes, nous analysons le cas précédent avec les seules notes nettes (figure 5) : les relations de dominance deviennent alors des relations de supériorité strictes nettes. On constate d'emblée l'excès de

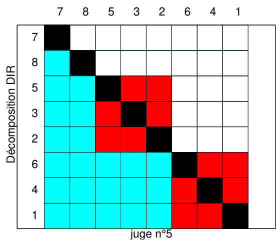

FIG. 5 – Suivi des notes des 8 produits sur les 3 répétitions, et représentation des sous-relations D (gris clair), I (gris intermédiaire) et R (gris foncé), obtenues sans recours aux nombres flous

conflit au sein de deux groupes de trois produits. En particulier, le groupe dominant $\{4, 6, 1\}$ n'est plus discriminé "au sens large" (c'est-à-dire indiscernabilité comprise). La définition du conflit est devenue excessivement intolérante, puisqu'elle comptabilise l'inversion d'ordre des produits perçus identiquement. Le conflit empiète donc sur la notion d'indiscernabilité.

3.4 Indices de qualité des juges

La même étude ayant été conduite par 12 juges, on représente en figure 6 leurs indices de qualité classés par ordre de dominance croissante. On s'aperçoit d'une grande hétérogénéité entre les juges. Ainsi les juges 9 et 12 sont très peu "répétables". Les juges 8, 6, 2 et 7 font preuve de discrimination, mais non sans un léger conflit. Quant aux autres juges, ils sont à la fois discriminants et parfaitement cohérents.

4 Conclusion

La méthode présentée a été introduite afin de gérer efficacement l'information contenue dans

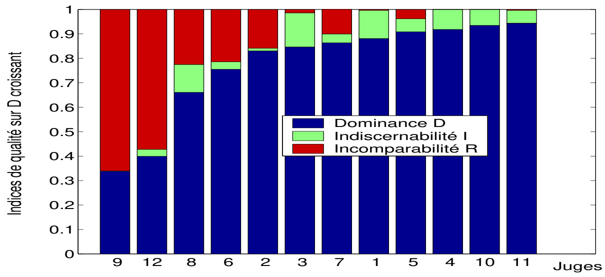

FIG. 6 – Indices Q_D, Q_I et Q_R des juges

les répétitions. Le choix du "tout relatif" semble bien adapté à la notation subjective : pour la plupart des juges l'information absolue n'est pas aisément "répétable". De même, le refus de pousser l'analyse jusqu'aux écarts entre notes (après agrégation, on ne dispose en définitive que d'un *préordre flou* entre produits), se justifie par les difficultés qu'ont les juges à maintenir simplement cet ordre d'une répétition à l'autre.

Comme perspective, nous envisageons d'une part l'agrégation des relations floues sur les juges. Ensuite, certains problèmes ne sont pas encore résolus, notamment celui de la modélisation par nombres flous (quels paramètres ? Quelle sensibilité ?), ou encore celui de l'élaboration d'une technique d'agrégation moins sensible aux aberrations d'une unique répétition.

Remerciements

Nous remercions la société PSA Peugeot-Citröen pour avoir soutenu cette étude et fourni les données d'évaluation subjective.

Références

[1] D. Dubois and H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications*, Academic Press, New York, 1980.

[2] J. Fodor and M. Roubens, *Fuzzy preference modelling and multicriteria decision support*, Kluwer Academic Publishers, 1994.

[3] S. Kotz and N.L. Johnson, *Encyclopedia of statistical sciences*, Wiley Interscience, vol. 2, 1982.

[4] B. Roy and D. Bouyssou, *Aide Multicritère à la décision : Méthodes et Cas*, Economica, 1994.

[5] M. Roubens and Ph. Vincke, *Preference Modelling*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.